

CÓDIGO: FOR-DO-109 VERSIÓN: 0

FECHA: 03/06/2020

#### AUTORIZACIÓN DE LOS AUTORES PARA LA CONSULTA, LA REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO

Puerto Colombia, 20 de agosto de 2020

Señores DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECAS Universidad del Atlántico

Asunto: Autorización Trabajo de Grado

Cordial saludo,

Yo, ANDREA CAROLINA BARROS SARMIENTO, identificado(a) con C.C. No. 1.140.879.018 de BARRANQUILLA, autor(a) del trabajo de grado titulado CAMBIOS EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS DEBIDO A POSIBLES INTERACCIONES NO ESTÁNDAR CON LA MATERIA presentado y aprobado en el año 2020 como requisito para optar al título Profesional de FÍSICO; autorizo al Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico para que, con fines académicos, la producción académica, literaria, intelectual de la Universidad del Atlántico sea divulgada a nivel nacional e internacional a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios del Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico pueden consultar el contenido de este trabajo de grado en la página Web institucional, en el Repositorio Digital y en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad del Atlántico.
- Permitir consulta, reproducción y citación a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato CD-ROM o digital desde Internet, Intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

Esto de conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Atentamente,

Firma Andrea Barros S.

ANDREA CAROLINA BARROS SARMIENTO. C.C. No. 1.140.879.018 de BARRANQUILLA



CÓDIGO: FOR-DO-110 VERSIÓN: 01

FECHA: 02/DIC/2020

#### DECLARACIÓN DE AUSENCIA DE PLAGIO EN TRABAJO ACADÉMICO PARA GRADO

Este documento debe ser diligenciado de manera clara y completa, sin tachaduras o enmendaduras y las firmas consignadas deben corresponder al (los) autor (es) identificado en el mismo.

#### Puerto Colombia, 20 de agosto de 2020

Una vez obtenido el visto bueno del director del trabajo y los evaluadores, presento al **Departamento de Bibliotecas** el resultado académico de mi formación profesional o posgradual. Asimismo, declaro y entiendo lo siguiente:

- El trabajo académico es original y se realizó sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, en consecuencia, la obra es de mi exclusiva autoría y detento la titularidad sobre la misma.
- Asumo total responsabilidad por el contenido del trabajo académico.
- Eximo a la Universidad del Atlántico, quien actúa como un tercero de buena fe, contra cualquier daño o perjuicio originado en la reclamación de los derechos de este documento, por parte de terceros.
- Las fuentes citadas han sido debidamente referenciadas en el mismo.
- El (los) autor (es) declara (n) que conoce (n) lo consignado en el trabajo académico debido a que contribuyeron en su elaboración y aprobaron esta versión adjunta.

Título del trabajo académico:	CAMBIOS EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS DEBIDO A
	POSIBLES INTERACCIONES NO ESTÁNDAR CON LA MATERIA
Programa académico:	FÍSICA

Firma de Autor 1:	Andrea Barros S.							
Nombres y Apellidos:	ANDREA CAROLINA BARROS SARMIENTO							
Documento de Identificación:	CC	Х	CE		PA		Número:	1.140.879.018
Nacionalidad:	Lugar de residencia:							
Dirección de residencia:								
Teléfono:					Celula	ar:		



CÓDIGO: FOR-DO-111

VERSIÓN: 0

FECHA: 03/06/2020

FORMULARIO DESCRIPTIVO DEL TRABAJO DE GRADO

TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO DE GRADO	CAMBIOS EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS DEBIDO A POSIBLES INTERACCIONES NO ESTÁNDAR CON LA MATERIA
AUTOR(A) (ES)	ANDREA CAROLINA BARROS SARMIENTO
DIRECTOR (A)	MARIO ACERO ORTEGA
CO-DIRECTOR (A)	DAVID VANEGAS FORERO
JURADOS	JORGE NAVARRO ESTRADA ALEXIS AGUILAR ARÉVALO
TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE	FÍSICO
PROGRAMA	FÍSICA
PREGRADO / POSTGRADO	PREGRADO
FACULTAD	CIENCIAS BÁSICAS
SEDE INSTITUCIONAL	SEDE NORTE
AÑO DE PRESENTACIÓN DEL TRABAJO DE GRADO	2020
NÚMERO DE PÁGINAS	75
TIPO DE ILUSTRACIONES	Tablas, gráficos
MATERIAL ANEXO (Vídeo, audio, multimedia o producción electrónica)	No Aplica
PREMIO O RECONOMIENTO	No Aplica

## CAMBIOS EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS DEBIDO A POSIBLES INTERACCIONES NO ESTÁNDAR CON LA MATERIA

#### ANDREA CAROLINA BARROS SARMIENTO



UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS PROGRAMA DE FÍSICA 2020

## CAMBIOS EN LA OSCILACIÓN DE NEUTRINOS DEBIDO A POSIBLES INTERACCIONES NO ESTÁNDAR CON LA MATERIA

ANDREA CAROLINA BARROS SARMIENTO

#### REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR AL TITULO DE FÍSICO

DIRECTOR Mario Andrés Acero Ortega, Ph.D. Universidad del Atlántico

CO-DIRECTOR David Vanegas Forero, Ph.D. Universidad de Medellín

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS PROGRAMA DE FÍSICA 2020

# Índice general

Resumen	6
Abstract	7
Introducción	8
1. Fundamentos Teóricos	11
1.1. Modelo Estándar de Partículas	11
1.2. Neutrinos	12
1.3. Neutrinos, partículas masivas	13
1.4. Oscilación de neutrinos	15
1.4.1. Oscilación de neutrinos en el vacío	15
1.4.2. Transición y desaparición de neutrinos muónicos	20
2. Estudio de probabilidades de oscilación en materia	25
2.1. Evolución de los sabores de neutrinos en materia	26
2.1.1. Oscilación de dos neutrinos en presencia de materia	30
2.1.2. Oscilación de tres neutrinos en presencia de materia	35

3. Estudio de probabilidades de oscilación en materia con NSI	41
4. Conclusiones	61
A. Determinación de las expresiones matemáticas de la probabilidad	
en la sección 1.4.1	63
B. Experimentos de neutrinos considerados	67
B.1. Experimento $NO\nu A$	67
B.2. Experimento DUNE	69
Bibliografía	71

## Índice de figuras

1.1.	Contenido de partículas del Modelo Estándar
1.2.	Representación de los sabores definidos y masa no definida de neutrinos. 14
1.3.	Representación de mezcla de neutrinos
1.4.	Probabilidad de oscilación de neutrinos muónicos, dentro de un mo-
	delo con tres sabores de neutrinos, en función de $L/E$ con $\beta = e$ (línea
	verde raya-punto), $\mu$ (línea roja continua), $\tau$ (línea azul punteada). 23
2.1.	La figura (a) muestra el punto de resonancia cuando $\sin^2 2\theta_M = 1$ y
	(b) muestra el comportamiento de los estados propios del Hamilto-
	niano. Con $\Delta m^2 = 7.39 \times 10^{-5} \text{eV}^2$ , $\theta_{12} = 33.82 \text{ y } \rho = 2.8 \text{ gcm}^{-3}$ 33
22	Probabilidad de oscilación en el canal $\mu \rightarrow \mu$ en el vacío y en ma-
2.2.	Trobabilitati de Oschacion en el canar $\nu_e = 7 \nu_\mu$ en el vacio y en ma-
	teria con un potencial $V_{\rm CC} = 1.074 \times 10^{-13} \mathrm{eV}$ correspondiente a una
	densidad de materia de $2.8 g/cm^3$ que perciben los neutrinos en el
	experimento NO $\nu$ A (Tabla 2.1)
2.3.	Valores propios de Hamiltoniano en materia en función de la energía E. 36
2.4.	Probabilidad de aparición del $\nu_e$ para diferentes experimentos 37
0 F	Drobabilidad de deconomición de un none cada emperimente seu su
2.3.	r robabilidad de desaparición de $\nu_{\mu}$ para cada experimento, con su
	respectiva diferencias entre las probabilidades en materia y vacío 39

3.1. Probabilidad de desaparición de $\nu_{\mu}$ para cada experimento. A cada	
parámetro NSI se le dio un valor arbitrario $\epsilon_{\alpha\beta} = 0.25.$	43
3.2 Probabilidad de aparición de u para cada experimento. A cada paráme-	
5.2. Trobabilidad de apartcion de $\nu_e$ para cada experimento. A cada parame- tro NSI se le dio un valor arbitrario $\epsilon_{e,e} = 0.25$	44
$\frac{1}{\alpha\beta} = 0.25.$	11
3.3. Probabilidad de desaparición de $\nu_{\mu}$ con diferentes valores de $\epsilon_{\mu\tau}$ para	
el experimento NO $\nu$ A.	46
3.4. Probabilidad de desaparición de $\nu_{\mu}$ con diferentes valores de $\epsilon_{\mu\tau}$ para	
el experimento DUNE.	47
3.5. Probabilidad de aparición de $\nu_e$ con diferentes valores de $\epsilon_{ee}$ para el	
experimento $NO\nu A$ .	49
3.6. Probabilidad de aparición de $\nu_e$ con diferentes valores de $\epsilon_{ee}$ para el	
experimento DUNE.	50
37 Probabilidad de aparición de 4 con diferentes valores de compara el	
$\nu_e$ con unerentes valores de $\nu_{e\mu}$ para en	51
	01
3.8. Probabilidad de aparición de $\nu_e$ con diferentes valores de $\epsilon_{e\mu}$ para el	
experimento DUNE.	52
3.9. Probabilidad de aparición de $\nu_e$ con diferentes valores de $\epsilon_{e\tau}$ para el	
experimento $NO\nu A$ .	53
3.10. Probabilidad de aparición de $\nu_e$ con diferentes valores de $\epsilon_{e\tau}$ para el	F 4
experimento DUNE.	54
3.11. Probabilidad de aparición de $\nu_e$ con diferentes valores de $\epsilon_{\mu\tau}$ para el	
$experimento NO\nu A.$	55
3.12 Probabilidad de aparición de $\mu$ con diferentes valores de $\epsilon$ para el	
experimento DUNE	56
	00
3.13. Probabilidad de aparición de $\nu_e$ con diferentes valores de $\epsilon_{\tau\tau}$ para el	
$experimento NO\nu A. \dots $	57
3.14. Probabilidad de aparición de $\nu_e$ con diferentes valores de $\epsilon_{\tau\tau}$ para el	
	<b>F</b> 0

B.1. Espectros de energías y probabilidad de aparición del $\nu_e$ . Tomada de	
<u>37</u>	. 68
B.2. Flujo de energías en el detector lejano. Tomada de 40	. 70

## Resumen

En este trabajo se hace un estudio de modificaciones en la oscilación de neutrinos debidas a posibles interacciones no estándar NSI con la materia (teniendo en cuenta una densidad constante del perfil de materia), enfocados en los experimentos de desaparición de neutrinos muónicos  $(\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\mu})$  y de aparición de neutrinos electrónicos  $(\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{e})$ . Primero se estudió la probabilidad de oscilación en materia sin NSI y luego se procedió hacerlo con NSI. También se estudiaron cuáles son los parámetros NSI más relevantes que afectan el fenómeno de oscilación. Para realizar este estudio se escribió un código utilizando el software Mathematica<sup>™</sup>, en el cual se definió el Hamiltoniano en materia con interacción no estándar, el operador de evolución y los estados finales e iniciales de los neutrinos y luego se cambiaron los parámetros  $\Delta m_{31}^2$  y  $\theta_{23}$  a 1 y  $3\sigma$  de nivel de confianza las configuraciones correspondientes de los experimentos NO $\nu$ A y DUNE. Se obtuvo como resultado que la probabilidad de aparición del  $\nu_e$  se ve afectada por los parámetros  $\epsilon_{ee}, \epsilon_{e\mu}, \epsilon_{e\tau}, \epsilon_{\tau\tau}$  y  $\epsilon_{\mu\tau}$ , y se determinaron posibles valores que pueden tomar estos parámetros de acuerdo con las medidas e incertidumbres experimentales actuales. A diferencia del canal de aparición de neutrinos electrónicos  $\nu_e$ , en el de desaparición de neutrinos muónicos solo hay un parámetro NSI que afecta esta probabilidad y este es  $\epsilon_{\mu\tau}$  que puede tomar valores dentro de los intervalos  $-0.07 \le \epsilon_{\mu\tau} \le 0.07$  a  $1\sigma$  y  $-0.176 \le \epsilon_{\mu\tau} \le 0.132$  a  $3\sigma$  para el experimento NO $\nu$ A y  $-0.032 \le \epsilon_{\mu\tau} \le 0.032$  a  $1\sigma$  y  $-0.083 \le \epsilon_{\mu\tau} \le 0.090$ a  $3\sigma$ , para el experimento DUNE.

Palabras claves: Oscilación de neutrinos, interacción con la materia, interacción no estándar.

