INTRODUCCION A LA FISICA

I

MECANICA
CALOR

POR

MARCELO ALONSO,

Director Adjunto Departamento de Asuntos Científicos Unión Panamericana.

Y

VIRGILIO ACOSTA,

Profesor de Física Academia Naval de Annápolis.

15
EDICION

1967

IMPRESO POR

PUBLICACIONES CULTURAL LTDA.

PROLOGO

No cabe duda que el inicio del estudio de la Física elemental presenta serias dificultades tanto por la naturaleza misma de esta ciencia cuanto por las circunstancias de edad, preparación previa, etc., que acompañan a los alumnos. Por esas razones los presentes autores han estimado que sería de gran valor pedagógico la preparación de un texto sencillo, claro y preciso, sin nada superfluo ni destinado a cursos posteriores. Con este objetivo se ha preparado el presente texto de Física que estimamos podrá utilizarse con provecho y sin dificultad en los primeros cursos del Bachillerato y en las Escuelas de Artes y Oficios, Técnicas, etc.

En lo que a la orientación general se refiere se ha seguido la misma de la obra más avanzada de uno de los autores (M. Alonso, Física, Curso Elemental, Cultural, S.A.) dándosele especial importancia al problema de las unidades y al orden lógico del material. En la selección del material nos hemos limitado exclusivamente al mínimo que debe exigirse razonablemente a un alumno que se inicia. La presentación de los diversos tópicos se ha realizado por vía intuitiva y las demostraciones de carácter analítico se han eliminado en general excepto cuando además de ser muy sencillas ilustran una aplicación de un principio importante. En cada momento se ha tenido presente el aspecto práctico de la asignatura señalando aquellas aplicaciones a la vida cotidiana que nos han parecido más importantes.

Cada capítulo va acompañado de numerosos y variados problemas convenientemente escogidos; algunos pocos son, sin embargo, más difíciles de lo que corresponde a este curso, con el objeto de que sirvan de estímulo a los alumnos más aventajados.

En la presente edición se ha conservado el estilo y organización de la edición anterior pero se han introducido algunas modificaciones para adaptar mejor el libro a las necesidades actuales. Los autores desean expresar una vez más su agradecimiento a todos aquellos que han usado este libro.

El texto se ha tratado de mantener dentro del contenido del programa oficial.

Finalmente los autores expresan por este medio su más sincero agradecimiento a todos aquellos que de un modo u otro han contribuido a la realización de esta obra pero especialmente al doctor Miguel A. Maseda, Profesor Titular de Física Teórica de la Universidad de La Habana, quien ha leído los originales.

M. Alonso
V. Acosta

capítulo **1** Nociones generales

1. ¿QUE ES LA CIENCIA?

Fenómeno es toda modificación que ocurre en la naturaleza, como por ejemplo la caída de un cuerpo, el crecimiento de una planta, el viento, etc. CIENCIA (latín: scientia, conocimiento) *es toda descripción coherente y sistemática de un grupo de fenómenos.* En este sentido las ciencias naturales se dividen en dos grandes ramas: las *ciencias biológicas* y las *ciencias físicas.* También podemos hablar de las ciencias sociales, económicas, etc.

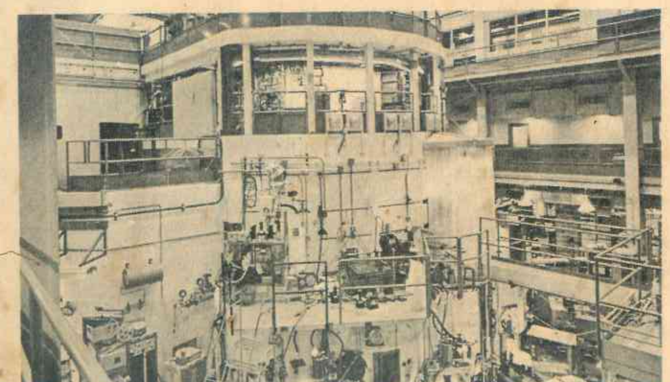


Fig. 1. Los laboratorios modernos de Física están llenos de aparatos desde los más sencillos hasta los más complicados. La fotografía ilustra el reactor nuclear de investigación del laboratorio Oak Ridge (Estados Unidos de América) rodeado de los instrumentos utilizados por los físicos para realizar gran diversidad de experimentos.

Las ciencias biológicas se ocupan de los fenómenos relacionados con los seres animados o dotados de *vida* y comprenden varias secciones que cada una por sí tiene el carácter de ciencia: Botánica, Zoología, Biología, etc.

Las ciencias físicas analizan los fenómenos que se observan en los seres inanimados o carentes de vida. Comprenden varias ramas denominadas Astronomía, Geología, Química, Física, etc. Cada una de ellas incluye un núcleo central de fenómenos bien definidos, pero en los límites se confunden unas con otras siendo, por ejemplo, muy difícil precisar dónde termina la