## Abstract

In this work, we studied the modifications of the neutrino oscillation probabilities due to possible non-standard interactions (NSI) with matter (taking into account a constant matter density profile), focused on the channels  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\mu}$  and  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{e}$ . First, the neutrino oscillation probability in matter without NSI was studied and then we proceeded with NSI. The most relevant NSI parameters that affect the oscillation phenomenon were also studied. To carry out this study, a code was written using the Mathematica<sup>TM</sup> software, in which the Hamiltonian was defined in terms of non-standard interaction, the evolution operator and the initial and final states of the neutrinos, then the parameters  $\Delta m_{31}^2$  and  $\theta_{23}$  were changed at  $1\sigma$  and  $3\sigma$  of Confidence Level (C.L) for the particular configuration of the NO $\nu$  A and DUNE experiments. As a result, the  $\nu_e$  appearance probability is affected by the parameters  $\epsilon_{ee}, \epsilon_{e\mu}, \epsilon_{e\tau}, \epsilon_{\tau\tau}$  and  $\epsilon_{\mu\tau}$ , and their range of allowed values are found, taking into account the current experimental oscillation measurements and uncertainties. Unlike the channel of  $\nu_e$  appearance, in muon neutrino disappearance channel there is only one NSI parameter that affects this probability and this is  $\epsilon_{\mu\tau}$  that takes the range  $-0.07 \leq \epsilon_{\mu\tau} \leq 0.07$  a  $1\sigma$  and  $-0.176 \leq \epsilon_{\mu\tau} \leq 0.132$  a  $3\sigma$  for thet  $NO\nu A$  experimen and for the DUNE experiment a range was found within the values  $-0.032 \leq \epsilon_{\mu\tau} \leq 0.032$  at  $1\sigma$  and  $-0.083 \leq \epsilon_{\mu\tau} \leq 0.090 \ 3\sigma$  of C.L.

**Keywords:** Neutrino oscillation, interaction with matter, non-standard neutrino interactions.

## Introducción

Los neutrinos son una de las partículas más abundantes en el universo y que han sido estudiadas durante mucho tiempo. Los neutrinos fuerón propuestos por Pauli en 1930 como una necesidad para salvar el principio de la conservación de la energía en el proceso de decaimiento beta. Posteriormente, Enrico Fermi propuso una teoría del estudio del decaimiento beta y gracias a Cowan y Reines se pudo demostrar la existencia del neutrino experimentalmente, dando mérito a la teoría de Fermi [1], [2].

El Modelo Estándar de partículas elementales (ME) plantea que los neutrinos son partículas sin masa ni carga eléctrica. Sin embargo, varios experimentos demostraron que por el contrario si poseen masa [3], [4], esto gracias a la observación de un fenómeno conocido como **oscilación de neutrinos**. Este es uno de los fenómenos más llamativos dentro de la física de partículas y se ha establecido como el mecanismo principal detrás de las transiciones de sabor de los neutrinos, proporcionando una sólida evidencia experimental de que los neutrinos son masivos y de que los sabores de los leptones están mezclados. Este fenómeno fue sugerido por Maki, Nakagawa y Sakata [5], y posteriormente por Pontecorvo [6], y fue observado por primera vez por medio del experimento Super-Kamiokande en Japón en 1998, donde se logró obtener algunos de los parámetros que rigen este fenómeno [4]. Información complementaria, pero no menos importante, sobre este fenómeno se obtuvo gracias a las medidas realizadas por los experimentos como Sudbury Neutrino Observatory (SNO), Kamioka Liquid Scintillator Antineutrino Detector (KamLAND) [7], [8].

Por otro lado, históricamente, un grupo de experimentos encontró un déficit en los flujos de neutrinos provenientes de la fusión pp en el sol usando una técnica

radioquímica [9, 10, 11, 12, 13]. L. Wolfenstein, A. Smirnov y Mikheyev señalaron que el efecto de la materia (efecto MSW), puramente cuántico, que consistente en el cambio oscilatorio de sabor del neutrino a medida que éste se propaga en un medio material [1, 14, 15], podría explicar ese déficit. Esto es, el déficit de neutrinos solares podría ser explicado por un aumento de las oscilaciones como consecuencia de atravesar un medio material. Debido a la dependencia de la energía del efecto MSW, se pudo determinar la jerarquía de masas  $m_2 > m_1$  [9].

El recorrido de estudio de los neutrinos sin embargo va más allá de lo dicho hasta el momento. El hecho de que se produzcan oscilaciones de neutrinos implica que los neutrinos tienen masas distintas de cero, lo que implica física más allá del ME. Ahora, cuando los neutrinos se propagan en la materia se debe tener en cuenta su dispersión coherente debido a sus interacciones con el medio (refracción) [14]. La presencia de interacciones no estándar (NSI, por sus siglas en ingles) entre los neutrinos y la materia: electrón y quarks de la primera familia (u, d), modifica el potencial efectivo proveniente de la interacción del neutrino con la materia, lo que altera la probabilidad de oscilación de los neutrinos en experimentos de larga longitud de base (*long-baseline*) [16]. En comparación con las oscilaciones de neutrinos estándar, las NSI podrían contribuir a las probabilidades de oscilación y pueden traer fenómenos muy distintivos. Muchos experimentos vienen estudiando el comportamiento de estas interacciones como lo son los experimentos Super-Kamiokande, MINOS, NOVA [16], [17], [18] con la finalidad de observar qué parámetros específicamente, de la oscilación de neutrinos estándar, podrían ser afectados por la NSI.

En este trabajo se hace un estudio sobre las modificaciones en la oscilación de neutrinos debidas a éstas posibles interacciones no estándar con la materia (teniendo en cuenta un perfil de densidad de materia constante), enfocando en el análisis de la probabilidad de desaparición de neutrinos muónicos con y sin NSI. Se estudia también, cuáles son los parámetros NSI más relevantes en este fenómeno. Comparando los resultados obtenidos en este estudio con datos experimentales existentes se establecen cotas sobre los parámetros NSI.

El documento está estructurado de la siguiente forma: en el primer capítulo se abordará brevemente el modelo estándar de partículas, el descubrimiento del neutrino y por último la fundamentación teórica detrás de la oscilación de neutrinos en el vacío. En el segundo capítulo se estudia la evolución de neutrinos en materia, se observa cómo se comportan los autovalores y las probabilidades de oscilación. En el tercer capítulo se agregarán los parámetros NSI a la interacción de los neutrinos con la materia y se analizará cuál de estos parámetros afectan más la probabilidad de desaparición de neutrinos muónicos y la aparición de los neutrinos electrónicos. Este análisis dio información relevante para así determinar cotas de los parámetros NSI, el estudio se realizó para los experimentos  $NO\nu A$  y DUNE (ver apéndice B). Por último, se presentan las conclusiones que se lograron obtener en este trabajo en el quinto capítulo.



## Fundamentos Teóricos

## 1.1. Modelo Estándar de Partículas

El Modelo Estándar de la física de partículas (ME) proporciona la descripción más precisa de la naturaleza a nivel subatómico. Se basa en la teoría cuántica de campos y se ha probado con una gran precisión. En la teoría cuántica de campos hay un campo para cada tipo de partícula: partículas de materia y bosones.

De acuerdo con el ME las partículas elementales se clasifican en dos tipos de fermiones (partículas de materia) denominados quarks y leptones, como se puede observar en la Figura 1.1. Por otro lado, se sabe que todas las interacciones que ocurren en la naturaleza son el producto de cuatro fuerzas fundamentales: la fuerza electromagnética, la fuerza nuclear débil, la fuerza nuclear fuerte y la gravedad. A pesar que el ME es la mejor teoría que se tiene para describir las partículas elementales que existen en el universo y sus interacciones, esta no incluye la gravedad. Esta interacción es muy familiar, pero a nivel de partículas subatómicas individuales es mucho más débil que las otras fuerzas por lo que tiene un efecto insignificante. Esto hace que sea difícil de incorporar.

En la Figura 1.1 las tres primeras columnas ocupan las tres generaciones de materia, con los quarks en la parte superior y los leptones en la inferior; la cuarta columna tiene los bosones de gauge responsables de comunicar las interacciones descritas por el ME y la quinta el bosón de Higgs que da origen a las masas de las partículas



Figura 1.1: Contenido de partículas del Modelo Estándar.

elementales [19].

En particular, dentro de los leptones se encuentran los neutrinos, partículas sin estructura interna y de carácter fermiónico que son consideradas como no masivas en la formulación del ME. Esto último resulta especialmente relevante porque, de hecho, experimentalmente se ha observado que los neutrinos experimentan un cambio de sabor (fenómeno conocido como oscilación de neutrinos) a medida que se propagan en el espacio-tiempo. La existencia de este fenómeno implica que los neutrinos si tienen masa controvirtiendo lo planteado por el ME.

Actualmente existe la evidencia de que el ME no es una teoría completa y que debe ser modificado adecuadamente. Algunas de las cuestiones que el ME no pueden responder son: ¿Por qué hay tres generaciones de fermiones?, ¿Es correcta la ruptura de simetría del modelo electródebil?, ¿cúal es la conexión entre los quarks y leptones?, nuevamente ¿cómo incorporar la gravedad dentro del modelo? Para solucionar algunos de estos problemas se han planteado extensiones y teorías más generales como lo son: Supersimetría, Dimensiones Extra, Supercuerdas, entre otras [20].

## 1.2. Neutrinos

Los neutrinos son de importancia clave para comprender la naturaleza de nuestro universo. En 1930 se creía que el núcleo estaba compuesto de protones y electrones, un desafío para esta descripción fue que se observó que los núcleos radiactivos experimentaban una desintegración beta espontánea [21]. Wolfgang Pauli fue quien sugirió que para que se cumplieran las leyes físicas en el decaimiento beta debía existir una nueva partícula, la cual no era detectada [1]. En 1934, Enrico Fermi reformuló la idea de Pauli de que una partícula neutra muy ligera estaba involucrada en las desintegraciones radioactivas, en esta teoría se establecía que la energía faltante en el proceso era portada por una pequeña partícula con espín 1/2 y carga eléctrica nula y la identificó con el nombre de neutrino. Este principio se representa de la siguiente forma

$$n \to p + e + \overline{\nu}_e,\tag{1.1}$$

donde un neutrón (n) decae en un protón (p) y emite un electrón (e) y un antineutrinoelectrónico  $(\overline{\nu}_e)$ . El antineutrino se crean como un par, en lugar de ser emitidos desde el núcleo.

Los neutrinos fueron finalmente detectados en 1956 por Frederick Reines y Clyde Cowan, en un experimento que consistía en la detección de los antineutrinos emitidos por la planta de energía nuclear de Savannah River, el detector estaba compuesto por un tanque de agua con cloruro de cadmio (CdCl<sub>2</sub>) y cubierto por un líquido centellador a su alrededor [2, [22]. La detección de los neutrino se lleva a cabo a través del proceso llamado decaimiento beta inverso [21], que se representa de la siguiente forma:

$$\overline{\nu}_e + p \to e^+ + n. \tag{1.2}$$

Por otro lado, cabe señalar que se trata de una detección indirecta del neutrino, pues se detecta/mide la radiación que resulta de la aniquilación del positrón con los electrones del medio seguida de la radiación generada por la captura del neutrón. La coincidencia temporal de las dos señales de luz se considera un evento de neutrino.

## 1.3. Neutrinos, partículas masivas

Existen tres tipos de neutrinos asociados a cada una de las familias leptónicas o sabores: neutrino electrónico  $\nu_e$ , neutrino muónico  $\nu_{\mu}$  y neutrino tauónico  $\nu_{\tau}$  más sus respectivas antipartículas. Se dice, entonces, que estos neutrinos tienen un estado de sabor definido (Figura 1.2).



Figura 1.2: Representación de los sabores definidos y masa no definida de neutrinos.

Sin embargo, los neutrinos con sabor definido no tienen una masa definida. De hecho, son el resultado de una combinación lineal (mezcla) entre los estados de masa definida,  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ , con masas  $m_1, m_2, m_3$ , respectivamente. Cada conjunto de estados (de sabor o de masa) definidos pertenecen a espacios vectoriales independientes.

En la Figura 1.3 se muestra una representación esquemática de la mezcla de neutrinos. En ella se aprecia cómo un  $\nu_e$  es el resultado de una combinación específica de los neutrinos masivos  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ , en donde el tamaño de cada círculo representa la contribución de cada neutrino masivo.



Figura 1.3: Representación de mezcla de neutrinos.

Ahora bien, como ocurre con todas las partículas que existen, los neutrinos exhiben las propiedades de una partícula y de una onda por lo tanto,  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  y  $\nu_3$  cada uno con diferentes estados propios de masa viajan a través del espacio como ondas que tienen una frecuencia diferente. El sabor de un neutrino se determina como una superposición de los estados propios masivos y el tipo de sabor oscila porque la fase de la onda cambia. Este fenómeno se llama oscilación de neutrinos y fue sugerida por los japoneses Ziro Maki, Masami Nakagawa y Shoichi Sakata y Pontecorvo [5, 6].

## 1.4. Oscilación de neutrinos

El descubrimiento de la oscilación de neutrinos demostró que los neutrinos tienen una masa pequeña pero finita. El Modelo Estándar (ME) consideraba que la masa de neutrinos era cero, por lo tanto, este descubrimiento requiere un marco de la teoría de partículas elementales más allá del ME. En esta sección se presentan los cálculos necesarios para obtener la probabilidad de oscilacion de neutrinos en el vacío y se estudia el caso particular  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{e}$ .

#### 1.4.1. Oscilación de neutrinos en el vacío

El mecanismo de oscilación de neutrinos se basa en el hecho de que si los neutrinos tienen una masa distinta de cero, los estados de sabor  $|\nu_{\alpha}\rangle$  (estados de interacción) y los estados de masa  $|\nu_{k}\rangle$  (estados de propagación) no coinciden, pero están relacionados entre sí mediante una transformación ortogonal de la forma [1]

$$|\nu_{\alpha}(t=0)\rangle = \sum_{k} U^{*}_{\alpha_{k}} |\nu_{k}\rangle, \qquad (1.3)$$

donde  $|\nu_{\alpha}(t=0)\rangle$  es un neutrino con estado de sabor definido  $\alpha$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) en  $t = 0; |\nu_k\rangle$  (k = 1, 2, ..., n) es un neutrino con estado de masa definida y  $U_{\alpha_k}$  son los elementos de la matrix de mezcla leptónica.

Otra manera de escribir lo antes dicho es por medio del arreglo matricial

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e_1} & U_{e_2} & U_{e_3} \\ U_{\mu_1} & U_{\mu_2} & U_{\mu_3} \\ U_{\tau_1} & U_{\tau_2} & U_{\tau_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix},$$
(1.4)

donde U en la denominada parametrización estándar viene dada por

$$U = \begin{pmatrix} C_{13}C_{12} & C_{13}S_{12} & S_{13}e^{-i\delta} \\ -S_{13}S_{23}C_{12}e^{i\delta} - C_{23}S_{12} & C_{23}C_{12} - S_{13}S_{23}S_{12}e^{i\delta} & C_{13}S_{23} \\ -C_{23}S_{13}C_{12}e^{i\delta} + S_{23}S_{12} & -C_{23}S_{13}S_{12}e^{i\delta} - S_{23}C_{12} & C_{13}C_{23} \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

donde  $C_{ij} \equiv \cos(\theta_{ij})$  y  $S_{ij} \equiv \sin(\theta_{ij})$ .

La ecuación 1.3 relaciona los estados propios de interacción débil y los estados propios de masa a través de los parámetros de mezcla leptonica  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  y  $\delta$  (la fase de violación de Dirac CP).

Ahora, los neutrinos con masa definida  $|\nu_k\rangle$  son estados propios del hamiltoniano cuya ecuación de valores propios es

$$H|\nu_k\rangle = E_k|\nu_k\rangle,\tag{1.6}$$

con la energía  $E_k$  (en unidades naturales  $\hbar = c = 1$ )

$$E_k = \sqrt{p^2 + m_k^2},$$
 (1.7)

donde  $m_k$  y p representan las masas y momentos de los neutrinos, respectivamente. Teniendo encuenta lo anterior, la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo, que describe la evolución de los neutrinos masivos, se puede escribir de la forma:

$$i\frac{d}{dt}|\nu_k(t)\rangle = H|\nu_k(t)\rangle, \qquad (1.8)$$

la cual implica que el neutrino con estado propio de masa evoluciona en el tiempo, de la forma:

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{(-iE_kt)}|\nu_k\rangle,\tag{1.9}$$

lo que es válido solo cuando el Hamiltoniano no depende del tiempo.

Considerando ahora un estado de sabor  $|\nu_{\alpha}(t)\rangle$  que describe un neutrino creado con un sabor definido  $\alpha$  en el tiempo t = 0, de las ecuaciones 1.3 y 1.9, la evolución temporal de este estado viene dada por

$$|\nu_{\alpha}(t)\rangle = \sum_{k} U_{\alpha_{k}}^{*} e^{(-iE_{k}t)} |\nu_{k}\rangle.$$
(1.10)

Teniendo en cuenta que la matriz de mezcla U es unitaria,

$$U^{\dagger}U = 1 \longleftrightarrow \sum_{\alpha} U^*_{\alpha_k} U_{\alpha_j} = \delta_{jk}, \qquad (1.11)$$

podemos expresar los estados de neutrinos masivos como una mezcla de los estados de sabor invirtiendo la ecuación 1.3, es decir,

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\beta} U_{\beta k} |\nu_{\beta}\rangle. \tag{1.12}$$

Entonces, remplazando (1.12) en (1.10) se obtiene

$$|\nu_{\alpha}(t)\rangle = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left( \sum_{k} U_{\alpha_{k}}^{*} e^{(-iE_{k}t)} U_{\beta k} \right) |\nu_{\beta}\rangle, \qquad (1.13)$$

lo cual indica que un neutrino de sabor  $|\nu_{\alpha}\rangle$ , cuando evoluciona en el tiempo, es una mezcla de estados de sabor. Realizando una proyección sobre estado  $|\nu_{\beta}\rangle$  obtenemos la amplitud de transición del estado  $|\nu_{\alpha}\rangle$  al estado  $|\nu_{\beta}\rangle$ , la cual esta dada por

$$A_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}}(t) \equiv \langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle = \sum_{k} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} e^{(-iE_{k}t)}, \qquad (1.14)$$

por lo que la probabilidad que un neutrino  $|\nu_{\alpha}\rangle$  cambie su estado de sabor a otro  $|\nu_{\beta}\rangle$ , dado por el cuadrado de  $A_{\nu_{\alpha}\to\nu_{\beta}}(t)$ , es

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}}(t) = |A_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}}(t)|^{2} = \sum_{k,j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*} e^{-i(E_{k} - E_{j})t}.$$
 (1.15)

Si se asume que los neutrinos son partículas ultrarelativistas; se tiene que

$$\gamma = \frac{E_k}{m_k c^2} = \frac{\sqrt{p^2 c^2 + m_k^2 c^4}}{m_k c^2} \gg 1,$$
(1.16)

y si hacemos c = 1, entoces

$$E_k = \sqrt{p^2 + m_k^2} = p_k \sqrt{1 + \frac{m_k^2}{p^2}},$$
(1.17)

de manera que la energía de los estados propios de masa puede escribirse aproximadamente como:

$$E_k \approx p + \frac{1}{2} \frac{m_k^2}{p},\tag{1.18}$$

por lo tanto,

$$E_k - E_j = \frac{1}{2p} \left( m_k^2 - m_j^2 \right), \qquad (1.19)$$

$$E_k - E_j = \frac{\Delta m_{kj}^2}{2p}.$$
 (1.20)

Teniendo en cuenta que los neutrinos se propagan a velocidades muy cercanas a la de la luz, y haciendo uso de unidades naturales ( $c = \hbar = 1$ ) se puede relacionar el tiempo de propagación con la distacia recorrida por los neutrinos como t = L, y afirmar que p = E. Así, la probabilidad de oscilación se puede escribir como

$$P_{\nu_{\alpha}\to\nu_{\beta}}(E,L) = \sum_{kj} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*} e^{-i\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2}L}{2E}\right)}.$$
(1.21)

Esta expresión muestra que, al fijar la distancia fuente-detector L, y la energía E en

un experimento específico, quedan determinadas las fases de oscilación del neutrino:

$$\phi_{kj} = \left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right). \tag{1.22}$$

De la misma manera, las fases dependen también de las diferencias de los cuadrados de las masas  $\Delta m_{kj}^2$ , que son constantes físicas (como se detallá más adelante en la tabla 1.1). La amplitud de las oscilaciones se especifica solo por los elementos de la matriz de mezcla leptónica U, que son constantes de la naturaleza y que están definidas en la ecuación 1.5. Por lo tanto, las mediciones de las oscilaciones de neutrinos permiten determinar los valores de las diferencias de masa al cuadrado  $\Delta m_{kj}^2$  y los elementos de la matriz de mezcla U [1].

Es importante resaltar que, aunque la observación de la oscilación de neutrinos implica que éstos son masivos, la observación de este fenómeno solamente permite obtener información precisa sobre los valores de los cuadrados de las diferencias de masas  $\Delta m_{kj}^2$ , pero no sobre los valores absolutos de las masas de neutrinos.

Otra forma de escribir la ecuación 1.21 es expandiendo la sumatoria, de esa manera se obtiene

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}}(E,L) = \sum_{k} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha k} U_{\beta k}^{*} + \sum_{k \neq j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*} e^{-i\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2}L}{2E}\right)}.$$
 (1.23)

Usando la identidad trigonométrica  $e^{\pm i\theta} = \cos(\theta) \pm i\sin(\theta) = 1 - 2\sin^2(\frac{\theta}{2}) \pm i\sin(\theta)$ y haciendo un trabajo algebraico (ver Apéndice A), la probabilidad de oscilación se puede escribir como

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}}(E,L) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}) \sin^{2}\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right) + 2 \sum_{k>j} \Im(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}) \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{2E}\right), \qquad (1.24)$$

donde  $\Re$  es la parte real y  $\Im$  es la parte imaginaria de los productos de los cuatro elementos de la matriz de mezcla.

Las probabilidades de oscilación de los canales con  $\alpha \neq \beta$  suelen denominarse probabilidades de transición o de aparición, mientras que las probabilidades de oscilación de los canales con  $\alpha = \beta$  suelen denominarse probabilidades de supervivencia o de desaparición. En el caso de probabilidad de supervivencia la probabilidad toma la forma (ver Apéndice A)

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\alpha}}(E,L) = 1 - 4 \sum_{k>j} |U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha j}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E}\right).$$
(1.25)

#### 1.4.2. Transición y desaparición de neutrinos muónicos

En esta sección se estudia el fenómeno de oscilación para el caso de 3 neutrinos  $P_{\nu_{\mu}\to\nu_{\beta}}$  con  $\beta = e, \mu, \tau$ . Partiendo de la ecuaciones A.11 para el canal  $\nu_{\mu} \to \nu_{e}$  y 1.25 para el canal  $\nu_{\mu} \to \nu_{\mu}$ , se puede obtener la probabilidad de oscilación

$$P_{\nu_{\mu} \to \nu_{e}}(E,L) = \delta_{\mu e} - 4 \sum_{k>j} \Re \left( U_{\mu k}^{*} U_{ek} U_{\mu j} U_{ej}^{*} \right) \sin^{2} \left( \frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E} \right) + 2 \sum_{k>j} \Im \left( U_{\mu k}^{*} U_{ek} U_{\mu j} U_{ej}^{*} \right) \sin \left( \frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{2E} \right).$$
(1.26)

Los parametros U de la ecuación 1.26 se obtienen por medio de la ecuación 1.5. Ahora, para que  $\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E}\right)$  quede con las dimensiones correctas tenemos que introducir c y  $\hbar$ 

$$\left(\frac{\Delta m_{kj}^2}{4}\frac{L}{E}\right) \to \left(\frac{\Delta m_{kj}^2 c^4}{4\hbar c}\frac{L}{E}\right) \tag{1.27}$$

si decimos que las unidades, son respectivamente,  $\Delta m_{kj}^2 c^4 (\text{eV}^2)$ , L(metros), E(MeV)y sustituimos  $\hbar c$  con 197(eV · nm) podemos escribir lo anterior como:

$$\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 c^4}{4\hbar c}\frac{L}{E}\right) \rightarrow \left(\frac{\Delta m_{kj}^2 c^4}{4\times 197 \,[\mathrm{eV}\cdot\mathrm{nm}]}\frac{L}{E}\right) \left(\frac{10^{-6} \,[\mathrm{MeV/eV}]}{10^{-9} \,[\mathrm{m/nm}]}\right) = 1.27 \left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{E} \left[\frac{\mathrm{eV}^2 \cdot \mathrm{km}}{\mathrm{GeV}}\right]\right)$$
(1.28)

Haciendo lo mismo para la segunda parte de la última expresión y expandiendo la sumatoria de la ecuación 1.26 se obtiene que

$$P_{\nu_{\mu} \to \nu_{e}}(E,L) = -4 \Re \left[ \left( U_{\mu 2}^{*} U_{e2} U_{\mu 1} U_{e1}^{*} \right) \sin^{2} \left( \frac{1.27 \Delta m_{21}^{2} L}{E} \right) + \left( U_{\mu 3}^{*} U_{e3} U_{\mu 1} U_{e1}^{*} \right) \sin^{2} \left( \frac{1.27 \Delta m_{31}^{2} L}{E} \right) + \left( U_{\mu 3}^{*} U_{e3} U_{\mu 2} U_{e2}^{*} \right) \sin^{2} \left( \frac{1.27 \Delta m_{32}^{2} L}{E} \right) \right] + 2 \Im \left[ \left( U_{\mu 2}^{*} U_{e2} U_{\mu 1} U_{e1}^{*} \right) \sin \left( \frac{2.53 \Delta m_{21}^{2} L}{E} \right) + \left( U_{\mu 3}^{*} U_{e3} U_{\mu 1} U_{e1}^{*} \right) \sin \left( \frac{2.53 \Delta m_{31}^{2} L}{E} \right) + \left( U_{\mu 3}^{*} U_{e3} U_{\mu 2} U_{e2}^{*} \right) \sin \left( \frac{2.53 \Delta m_{31}^{2} L}{E} \right) + \left( U_{\mu 3}^{*} U_{e3} U_{\mu 2} U_{e2}^{*} \right) \sin \left( \frac{2.53 \Delta m_{32}^{2} L}{E} \right) \right].$$
(1.29)

De igual manera se puede encontrar la probabilidad de  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\tau}$ 

$$P_{\nu_{\mu} \to \nu_{\tau}}(E,L) = -4 \Re \left[ \left( U_{\mu 2}^{*} U_{\tau 2} U_{\mu 1} U_{\tau 1}^{*} \right) \sin^{2} \left( \frac{1.27 \,\Delta m_{21}^{2} L}{E} \right) \right. \\ \left. + \left( U_{\mu 3}^{*} U_{\tau 3} U_{\mu 1} U_{\tau 1}^{*} \right) \sin^{2} \left( \frac{1.27 \,\Delta m_{31}^{2} L}{E} \right) \right. \\ \left. + \left( U_{\mu 3}^{*} U_{\tau 3} U_{\mu 2} U_{\tau 2}^{*} \right) \sin^{2} \left( \frac{1.27 \,\Delta m_{32}^{2} L}{E} \right) \right] + \\ \left. 2\Im \left[ \left( U_{\mu 2}^{*} U_{\tau 3} U_{\mu 2} U_{\tau 2}^{*} \right) \sin \left( \frac{2.53 \,\Delta m_{21}^{2} L}{E} \right) \right. \\ \left. + \left( U_{\mu 3}^{*} U_{\tau 3} U_{\mu 1} U_{\tau 1}^{*} \right) \sin \left( \frac{2.53 \,\Delta m_{31}^{2} L}{E} \right) \right. \\ \left. + \left( U_{\mu 3}^{*} U_{\tau 3} U_{\mu 2} U_{\tau 2}^{*} \right) \sin \left( \frac{2.53 \,\Delta m_{32}^{2} L}{E} \right) \right] .$$

$$\left. \right]$$

Se puede obtener la probabilidad de supervivencia  $\nu_{\mu}$   $\rightarrow$   $\nu_{\mu}$  mediante la ecuación

1.25, dando como resultado

$$P_{\nu_{\mu} \to \nu_{\mu}}(E, L) = 1 - 4 \sum_{k>j} |U_{\mu k}|^{2} |U_{\mu j}|^{2} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{k j}^{2} L}{4E}\right)$$
  
$$= 1 - 4 \left[|U_{\mu 2}|^{2} |U_{\mu 1}|^{2} \sin^{2} \left(\frac{1.27 \Delta m_{21}^{2} L}{E}\right) + |U_{\mu 3}|^{2} |U_{\mu 2}|^{2} \sin^{2} \left(\frac{1.27 \Delta m_{32}^{2} L}{E}\right) + |U_{\mu 3}|^{2} |U_{\mu 1}|^{2} \sin^{2} \left(\frac{1.27 \Delta m_{31}^{2} L}{E}\right) \right].$$
(1.31)

En la Figura 1.4 se muestra el comportamiento de las probabilidades de oscilación descritas por las Ecs. 1.29 a 1.31, en función de L/E, utilizando los valores de los parámetros de oscilación de la Tabla 1.1. Se puede observar que en un rango amplio de distancias y/o energías (factor L/E) los neutrinos se comportan esencialmente como osciladores acoplados.

Parámetro	Valores $\pm 1\sigma$	$3\sigma$
$\theta_{12}$ (°)	$33.82^{+0.78}_{-0.76}$	$31.61 \rightarrow 36.27$
$\theta_{23}$ (°)	$48.6^{+1.0}_{-1.4}$	$41.1 \rightarrow 51.3$
$\theta_{13}$ (°)	$8.6^{+0.13}_{-0.13}$	$8.22 \rightarrow 8.98$
$\delta_{cp}$ (°)	$221^{+39}_{-28}$	$144 \rightarrow 357$
$\frac{\Delta m_{21}^2}{10^{-5} \text{eV}^2}$	$7.39_{-0.20}^{+0.21}$	$6.79 \rightarrow 8.01$
$\frac{\Delta m_{31}^2}{10^{-3} \text{eV}^2}$	$2.528^{+0.029}_{-0.031}$	$2.436 \rightarrow 2.618$

Tabla 1.1: Valores de los parámetros de oscilación de neutrinos para un ordenamiento normal de los estados de masa 25.



((b)) Probabilidades de oscilación a largo alcance.

Figura 1.4: Probabilidad de oscilación de neutrinos muónicos, dentro de un modelo con tres sabores de neutrinos, en función de L/E con  $\beta$  = e (línea verde raya-punto),  $\mu$  (línea roja continua),  $\tau$  (línea azul punteada).

Las oscilaciones son, por lo tanto, una función de los tres ángulos de mezcla, la distancia recorrida y la energía del neutrino, como fue mencionado anteriormente. También son una función del tamaño de las diferencias de masa,  $\Delta m_{kj}^2$ , esto son las diferencias en cómo se propagan los estados y, por lo tanto, sus fases, las que causan las oscilaciones [26]. Las diferencias de masas deben ser  $\Delta m_{kj}^2 \neq 0$  porque si  $m_k$  y  $m_j$  son iguales, entonces los estados de masa nunca se desfasarán y se mediría la misma combinación lineal de estados de masa en el detector que generó en la fuente. Por otra parte, dado que todo el cálculo se ha realizado para el caso de los neutrinos que viajan en el vacío, está claro que el fenómeno del cambio de sabor no surge de las interacciones con la materia, sino que surge de la evolución temporal de un neutrino en sí.

Las ecuaciones encontradas en este capítulo aplican para la oscilaciones en el vacío, sin embargo, la situación se complica cuando el haz de neutrinos atraviesa una cantidad importante de materia. Debido a que la materia contiene electrones, se tiene disponible un modo de interacción adicional (dispersión directa CC) que no está disponible para los otros sabores de neutrinos. Esto le da un cambio efectivo más grande al componente  $\nu_e$ , que a su vez afecta la propagación de los estados asociados y, por lo tanto, las oscilaciones. Este caso se estudiará en el siguiente capítulo.

# Capítulo 2

# Estudio de probabilidades de oscilación en materia

Cuando los neutrinos viajan a través de un medio denso, su propagación se modifica significativamente por la dispersión coherente hacia adelante de las partículas que encuentran en el camino, esto significa que los neutrinos en la materia tienen una masa efectiva diferente que los neutrinos en el vacío y hay una región a lo largo de la ruta de neutrinos en la que el ángulo de mezcla efectivo pasa a través del valor de mezcla máximo. Dado que las oscilaciones de neutrinos dependen de las diferencias de masas al cuadrado, las oscilaciones de los neutrinos son diferentes en la materia que en el vacío. Esto fue llamado posteriormente efecto MSW y fue descubierto por Mikheev, Wolfenstein y A.Yu. Smirnov [14, 15]. En este capítulo se estudia el fenómeno de oscilación en materia, observando cómo afecta la existencia de un potencial efectivo del efecto de materia (en este caso constante) los parámetros más relevantes de la oscilación.

## 2.1. Evolución de los sabores de neutrinos en materia

Para estudiar la evolución del neutrino en la materia consideremos un Hamiltoniano que se puede escribir como la suma de dos Hamiltonianos:

$$H = H_0 + H_1,$$

 $\operatorname{con}$ 

$$H_1|\nu_{\alpha}\rangle = V_{\alpha}|\nu_{\alpha}\rangle,$$

donde  $V_{\alpha}$  es el potencial efectivo debido a interacciones coherentes del neutrino con la materia que forma el medio (electrones y quarks de la primera familía del ME).

Entonces, en la imagen de Schrödinger, un estado de neutrino con sabor inicial  $\alpha$  obedece a la ecuación de evolución.

$$i\frac{d}{dt}|\nu_{\alpha}(t)\rangle = H|\nu_{\alpha}(t)\rangle = H_{0}|\nu_{\alpha}(t)\rangle + H_{1}|\nu_{\alpha}(t)\rangle$$
(2.1)

 $\operatorname{con}$ 

$$|\nu_{\alpha}(0)\rangle = |\nu_{\alpha}\rangle. \tag{2.2}$$

Definiendo la amplitud de las transiciones  $\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}$  después de un tiempo t como:

$$\psi_{\alpha\beta}(t) = \langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle, \quad \text{donde} \quad \psi_{\alpha\beta}(0) = \delta_{\alpha\beta}, \quad (2.3)$$

la probabilidad de que un neutrino en t=0 con sabor  $\alpha$ tenga un sabor  $\beta$  después de un tiempo t es

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}}(t) = |\psi_{\alpha\beta}(t)|^2.$$
(2.4)

Aplicando  $\langle \nu_\beta |$ a ambos lados de la ecuación de Schrödinger

$$\langle \nu_{\beta} | i \frac{d}{dt} | \nu_{\alpha}(t) \rangle = \langle \nu_{\beta} | H_0 | \nu_{\alpha}(t) \rangle + \langle \nu_{\beta} | H_1 | \nu_{\alpha}(t) \rangle, \qquad (2.5)$$

$$i\frac{d}{dt}\langle\nu_{\beta}|\nu_{\alpha}(t)\rangle = \langle\nu_{\beta}|H_{0}|\nu_{\alpha}(t)\rangle + \langle\nu_{\beta}|H_{1}|\nu_{\alpha}(t)\rangle.$$
(2.6)

 $\operatorname{Como}^{\mathrm{T}}$ 

$$\langle \nu_{\beta}| = \sum_{k} U_{\beta k} \langle \nu_{k}|, \qquad (2.7)$$

entonces:

$$\langle \nu_{\beta} | H_0 | \nu_{\alpha}(t) \rangle = \sum_k U_{\beta k} \langle \nu_k | H_0 | \nu_{\alpha}(t) \rangle = \sum_k U_{\beta k} E_k \langle \nu_k | \nu_{\alpha}(t) \rangle, \qquad (2.8)$$

donde se ha tenido en cuenta que  $\nu_k$  es estado propio de  $H_0$ ,

$$\langle \nu_k | = \sum_{\eta} U^*_{\eta k} \langle \nu_\eta |, \qquad (2.9)$$

de manera que, rescribiendo la ecuación 2.8, queda:

$$\langle \nu_{\beta} | H_0 | \nu_{\alpha}(t) \rangle = \sum_{\eta} \left( \sum_k U_{\beta k} E_k U_{\eta k}^* \right) \psi_{\alpha \eta}(t), \qquad (2.10)$$

donde  $\psi_{\alpha\eta}(t)$  se definió en la ecuación 2.3.

Veamos ahora el análisis para  $H_1$ :

$$\langle \nu_{\beta} | H_1 | \nu_{\alpha}(t) \rangle = \langle \nu_{\beta} | V_{\beta} | \nu_{\alpha} \rangle = V_{\beta} \langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle, \qquad (2.11)$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Nótese que se usan letras griegas para identificar los sabores  $(e, \mu, \tau)$  y letras latinas para identificar los estados de masa (1, 2, 3)

esta expresión la podemos reescribir usando la relación  $\sum_{\eta} |\nu_{\eta}\rangle \langle \nu_{\eta}| = 1$ , de modo que

$$\langle \nu_{\beta} | H_{1} | \nu_{\alpha}(t) \rangle = V_{\beta} \langle \nu_{\beta} | \sum_{\eta} (|\nu_{\eta}\rangle \langle \nu_{\eta}|) | \nu_{\alpha}(t) \rangle$$

$$= \sum_{\eta} V_{\beta} \langle \nu_{\beta} | \nu_{\eta} \rangle \langle \nu_{\eta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle$$

$$= \sum_{\eta} V_{\beta} \delta_{\beta\eta} \psi_{\alpha\eta}(t).$$

$$(2.12)$$

De las ecuaciones 2.10 y 2.12 podemos reescribir la ecucación de Schrödinger 2.6

$$i\frac{d}{dt}(t)\psi_{\alpha\beta} = \sum_{\eta} \left(\sum_{k} U_{\beta k} E_{k} U_{\eta k}^{*}\right)\psi_{\alpha\eta}(t) + \sum_{\eta} V_{\beta}\delta_{\beta\eta}\psi_{\alpha\eta}(t)$$
$$= \sum_{\eta} \left(\sum_{k} U_{\beta k} E_{k} U_{\eta k}^{*} + V_{\beta}\delta_{\beta\eta}\right)\psi_{\alpha\eta}(t).$$
(2.13)

Tal como en el caso de los neutrinos en el vacío (Capítulo 1), se puede considerar que nos neutrinos son ultrarelativistas, con lo que

$$E_k \approx E + \frac{m^2}{2E}, \qquad p \approx E, \qquad t \approx x,$$
 (2.14)

así que la ecuación 2.13 queda

$$i\frac{d}{dx}\psi_{\alpha\beta}(x) = \sum_{\eta} \left(\sum_{k} U_{\beta k} [E + \frac{m_k^2}{2E}] U_{\eta k}^* + V_{\beta}\delta_{\beta\eta}\right) \psi_{\alpha\eta}(x).$$
(2.15)

Sumando y restando  $\frac{m_1^2}{2E}$  y reemplazando  $V_{\beta} = V_{CC}\delta_{\beta e} + V_{NC}$ , donde  $V_{CC}$  es el

potencial de corriente cargada y  $V_{NC}$  es potencial de corriente neutra, tenemos

$$i\frac{d}{dx}\psi_{\alpha\beta}(x) = \sum_{\eta} \left( \sum_{k} U_{\beta k} \left[ E + \frac{m_{1}^{2}}{2E} + \frac{\Delta m_{k1}^{2}}{2E} \right] U_{\eta k}^{*} + V_{CC}\delta_{\beta\eta}\delta_{\beta e} + \delta_{\beta\eta}V_{NC} \right) \psi_{\alpha\eta}(x)$$

$$= \sum_{\eta} \left[ \left( E + \frac{m_{1}^{2}}{2E} + V_{NC} \right) \delta_{\beta\eta}\psi_{\alpha\eta}(x) \right]$$

$$+ \frac{1}{2E} \sum_{\eta} \left( \sum_{k} U_{\beta k}\Delta m_{k1}^{2}U_{\eta k}^{*} + \delta_{\beta\eta}\delta_{\beta e}V_{CC} \right) \psi_{\alpha\eta}(x),$$
(2.16)

por lo tanto

$$i\frac{d}{dx}\psi_{\alpha\beta}(x) = \left(E + \frac{m_1^2}{2E} + V_{NC}\right)\psi_{\alpha\eta}(x) + \frac{1}{2E}\sum_{\eta}\left(\sum_k U_{\beta k}\Delta m_{k1}^2 U_{\eta k}^* + \delta_{\beta\eta}\delta_{\beta e}V_{CC}\right)\psi_{\alpha\eta}(x).$$
(2.17)

En la expresión 2.17, se separará el término  $(E + \frac{m_1^2}{2E} + V_{NC})\psi_{\alpha\eta}(x)$ , lo cual es irrelevante para las transiciones de sabor, ya que genera una fase común a todos los sabores. Puede ser eliminado por el cambio de fase

$$\psi_{\alpha\beta}(x) \to e^{-i(p+m\frac{m_1^2}{2E})x-i\int_0^x V_{NC}(x')\,dx'},$$
(2.18)

la cual no genera ningún efecto sobre la probabilidad de transición  $\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}$ .

Por consiguiente, la ecuación de evolución relevante para las amplitudes de transición de sabor en materia es

$$i\frac{d}{dx}\psi_{\alpha\beta}(x) = \sum_{\eta} \left(\sum_{k} U_{\beta k} \frac{\Delta m_{k1}^2}{2E} U_{\eta k}^* + \delta_{\beta\eta} \delta_{\beta e} V_{CC}\right) \psi_{\alpha\eta}(x), \qquad (2.19)$$

lo que demuestra que las oscilaciones de neutrinos en la materia, como las oscilaciones de neutrinos en el vacío, dependen de las diferencias de las masas de neutrinos al cuadrado, no del valor absoluto de las masas de neutrinos. La ecuación 2.19 puede escribirse de la siguiente manera:

$$i\frac{d\Psi_{\alpha}}{dx} = \mathcal{H}_E \Psi_{\alpha}, \qquad (2.20)$$

la cual tiene la estructura de la ecuación de Schrodinger y  $\mathcal{H}_E$  es el Hamiltoniano efectivo de forma matricial

$$\mathcal{H}_E = \frac{1}{2E} \left( U \,\mathbb{M}^2 \, U^\dagger \, + \,\mathbb{V} \right), \tag{2.21}$$

donde  $\mathbb{M}^2$  es la matriz de diferencia de masas y  $\mathbb{V}$  la matriz del protencial  $\blacksquare$ 

$$\mathbb{M}^{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^{2} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^{2} \end{pmatrix}, \qquad (2.22)$$
$$\mathbb{V} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (2.23)$$

### 2.1.1. Oscilación de dos neutrinos en presencia de materia

Una manera de ver el efecto de la materia es estudiar el caso de un sistema sencillo de dos neutrinos. En este caso, la matriz de mezcla en el vacío tiene la forma simplificada

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}.$$
 (2.24)

La matriz del potencial en materia y la matriz de diferencia de masas se reducen a matrices de  $2\times 2$ 

$$\mathbb{M}_0^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0\\ 0 & \Delta m_0^2 \end{pmatrix}, \qquad (2.25)$$

$$\mathbb{V} = \begin{pmatrix} A & 0\\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.26}$$

El potencial en materia A esta dado por  $A \equiv 2 E V_{CC} = 2\sqrt{2} E G_F N_e$ , donde E es la energía,  $G_F$  es la constante de acoplamiento de Fermi y  $N_e$  es la densidad de electrones en el medio.

Para observar la evolución de neutrinos en materia se tiene que considerar la ecuación 2.21, la cual quedaría de la forma

$$\mathcal{H}_E = \left(\frac{1}{2E}\right) \begin{pmatrix} A + \sin^2(\theta)\Delta m_0^2 & \sin(2\theta)\Delta m_0^2\\ \sin(2\theta)\Delta m_0^2 & \cos^2(\theta)\Delta m_0^2 \end{pmatrix}, \qquad (2.27)$$

que se puede diagonalizar mediante una tranformación ortogonal de la forma

$$U_M^{\dagger} \mathcal{H}_E U_M = \mathcal{H}_M, \qquad (2.28)$$

donde

$$\mathcal{H}_M = \frac{1}{2E} \operatorname{diag}(\lambda_1, \lambda_2), \qquad (2.29)$$

definiendo un ángulo de mezcla en materia como nuevo parámetro, tal que

$$U_M = \begin{pmatrix} \cos \theta_M & \sin \theta_M \\ -\sin \theta_M & \cos \theta_M \end{pmatrix}.$$
 (2.30)

Se puede obtener los valores propios del Hamiltoniano efectivo en materia  $\mathcal{H}_E$  por medio de la ecuación 2.27

$$\lambda_{1,2} = \frac{\Delta m_0^2 + A}{4E} \pm \frac{\sqrt{(\Delta m_0^2 \sin 2\theta)^2 + (\Delta m_0^2 \cos 2\theta - A)^2}}{4E}.$$
 (2.31)

Resolviendo la ecuación 2.28 se pueden encontrar los ángulos de mezcla y la diferencia de masas en materia

$$\sin 2\theta_M = \frac{\sin 2\theta}{\left[(\sin 2\theta)^2 + (\cos 2\theta - \frac{A}{\Delta m_0^2})^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$
(2.32)

$$\cos 2\theta_M = \frac{(\cos 2\theta - \frac{A}{\Delta m_0^2})}{[(\sin 2\theta)^2 + (\cos 2\theta - \frac{A}{\Delta m_0^2})^2]^{\frac{1}{2}}}$$
(2.33)
$$\Delta m_M^2 = \sqrt{(\sin 2\theta \Delta m_0^2)^2 + (\Delta m_0^2 \cos 2\theta - A)^2}$$
(2.34)

De acuerdo a la ecuación 2.32 se puede decir que cuando  $\sin^2 2\theta_M = 1$  se dá el punto de resonancia MWS [1], es decir  $\cos 2\theta \Delta m^2 = A$ . Esta resonancia se puede observar en la figura 2.1, en la que se presenta para  $\theta = \theta_{12}$ ,  $\Delta m_0^2 = \Delta m_{21}^2$  (ver Tabla 1.1) y un potencial correspondiente a la densidad de electrones en el medio para el experimento NO $\nu$ A (ver Tabla 2.1). En la ecuación 2.32 también se aprecia que si  $A \ll 1$  el  $\sin^2 2\theta_M \rightarrow \sin 2\theta$ , es decir, el ángulo en materia va a tender al ángulo en el vacío  $\theta_M \rightarrow \theta$ , mientras que si  $A \gg 1$  el  $\sin^2 2\theta_M \rightarrow 0$ , lo que implica que  $\theta_M \rightarrow 0$ .

En la resonancia, el ángulo de mezcla efectivo es aproximadamente  $\pi/4$ , es decir, se encuentra en la zona donde la mezcla es máxima, lo que lleva a la posibilidad de transiciones totales entre los dos sabores. Hay que tener en cuenta que la diferencia del cuadrado de la masa efectiva en la materia en la ecuación 2.34 tiene su valor mínimo en la resonancia, de manera que los autovalores se encuentran lo más cerca posible (Figura 2.1 (b)).



((b)) Valores propios del Hamiltoniano en materia en función de la energía E.

Figura 2.1: La figura (a) muestra el punto de resonancia cuando  $\sin^2 2\theta_M = 1$  y (b) muestra el comportamiento de los estados propios del Hamiltoniano. Con  $\Delta m^2 = 7.39 \times 10^{-5} \text{eV}^2$ ,  $\theta_{12} = 33.82$  y  $\rho = 2.8 \text{ gcm}^{-3}$ .

El comportamiento de las oscilaciones de neutrinos en la materia es diferente del de las oscilaciones de neutrinos en el vacío. Si la densidad de la materia es constante<sup>2</sup> y las evoluciones de las amplitudes de los neutrinos masivos efectivos en la materia se desacoplan [1], lo que lleva a que la probabilidad de oscilación es

$$P_{\nu_e \to \nu_\mu}(E) = \sin^2 2\theta_M \, \sin^2 \left( 1.27 \frac{\Delta m_M^2 L}{E} \right), \qquad (2.35)$$

que tiene la misma estructura que la probabilidad de oscilación de dos neutrinos en el vacío. Para observar este fenómeno veamos la Figura 2.2, donde muestra la probabilidad de oscilación en el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu}$  en materia y en el vacío, y se puede observar que la probabilidad en materia es un poco mayor a altas energías, por otro lado, se percibe que para energías mayores que 7 GeV la propabilidad que el neutrino electrónico oscile al neutrino muónico va decayendo.



Figura 2.2: Probabilidad de oscilación en el canal  $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu}$  en el vacío y en materia con un potencial  $V_{\rm CC} = 1.074 \times 10^{-13} \,\text{eV}$  correspondiente a una densidad de materia de  $2.8 \, g/cm^3$  que perciben los neutrinos en el experimento NO $\nu$ A (Tabla 2.1).

 $<sup>^{2}</sup>$ Para experimentos en la tierra, y para los baselines de los experimentos de tipo acelerador actuales y futuros, los neutrinos solo cruzan la capa más externa de la tierra y por lo tanto se puede considerar al perfil de densidad de materia como constante.

#### 2.1.2. Oscilación de tres neutrinos en presencia de materia

Hay que generalizar el caso de dos sabores de neutrinos para estudiar el de tres, lo que lleva a un cambio en el Hamiltoniano, el cual toma la forma:

$$\mathcal{H}_E = U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} U^{\dagger} + \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (2.36)$$

donde la matriz U es definida en la ecuación 1.5.

Para estudiar este caso hay que tener en cuenta que, desde el punto de vista analítico, la descripción de las oscilaciones de tres sabores de neutrinos en la materia viene dada por una gran cantidad de fórmulas que contienen información que puede ser difícil de comprender. Gracias a los valores de los parámetros inferidos de los experimentos, algunos autores han publicado soluciones utilizando teoría de perturbación y expansiones de series en pequeños parámetros [27], [28].

Diagonalizar analíticamente el Hamiltoniano de la ecuación 2.36 se torna algo complicado tal cual como se mencionó antes. Para encontrar los autovalores y probabilidades de oscilación se escribió un código utilizando el software Mathematica<sup>TM</sup>, en el cual se definieron el Hamiltoniano en materia, el operador de evolución y los estados finales e iniciales de los neutrinos. En la Figura 2.3 se muestra el comportamiento de los valores propios del Hamiltoniano en materia y en las figuras posteriores se hace una comparación entre las probabilidades de oscilación en la materia para los experimentos NO $\nu$ A y DUNE, teniendo en cuenta las distancias y la densidad que caracterizan a cada esperimento (Table 2.1).

	Valores de parámetros		
Experimento	L (km)	$ ho  ({ m g}  { m cm}^{-3})$	
DUNE 29	1300	2.8	
NO $\nu$ A 38	810	2.8	

Tabla 2.1: valores de la distancia y la densidad que caracterizan a los experimentos  $NO\nu A$  y DUNE.



Figura 2.3: Valores propios de Hamiltoniano en materia en función de la energía E.

Analizando los valores propios del Hamiltoniano se encuentran rasgos interesantes. Al igual que la figura 2.1 (b), la figura 2.3 muestra el fenómeno de resonancia, también es muy útil para comprender como la presencia de una resonancia puede inducir casi una completa conversión de  $\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}$ . Eso implica que es la zona en donde se alcanza la máxima mezcla en los estados propios. En otras palabras se puede decir que a bajas energías se acerca un neutrino sabor  $\nu_{\alpha}$  y cuando este se acerca a la zona de resonancia (mayor energía) hay casi una completa conversión a  $\nu_{\beta}$ .



((a)) Probabilidad de aparición  $\nu_e$  en materia y en el vacío para el experimento NO $\nu$ A.



((b)) Probabilidad de aparición del  $\nu_e$  en materia y en el vacío para el experimento DUNE. Figura 2.4: Probabilidad de aparición del  $\nu_e$  para diferentes experimentos.

Como se ha mencionado anteriormente, agregar un potencial efectivo de la interacción del neutrino con el medio trae como resultado que tanto la diferencia del cuadrado de las masas como los ángulos de mezcla dependan de este. En la figura 2.4 es evidente como la interacción en materia afecta la probabilidad de aparición de  $\nu_e$ . Se puede observar que la probabilidad de que un neutrino muónico  $\nu_{\mu}$  se convierta a un neutrino electrónico  $\nu_e$  es mayor cuando interactúa en materia que en el vacío. Por otro lado, la figura 2.4 (a) muestra que entre el rango de energías 1 GeV y 2.5 GeV se presenta claramente la mayor aparición de neutrinos electróni- $\cos \nu_e$  y esto es lo que se espera de acuerdo a el experimento NO $\nu$ A debido a que en este experimento se puede observar un máximo de aparición de  $\nu_e$  en ese rango de energías (Apéndice B.1). También se puede percibir que a energías mayores de  $3\,{\rm GeV}$  la probabilidad de que  $\nu_{\mu}$ se convierta a  $\nu_e$ va disminuyendo, mostrando así una tendencia a mantener el estado de sabor neutrino muónico o que podría estar convirtiéndose en otro sabor de neutrino. Ahora, la figura 2.4 (b) muestra que entre el rango de energías  $1.5 \,\text{GeV}$  y  $3.4 \,\text{GeV}$  la probabilidad de aparición de  $\nu_e$  es alta y como puede observarse las oscilaciones se vuelven más frecuentes a baja energía y el aumento en la longitud (como en el caso de DUNE) da como resultado un aumento del rango de energía en la que es más sensible a las oscilaciones. También se puede percibir que energías mayores de 4.5 GeV la probabilidad de que  $\nu_{\mu}$  se convierta a  $\nu_{e}$ es muy baja en el caso de DUNE. Por otro lado, en la figura 2.4 también se observa que hay una diferencia de fase, lo que lleva a concluir que al agregar el potencial efectivo al fenómeno de oscilación en el vacío afecta directamente el cuadrado de la diferencias de masa  $\Delta m_{ki}^2$ .

En la siguiente figura se hace el estudio para la probabilidad de supervivencia del neutrino muónico tanto para el experimento  $NO\nu A$  como para el experimento DU-NE.



((a)) Probabilidad de desaparición <br/>  $\nu_{\mu}$  en materia y en el vacío para el experimento NO<br/> $\nu A.$ 





Figura 2.5: Probabilidad de desaparición de  $\nu_{\mu}$  para cada experimento, con su respectiva diferencias entre las probabilidades en materia y vacío.

En la figura 2.5 muestra la probabilidad de supervivencia de  $\nu_{\mu}$  tanto en materia como en el vacío en función de la energía. Debido a que se puede percibir que ambas probabilidades son parecidas tanto en materia como en vacío para ambos experimentos, se graficó una relación entre estas dos probabilidades. En la relación materia/vacío de las probabilidades se puede percibir que la diferencia más grande entre vacío y materia se da en las regiones de la energía en las que los experimentos son más sensibles, mientras que fuera de ese rango, son prácticamente iguales (ver Apéndice B). En la figura 2.5 (a) muestra el comportamiento para el experimento NO $\nu$ A y se logra percibir que a bajas energías la frecuencia de oscilación es mayor y después de aproximadamente 2.5 GeV la probabilidad de que un neutrino muónico  $\nu_{\mu}$  permanezca siendo  $\nu_{\mu}$  va aumentando, lo que implica que a esas energías la probabilidad que oscile a otro sabor son bajas.

Por otro lado, se puede observar que en donde la probabilidad de que el neutrino muónico no permanezca en ese sabor, es decir, donde el neutrino oscila de  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\beta}$  es donde se nota la diferencia entre la probabilidad en vacío y en materia. Esto quiere decir que el potencial en materia hace que afecte la probabilidad en vacío cuando oscila a otro sabor diferente de  $\nu_{\mu}$  y esto se debe a que el efecto en materia es mas evidente en la aparición del neutrino electrónico  $\nu_e$  ya que la materia esta constituida por una buena cantidad de electrones. Desde otro punto de vista, también se puede decir que la diferencia entre esas dos probabilidades implica que el efecto en materia hace que haya una variación en la amplitud de oscilación.

En la figura 2.5 (b) muestra el comportamiento para el experimento DUNE y en este caso se percibe que entre el rango de energía desde 2 GeV a 3.3 GeV la probabilidad de que el neutrino muónico  $\nu_{\mu}$  oscile a otro sabor aumenta y esto se puede corroborar en la figura 2.4 (b) (muestra la probabilidad de aparición del  $\nu_e$ ). También se puede decir que para energías mayores de 4 GeV la probabilidad de que  $\nu_{\mu}$  permanezca en ese sabor va aumentando. Capítulo

# Estudio de probabilidades de oscilación en materia con NSI

La física de oscilación de neutrinos como hemos visto, ha tenido un progreso notable como la descripción principal de las transiciones de sabor de neutrinos durante los últimos tiempos. A pesar de que sirve como la descripción principal, otros mecanismos podrían ser responsables de las transiciones en un nivel secundario. En este capítulo, se desarrollará un estudio aproximado para las oscilaciones de neutrinos con las llamadas interacciones de neutrinos no-estándar (NSI).

En general, las NSI pueden considerarse contribuciones adicionales al Hamiltoniano efectivo en materia  $\mathcal{H}_E$  estándar que describe la evolución de los neutrinos en materia. Para describir esto, basta con extender la matriz del potencial en materia descrito en el Hamiltoniano efectivo 2.21:

$$\mathcal{H}_{E_{NSI}} = \frac{1}{2E} \left( U \,\mathbb{M}^2 \,U^\dagger \,+\, \mathbf{V} \,\epsilon^m \right), \tag{3.1}$$

donde  $\epsilon^m$  contiene la matriz de parametros NSI  $\epsilon_{\alpha\beta}$   $(\alpha, \beta = e, \mu, \tau)$ , que son definidos de la forma

$$\epsilon_{\alpha\beta} \equiv \sum_{f=e,u,d} \epsilon^f_{\alpha\beta} \frac{N_f}{N_e},\tag{3.2}$$

siendo  $N_f$  la densidad de fermiones en materia,  $N_e$  la densidad de electrones [31]. Cabe resaltar que la materia ordinaria está compuesta por electrones (e), up-quarks (u) y down-quarks (d), y en principio, las interacciones no estándar de neutrinomateria pueden involucrar cualquiera de estas partículas con diferente fuerza [32]. En la práctica, sin embargo, la relación protón / neutrón que se encuentra en la materia es razonablemente constante en toda la Tierra, y bastante cercana a 1. Esto implica que las oscilaciones de neutrinos solo son sensibles a la suma de estas interacciones como muestra en la ecuación [3.2].

La matriz  $\epsilon^m$  [33] se describe como:

$$\epsilon^{m} = \begin{pmatrix} 1 + \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon^{*}_{e\mu} & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu\tau} \\ \epsilon^{*}_{e\tau} & \epsilon^{*}_{\mu\tau} & \epsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix}.$$
(3.3)

Por otro lado, es necesario destacar que los parámetros  $\epsilon_{\alpha\beta}$  son complejos para  $\alpha \neq \beta$ , mientras que los elementos de la diagonal son reales debido a la Hermiticidad del Hamiltoniano de la ecuación 3.1. Sin embargo, en este estudio se asumen reales todos los parámentros, con el objetivo de analizar de manera global el efecto que tienen sobre la oscilación de neutrinos.

De la misma manera que en el caso del estudio en materia, dado que un análisis análítico (exacto) es altamente complejo, para encontrar las probabilidades de oscilación se escribió un código utilizando el software Mathematica<sup>TM</sup>, en el cual se definieron el Hamiltoniano en materia con interacción no estándar, el operador de evolución y los estados finales e iniciales de los neutrinos.

En las Figuras 3.1 y 3.2 se muestra el comportamiento de la probabilidad de aparición de neutrinos electrónicos y desaparición de neutrinos muónicos para los experimentos DUNE y NO $\nu$ A, variando cada parámetro NSI para observar cual afecta más la probabilidad de oscilación estándar.



((a)) Probabilidad de desaparición  $\nu_{\mu}$  en materia con NSI para el experimento NO $\nu$ A.



((b)) Probabilidad de desaparición <br/>  $\nu_{\mu}$  en materia con NSI para el experimento DUNE.

Figura 3.1: Probabilidad de desaparición de  $\nu_{\mu}$  para cada experimento. A cada parámetro NSI se le dio un valor arbitrario  $\epsilon_{\alpha\beta} = 0.25$ .



((a)) Probabilidad de aparición  $\nu_e$  en materia con NSI para el experimento NO<br/>  $\nu {\rm A}.$ 



((b)) Probabilidad de aparición  $\nu_e$  en materia con NSI para el experimento DUNE.

Figura 3.2: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  para cada experimento. A cada parámetro NSI se le dio un valor arbitrario  $\epsilon_{\alpha\beta} = 0.25$ .

En las Figuras 3.1 y 3.2 se graficó la probabilidad de desaparición de  $\nu_{\mu}$  y la probabilidad de aparición de  $\nu_e$  tomando arbitrariamente uno de los parámetros NSI  $\epsilon_{\alpha\beta} = 0.25$  (porque no es un valor ni muy grande ni muy pequeño teniendo en cuenta algunas referencias [33], [34]), dejando los demás con valor cero, para cada experimento. Al igual que en el estudio con materia es evidente que a bajas energías las oscilaciones se vuelven más frecuentes y que al aumentar la distancia habrá un aumento en la energía que es más sensible a las oscilaciones. También, se puede observar que el parámetro NSI  $\epsilon_{\mu\tau}$  cambia la probabilidad de desaparición del  $\nu_{\mu}$  estándar notablemente a altas energías y hay un desplazamiento de fase en aproximadamente 1.7 GeV en el caso del experimento NO $\nu$ A y en aproximadamente 2.9 GeV en el caso del experimento DUNE.

Como se puede observar en el caso de aparición del  $\nu_e$  la probabilidad de oscilación se ve afectada por más parámetros NSI que en el caso de desaparición de  $\nu_{\mu}$ . Los parámetros NSI que más afectan esta probabilidad son  $\epsilon_{ee}$ ,  $\epsilon_{e\mu}$ ,  $\epsilon_{e\tau}$ ,  $\epsilon_{\tau\tau}$ ,  $\epsilon_{\mu\tau}$  y el hecho de que sean varios los parámetros que afectan esta probabilidad se debe posiblemente a que la interacción de corriente cargada con los electrones del medio afecta directamente la probabilidad de oscilación más en el caso de los electrones, como se había mencionado antes.

Conociendo el efecto de los parámetros NSI y cuáles tienen mayor impacto en la oscilación, se puede hacer un estudio más detallado para así poder obtener sus respectivos posibles rangos de valores. Para realizar este estudio se variaron los parámetros  $\Delta m_{31}^2$  y  $\theta_{23}$  a 1 y 3  $\sigma$  de C.L. de acuerdo con en análisis global presentado en [25], obteniendo así dos bandas que se pueden utilizar para establecer los limites en que se podría variar los parámetros NSI.

La banda de color rojo en las figuras es la variación de los dos parámetros mencionados a  $3\sigma$ , mientras la banda color azul corresponde a la variación de  $1\sigma$  y la línea continua color azul corresponde a todos los parámetros con los respectivos valores que mejor ajustan los datos, de acuerdo con [25]. Por otro lado, el ajuste de los parámetros NSI se realizo tanto para el caso del experimento NO $\nu$ A (con un rango de energía de 0.5 GeV a 2.5 GeV) como para el experimento DUNE (con un rango de energía de 0.5 GeV a 5 GeV), esto se puede observar en las siguientes figuras para el caso de desaparición del  $\nu_{\mu}$  y luego para el caso de aparición  $\nu_{e}$ .



Figura 3.3: Probabilidad de desaparición de  $\nu_{\mu}$  con diferentes valores de  $\epsilon_{\mu\tau}$  para el experimento NO $\nu$ A.



Figura 3.4: Probabilidad de desaparición de  $\nu_{\mu}$  con diferentes valores de  $\epsilon_{\mu\tau}$  para el experimento DUNE.

En la figura 3.3 se puede observar como se va variando el parámetro  $\epsilon_{\mu\tau}$  en el canal  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\mu}$  para el experimento NO $\nu$ A. Comienza con un valor muy pequeño de tal manera que se puede visualizar que está dentro de la banda color azul ( $\Delta m_{31}^2$  y  $\theta_{23}$  a 1  $\sigma$ ), muy cerca de la línea continua azul (parámetros estándar con los valores de la tabla 1.1). Posteriormente se va variando hasta que el parámetro  $\epsilon_{\mu\tau}$  bordea la banda azul, esto implica que este parámetro a 1  $\sigma$  puede tomar el rango de valores  $-0.07 \leq \epsilon_{\mu\tau} \leq 0.07$ , aproximadamente. Luego, se sigue variando  $\epsilon_{\mu\tau}$  hasta que este llega a bordear la banda color rojo 3  $\sigma$ , obteniendo así un rango de valores  $-0.176 \leq \epsilon_{\mu\tau} \leq 0.132$ . Lograr que se bordee la banda roja permite concluir, de manera cualitativa, que con un nivel de confianza de 3 sigma, la desaparición de  $\nu_{\mu}$  podría tener efectos del parámetro  $\epsilon_{\mu\tau}$ , siempre que éste tome valores dentro del intervalo mencionado. Estos dos rangos encontrados por medio de este análisis cualitativo son consistentes con los obtenidos por la colaboración MINOS, reportados en [35].

La figura 3.4 muestra la variación de  $\epsilon_{\mu\tau}$  en el canal  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\mu}$  para el experimento DUNE. Al igual que en el caso de NO $\nu$ A se obtuvieron los limites de  $\epsilon_{\mu\tau}$  a 1 $\sigma$ tomando este un rango valores de  $-0.032 \leq \epsilon_{\mu\tau} \leq 0.032$  y a 3 $\sigma$  se encontró que toma el rango de  $-0.083 \leq \epsilon_{\mu\tau} \leq 0.090$ . Como se puede observar, el rango de posibles valores que toma el parámetro  $\epsilon_{\mu\tau}$  es más grande para el caso del experimento NO $\nu$ A que para DUNE, lo que lleva a concluir que el a mayor distancia (o energía) este parámetro se puede medir con mejor precisión.

Por otro lado, en las figuras 3.3 y 3.4 también se puede observar que hay un desfase y una variación en la frecuencia de oscilación para los diferentes valores que toma  $\epsilon_{\mu\tau}$ , reafirmando una vez mas que los parámetros NSI modifican la probabilidad de oscilación de una manera evidentemente compleja.



Figura 3.5: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{ee}$  para el experimento NO $\nu$ A.



Figura 3.6: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{ee}$  para el experimento DUNE.



Figura 3.7: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{e\mu}$  para el experimento NO $\nu$ A.



Figura 3.8: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{e\mu}$  para el experimento DUNE.



Figura 3.9: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{e\tau}$  para el experimento NO $\nu$ A.



Figura 3.10: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{e\tau}$  para el experimento DUNE.



Figura 3.11: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{\mu\tau}$  para el experimento NO $\nu$ A.



Figura 3.12: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{\mu\tau}$  para el experimento DUNE.



Figura 3.13: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{\tau\tau}$  para el experimento NO $\nu$ A.



Figura 3.14: Probabilidad de aparición de  $\nu_e$  con diferentes valores de  $\epsilon_{\tau\tau}$  para el experimento DUNE.

El mismo procedimiento que se realizó para los parámetros NSI que afectan el canal  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\mu}$ , se llevó acabo para los que afectan la oscilación en el canal  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{e}$ . Desde la figura 3.5 hasta la figura 3.14 se pueden observar las variaciones de los 5 parámetros ( $\epsilon_{ee}, \epsilon_{e\mu}, \epsilon_{e\tau}, \epsilon_{\tau\tau}, \epsilon_{\mu\tau}$ ) que afectan este canal a 1  $\sigma$  y 3  $\sigma$  para los experimentos NO $\nu$ A y DUNE. En algunas de ellas se pueden percibir que hay un cambio en la amplitud y la frecuencia. Ahora, observando el cruce de las probabilidades en las figuras 3.7 y 3.8 (lineas negras) es claro que para un cierto valor de la energía, la probabilidad de aparición de un  $\nu_{e}$  es igual para los dos valores de  $\epsilon_{\mu e}$ , dificultando la identificación de un posible rango de valores permitidos para este parámetro. Esto nos lleva a concluir que ese parámetro tiene un efecto que parece mezclar tanto cambios en la amplitud como en la frecuencia.

Por otro lado, como se logra percibir en las figuras se encontró que las lineas de los parametros NSI bordeaban de buena manera a  $1 \sigma$ , sin embargo, a  $3 \sigma$  no se pudo encontrar un borde muy definido para todos los parámetros. De igual manera tal como muestran las tablas 3.1 y 3.2 para experimentos de larga longitud de base o comúnmente llamado (*long-baseline*) se pueden obtener rangos de valores más pequeños para los parámetros NSI.

En las tablas 3.1 y 3.2 se resumen los rangos de valores que los parámetros NSI pueden tomar en el canal de aparición del  $\nu_e$  a 1  $\sigma$  y 3  $\sigma$ .

Parámetros NSI	$1 \sigma$	$3\sigma$
$\epsilon_{ee}$	-0.23 a $0.15$	-0.6 a 0.4
$\epsilon_{e\mu}$	-0.05 a $0.05$	-0.2 a $0.16$
$\epsilon_{e au}$	-0.02 a $0.02$	-0.07 a $0.13$
$\epsilon_{\mu au}$	-0.16 a $0.18$	-0.4 a $0.5$
$\epsilon_{ au au}$	-0.28 a $0.34$	-0.4  a 0.8

Tabla 3.1: Rango de valores para los parámetros NSI que afectan la probabilidad en el canal  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{e}$  para el experimento NO $\nu$ A.

Parámetros NSI	$1\sigma$	$3\sigma$
$\epsilon_{ee}$	-0.24 a $0.24$	-0.45 a $0.35$
$\epsilon_{e\mu}$	-0.025 a $0.035$	-0.05 a $0.09$
$\epsilon_{e au}$	-0.02 a $0.02$	-0.05 a $0.1$
$\epsilon_{\mu au}$	-0.1 a 0.1	-0.35 a $0.35$
$\epsilon_{ au au}$	-0.22 a $0.22$	-0.42 a $0.48$

Tabla 3.2: Rango de valores para los parámetros NSI que afectan la probabilidad en el canal $\nu_\mu\to\nu_e$  para el experimento DUNE.



### Conclusiones

En este trabajo se realizó el estudio sobre el cambio de la probabilidad de aparición de neutrinos electrónicos  $\nu_e$  y desaparición de neutrinos muónicos  $\nu_{\mu}$  debido a interacciones no estándar con la materia. Primero se observó como es el comportamiento de la probabilidad de oscilación en el vacío para tomarlo como referencia y se encontró que las oscilaciones son, por lo tanto, una función de los tres ángulos de mezcla, la distancia recorrida y la energía del neutrino y que el fenómeno del cambio de sabor no surge de las interacciones con la materia, sino que surge de la evolución temporal de un neutrino en sí.

Sabiendo esto, cuando se agregó la interacción con la materia se pudo observar cómo esa interacción afecta la probabilidad de oscilación en los dos canales mencionados. En la sección 2.1.2 se pudo evidenciar que la probabilidad de aparición del neutrino electrónico  $\nu_e$  es mayor que en el vacío y la desaparición del neutrino muónico  $\nu_{\mu}$ obtuvo un cambio mínimo, lo que indica que al agregar un potencial efectivo al Hamiltoniano en el vacío afecta notoriamente la probabilidad de oscilación. Por otra parte, se observó cómo la distancia de la fuente al detector de un experimento de neutrinos varía la probabilidad oscilación y da como resultado un cambio en el rango de energías, esto se evidenció con el uso de la configuración de distancia y energía del experimento DUNE.

Al agregar los parámetros NSI al Hamiltoniano en materia, se observó claramente que estos afectan notoriamente el canal de aparición de neutrinos electrónicos ya que de 6 parámetros que rigen este fenomeno 5 afectan la probabilidad de oscilación y esto posiblemente se debe a que la interacción de corriente cargada con los electrones del medio que afecta notoriamente en el caso de este canal. Por otra parte, la probabilidad en el canal de desaparición del neutrino muónico se ve afectada solo por un parámetro NSI el cual es  $\epsilon_{\mu\tau}$  y en este, aparte de que se percibe un cambio en la probabilidad de permanecer en ese sabor, también es notorio un cambio en la fase de oscilación en aproximadamente 1.7 GeV.

Para observar el rango de valores que podrían tomar estos parámetros NSI que hacen que esta probabilidad sea diferente, se cambiaron los parámetros  $\Delta m_{31}^2$  y  $\theta_{23}$  a 1 $\sigma$ y a 3 $\sigma$  de C.L. en los dos canales y para los dos experimentos (NO $\nu$ A y DUNE), los cuales arrojan dos banda definidas por la probabilidad estándar en materia. Primero se variaron los parámetros NSI hasta obtener los limites a 1 $\sigma$  y 3 $\sigma$  de C.L. Como resultado se obtuvo que los parámetro NSI pueden tomar los valores que se encuentran en las Tablas 3.1 y 3.2.

Así, dada la incertidumbre en los parámetros estándar que describen la oscilación de neutrinos, se puede afirmar que el hecho que los parámetros NSI tengan valores diferentes de cero puede que alguna manera estén interfiriendo la medida de los parámetros que rigen la oscilación de neutrinos. Por lo tanto, se necesitarían nuevos experimentos con mucha mayor precisión porque existe la posibilidad de confundir señales de NSI con un "nuevo" hallazgo (o actualización) ya sea en la violación CP, en los ángulos de mezcla o en el cuadrado de las diferencias de masas.

Se considera para proyectos futuros aparte de variar los parámetros estándar  $\Delta m_{31}^2$ y  $\theta_{23}$  a 1  $\sigma$  y a 3  $\sigma$ , se varíen los otros parámetros estándar y así poder obtener una estimación más precisa de estos parámetros NSI, así como hacer una análisis más exhaustivo, comparando las predicciones de un modelo con NSI con datos experimentales existentes.



## Determinación de las expresiones matemáticas de la probabilidad en la sección 1.4.1

En sección 4.1 del capítulo 1 se encontró una expresión matemática de la probabilidad de oscilación del neutrino, la cual se escribe de la siguiente forma:

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}}(E,L) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}) \sin^{2}\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right) + 2 \sum_{k>j} \Im(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}) \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{2E}\right).$$
(A.1)

Para llegar a esta ecuación, nosotros usamos la identidad  $e^{\pm i\theta} = \cos(\theta) \pm i \sin(\theta) = 1 - 2\sin^2(\frac{\theta}{2}) \pm i \sin(\theta)$  y expandimos exp $\left[-i\left(\frac{\Delta m_{k_j}^2 L}{2E}\right)\right]$  de la ecuación (1.23), de la forma:

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}}(E,L) = \sum_{k} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha k} U_{\beta k}^{*} + \sum_{k \neq j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}$$
$$- 2 \sum_{k \neq j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{k j}^{2} L}{4E}\right)$$
$$- i \sum_{k \neq j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*} \sin \left(\frac{\Delta m_{k j}^{2} L}{4E}\right).$$
(A.2)

A continuación, evaluaremos cada parte de la expresión individualmente. Comenzaremos con el término 3 de la ecuación A.2.

$$T_{3} = -2 \sum_{k \neq j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$$

$$= \sum_{k>j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$$

$$+ \sum_{k< j} U_{\alpha_{k}} U_{\beta k}^{*} U_{\alpha j}^{*} U_{\beta j} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{jk}^{2} L}{4E}\right)$$

$$= \sum_{k>j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$$

$$+ \sum_{k>j} U_{\alpha_{k}} U_{\beta k}^{*} U_{\alpha j}^{*} U_{\beta j} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$$

$$+ \sum_{k>j} U_{\alpha_{k}} U_{\beta k}^{*} U_{\alpha j}^{*} U_{\beta j} \sin^{2} \left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right).$$
(A.3)

Ahora, se factoriza y se tiene en cuenta la propiedad de la variable compleja que dice  $2\,\Re=\,z+\bar{z}$ 

$$T_{3} = \sum_{k>j} \sin^{2} \left( \frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E} \right) \left( U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*} + \left( U_{\alpha_{k}} U_{\beta k}^{*} U_{\alpha j}^{*} U_{\beta j} \right)^{*} \right)$$

$$= 2 \sum_{k>j} \Re (U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}) \sin^{2} \left( \frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E} \right),$$
(A.4)

donde  $\Re$  denota la parte real de un número complejo Z.

Para el término 4 de la ecuación A.2 se realiza el mismo procedimiento anterior. En este caso aparece un signo negativo al cambiar  $\Delta m_{kj}^2$ , el cual no apareció en el caso anterior porque la función sin<sup>2</sup> es par. En este caso tenemos la función sin que es impar y este signo negativo hace que usemos la propiedad de variable compleja  $2i\Im = z - \bar{z}$ 

$$T_4 = 2i \sum_{k>j} \Im(U^*_{\alpha_k} U_{\beta k} U_{\alpha j} U^*_{\beta j}) \sin\left(\frac{\Delta m^2_{kj} L}{4E}\right),\tag{A.5}$$

Ahora, de los términos 1,2 obtenemos que

$$T_{1} + T_{2} = \sum_{k} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha k} U_{\beta k}^{*} + \sum_{k \neq j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}$$

$$= \sum_{k} \sum_{j} U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}$$

$$= \sum_{k} (U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k}) \sum_{j} (U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*})$$

$$= \left| \sum_{k} U_{\alpha_{k}} U_{\beta k}^{*} \right|^{2},$$
(A.6)

si tenemos en cuenta la relación de unitariedad

$$UU^{\dagger} = 1 \longleftrightarrow \sum_{k} U_{\alpha_{k}} U_{\beta_{k}}^{*} = \delta_{\alpha\beta}, \qquad (A.7)$$

se puede decir que

$$T_1 + T_2 = \delta_{\alpha\beta}.\tag{A.8}$$

Juntando cada término hallado, encontramos la ecuación A.1

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\beta}}(E,L) = \delta_{\alpha\beta} - 2 * 2 \sum_{k>j} \Re(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}) \sin^{2}\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$$
$$- i * 2i \sum_{k>j} \Im(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}) \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$$
$$= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}) \sin^{2}\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$$
$$+ 2 \sum_{k>j} \Im(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^{*}) \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right).$$
(A.9)

Por otro lado, en el caso de la probabilidad de supervivencia  $\alpha = \beta$  la ecuación A.9 cambia de la siguiente forma:

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\alpha}}(E,L) = \delta_{\alpha\alpha} - 4 \sum_{k>j} \Re(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\alpha k} U_{\alpha j} U_{\alpha j}^{*}) \sin^{2}\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$$
  
+  $2 \sum_{k>j} \Im(U_{\alpha_{k}}^{*} U_{\alpha k} U_{\alpha j} U_{\alpha j}^{*}) \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$   
=  $\delta_{\alpha\alpha} - 4 \sum_{k>j} \Re |U_{\alpha k}|^{2} |U_{\alpha j}|^{2} \sin^{2}\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right)$   
+  $2 \sum_{k>j} \Im |U_{\alpha k}|^{2} |U_{\alpha j}|^{2} \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^{2} L}{4E}\right).$  (A.10)

Ahora, debido a la propiedad de la delta de Kronecker y teniendo en cuenta que  $|U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha j}|^2$  es real, la expresión anterior queda de la forma:

$$P_{\nu_{\alpha} \to \nu_{\alpha}}(E,L) = 1 - 4 \sum_{k>j} \Re |U_{\alpha k}|^2 |U_{\alpha j}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E}\right).$$
(A.11)

# Apéndice **L**

## Experimentos de neutrinos considerados

Como se había mencionado antes, los neutrinos rara vez interactúan con otras partículas; pueden atravesar todo el planeta como si fuera un espacio vacío. Para estudiarlos resulta necesario utilizar haces de neutrinos de alta intensidad, los cuales son dirigidos hacia detectores de gran tamaño, duerante largos periodos de tiempo para estudiar su evolución. En la actualidad el experimento  $\mathrm{NO}\nu\mathrm{A}^{\mathrm{II}}$  (NuMI Off-Axis  $\nu_e$  Appearance) implementa esta metodología para el estudio de neutrinos y, próximamente, el experimento  $\mathrm{DUNE}^{\mathrm{II}}$  (Deep Underground Neutrino Experiment) también la aplicará. En este apéndice se hace una breve presentación de estos dos experimentos. Información detallada sobre los mismos se puede encontrar en su correspondiente página web.

#### B.1. Experimento $NO\nu A$

 $NO\nu A$  [36] es un experimento de oscilación de neutrinos basado en un acelerador de larga longitud de base. Utiliza el haz mejorado de NuMI (Neutrinos at the Main Injector) y mide la aparición de neutrinos electrónicos y la desaparición de neutrinos muónicos en su detector lejano que contiene líquido centellador de 14 kt a una distancia de 810 km en Ash River, Minnesota, para detectar la oscilación. El detector cercano está en Fermilab y toma muestras del haz no oscilado para estimar fondos

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>https://novaexperiment.fnal.gov/

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>https://www.dunescience.org/
en el detector lejano. El detector lejano se ubica a 14 mrad al oeste del eje central del haz para producir un haz de banda estrecha alrededor de la región máxima de oscilación que es aproximadamente 2 GeV [37], [38].

La siguiente figura muestra algunos espectros de energía de neutrinos simulados para interacciones de corriente cargada en detectores ubicados 0, 7, 14 y 21 mrad del eje del haz NuMI [37]. En el panel inferior, también se muestra la probabilidad de aparición de neutrinos electrónicos,  $\nu_e$ , a partir de un haz de neutrinos muónicos,  $\nu_{\mu}$ .



Figura B.1: Espectros de energías y probabilidad de aparición del  $\nu_e$ . Tomada de [37].

Como se observa en la figura B.1, teóricamente se predice que para el experimento NO $\nu$ A se presenta la mayor aparición de neutrinos electrónicos  $\nu_e$  en aproximadamente en 2 GeV. Esta misma información se puede corroborar en la figura 1 de [38]

que muestra una composición prevista del haz de NuMI en el detector cercano. Por otra parte, NO $\nu$ A tiene una de las distancias más larga y esto hace que maximice el efecto de la materia y permite una medición del orden de masa de neutrinos. Debido a que NO $\nu$ A tiene detectores grandes, también se puede usar para estudiar otra física como sección eficaz de neutrinos, neutrinos estériles e **interacciones no estándar de neutrinos** [37].

## **B.2.** Experimento DUNE

Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE) [40] es un experimento internacional de vanguardia para la ciencia de neutrinos y del estudio del decaimiento protones. Algunos de los objetivos de DUNE son: la fase de violación de la simetría de Carga Paridad CP, la determinación de la jerarquía de masas de neutrinos y las mediciones precisas de los parámetros de oscilación de neutrinos.

DUNE consistirá en dos detectores de neutrinos colocados en el haz de neutrinos más intenso del mundo. Un detector registrará las interacciones de partículas cerca de la fuente del haz, en el Fermi National Accelerator Laboratory en Batavia, Illinois. Se instalará un segundo detector, mucho más grande, a más de un kilómetro bajo tierra en el Laboratorio de Investigación Subterránea de Sanford en Lead, Dakota del Sur, a 1.300 kilómetros de la fuente donde se formará un haz de neutrinos en el eje de banda ancha de alta intensidad con energías de 1 a 10 GeV [39]. El diseño del detector cercano es un rastreador de grano fino en un campo magnético, complementado por un detector de calorimetría y rango de muones. Se ubicará a una distancia de 574 m del objetivo, a una profundidad de 65 m. El detector lejano constará de cuatro criostatos equipados con *Liquid Argon Time Projection Chambers* (LAr TPC) con una masa de 40 kt. Por otra parte, al igual que NO $\nu$ A, DUNE tiene una de las líneas de base más larga y esto hace que maximice el efecto de la materia lo que puede llevar a estudiar diferentes fenómenos físicos.

La figura B.2 muestra el flujo de energías en el detector lejano para el neutrino muónico y el neutrino electrónico. También se logra percibir una amplia gama de energías con un pico entre 1 a 5 GeV como se muestra en la figura B.2.



Figura B.2: Flujo de energías en el detector lejano. Tomada de  $\fbox{40}$ 

## Bibliografía

- C. Giunti and C. W. Kim, "Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics," Oxford, UK: Univ. Pr. (2007) 710 p
- F. Reines, "The neutrino: From poltergeist to particle," Rev. Mod. Phys. 68, 317 (1996). doi:10.1103/RevModPhys.68.317
- [3] L. A. Mikaelyan, "Investigation of neutrino properties in experiments at nuclear reactors: Present status and prospects," Phys. Atom. Nucl. 65, 1173 (2002) [Yad. Fiz. 65, 1206 (2002)] doi:10.1134/1.1495017 [hep-ph/0210047].
- [4] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], "Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos," Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998) doi:10.1103/PhysRevLett.81.1562 [hep-ex/9807003].
- [5] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, "Remarks on the unified model of elementary particles," Prog. Theor. Phys. 28, 870 (1962). doi:10.1143/PTP.28.870
- [6] V. N. Gribov and B. Pontecorvo, "Neutrino astronomy and lepton charge," Phys. Lett. 28B, 493 (1969). doi:10.1016/0370-2693(69)90525-5
- [7] Q. R. Ahmad *et al.* [SNO Collaboration], "Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory," Phys. Rev. Lett. 89, 011301 (2002) doi:10.1103/PhysRevLett.89.011301 [nucl-ex/0204008].

- [8] A. Kozlov [KamLAND Collaboration], "Measurement of reactor anti-nu/e oscillation with KamLAND," Nucl. Phys. Proc. Suppl. 149, 131 (2005). doi:10.1016/j.nuclphysbps.2005.05.025
- [9] F. Suekane, "Neutrino Oscillations : A Practical Guide to Basics and Applications," Lect. Notes Phys. 898, pp. 1 (2015). doi:10.1007/978-4-431-55462-2
- [10] M. Altmann *et al.* [GNO Collaboration], "GNO solar neutrino observations: Results for GNO I," Phys. Lett. B **490**, 16 (2000) doi:10.1016/S0370-2693(00)00915-1 [hep-ex/0006034].
- [11] M. Altmann *et al.* [GNO Collaboration], "Complete results for five years of GNO solar neutrino observations," Phys. Lett. B **616**, 174 (2005) doi:10.1016/j.physletb.2005.04.068 [hep-ex/0504037].
- [12] J. N. Abdurashitov *et al.* [SAGE Collaboration], "Solar neutrino flux measurements by the Soviet-American Gallium Experiment (SAGE) for half the 22 year solar cycle," J. Exp. Theor. Phys. **95**, 181 (2002) [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **122**, 211 (2002)] doi:10.1134/1.1506424 [astro-ph/0204245].
- [13] W. Hampel et al. [GALLEX Collaboration], "GALLEX solar neutrino observations: Results for GALLEX IV," Phys. Lett. B 447, 127 (1999). doi:10.1016/S0370-2693(98)01579-2
- [14] L. Wolfenstein, "Neutrino Oscillations in Matter," Phys. Rev. D 17, 2369 (1978). doi:10.1103/PhysRevD.17.2369
- [15] S. P. Mikheyev and A. Y. Smirnov, "Resonance Amplification of Oscillations in Matter and Spectroscopy of Solar Neutrinos," Sov. J. Nucl. Phys. 42, 913 (1985)
  [Yad. Fiz. 42, 1441 (1985)].
- [16] A. Friedland and C. Lunardini, "A Test of tau neutrino interactions with atmospheric neutrinos and K2K," Phys. Rev. D 72, 053009 (2005) doi:10.1103/PhysRevD.72.053009 [hep-ph/0506143].
- [17] N. Kitazawa, H. Sugiyama and O. Yasuda, "Will MINOS see new physics?," hep-ph/0606013.

- [18] M. Blennow, T. Ohlsson and W. Winter, "Non-standard Hamiltonian effects on neutrino oscillations," Eur. Phys. J. C 49, 1023 (2007) doi:10.1140/epjc/s10052-006-0177-3 [hep-ph/0508175].
- [19] Iker Loic De Icaza Astiz, "Búsquedas de oscilaciones de neutrinos en el experimento MiniBooNE: análisis de aparición de neutrinos y antineutrinos del electrón". Universidad Autónoma Nacional De México. (Tesis de licenciatura) (2013)
- [20] Rodríguez, J. A., Poveda, J., Poveda, N. (2009). El modelo estándar de partículas elementales. Ciencia en Desarrollo Vol. 2, No.2. Dic. 2006, p.105-114. ISSN 0121-7488.
- [21] V. Barger, D. Marfatia and K. Whisnant, "The physics of neutrinos" Princeton, USA: Princeton Univ. Pr. (2012). ISBN: 9780691128535.
- [22] F. Reines, C. L. Cowan, F. B. Harrison, A. D. McGuire and H. W. Kruse, "Detection of the free anti-neutrino," Phys. Rev. 117, 159 (1960). doi:10.1103/PhysRev.117.159
- [23] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes and R. P. Hudson, "Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay," Phys. Rev. 105, 1413 (1957). doi:10.1103/PhysRev.105.1413
- [24] T. Junqueira de Castro Bezerra, "Improvement of  $\theta_{13}$  Measurement in the Double Chooz Experiment and the First Effective  $\Delta m_{31}^2$  Measurement from Reactor Neutrino Oscillation at Different Baselines,", PhD. Thesis (2013) Tohoku University, Sendai, Japan. Springer Theses, Springer. doi:10.1007/978-4-431-55375-5
- [25] I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, A. Hernandez-Cabezudo, M. Maltoni and T. Schwetz, "Global analysis of three-flavour neutrino oscillations: synergies and tensions in the determination of θ<sub>23</sub>, δ<sub>CP</sub>, and the mass ordering," JHEP **1901**, 106 (2019) doi:10.1007/JHEP01(2019)106 [arXiv:1811.05487 [hep-ph]]. NuFIT 4.1 (2019), www.nu-fit.org.
- [26] Daniel Ivan Scully, "Neutrino induced coherent pion production", Ph.D. University of Warwick 2013.

- [27] Mattias Blennow and Alexei Yu. Smirnov, "Neutrino Propagation in Matter," Advances in High Energy Physics, vol. 2013, Article ID 972485, 33 pages, 2013. https://doi.org/10.1155/2013/972485.
- [28] P. B. Denton, H. Minakata and S. J. Parke, "Compact Perturbative Expressions For Neutrino Oscillations in Matter," JHEP 1606, 051 (2016) doi:10.1007/JHEP06(2016)051 [arXiv:1604.08167 [hep-ph]].
- [29] K. J. Kelly and S. J. Parke, "Matter Density Profile Shape Effects at DU-NE," Phys. Rev. D 98, no. 1, 015025 (2018) doi:10.1103/PhysRevD.98.015025 [arXiv:1802.06784 [hep-ph]].
- [30] P. Singh [NOvA Collaboration], "Extracting Neutrino Oscillation Parameters using a Simultaneous Fit of the  $\nu_e$  Appearance and  $\nu_{\mu}$  Disappearance Data in the NOvA Experiment," arXiv:1710.03829 [hep-ex].
- [31] F. Capozzi, S. S. Chatterjee and A. Palazzo, "Neutrino mass ordering obscured by non-standard interactions," arXiv:1908.06992 [hep-ph].
- [32] M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni and J. Salvado, "Testing matter effects in propagation of atmospheric and long-baseline neutrinos," JHEP **1105**, 075 (2011) doi:10.1007/JHEP05(2011)075 [arXiv:1103.4365 [hep-ph]].
- [33] S. V. Demidov, "Bounds on non-standard interactions of neutrinos from IceCube DeepCore data," arXiv:1912.04149 [hep-ph].
- [34] L. J. Flores, N. Nath and E. Peinado, "Non-standard neutrino interactions in U(1)' model after COHERENT data," arXiv:2002.12342 [hep-ph].
- [35] P. Adamson *et al.* [MINOS Collaboration], "Search for flavor-changing nonstandard neutrino interactions by MINOS," Phys. Rev. D 88, no. 7, 072011 (2013) doi:10.1103/PhysRevD.88.072011 [arXiv:1303.5314 [hep-ex]].
- [36] D. Ayres et al. [NOvA], "The NOvA Technical Design Report," doi:10.2172/935497
- [37] J. Bian, "The NOvA Experiment: Overview and Status," arXiv:1309.7898 [physics.ins-det].

- [38] M. A. Acero *et al.* [NOvA Collaboration], "New constraints on oscillation parameters from  $\nu_e$  appearance and  $\nu_{\mu}$  disappearance in the NOvA experiment," Phys. Rev. D **98**, 032012 (2018) doi:10.1103/PhysRevD.98.032012 [ar-Xiv:1806.00096 [hep-ex]].
- [39] Y. Kudenko, "Neutrino detectors for oscillation experiments," JINST 12, no. 06, C06003 (2017) doi:10.1088/1748-0221/12/06/C06003 [arXiv:1705.06059 [physics.ins-det]].
- [40] B. Abi et al. [DUNE Collaboration], "Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE), Far Detector Technical Design Report, Volume II DUNE Physics," arXiv:2002.03005 [hep-ex].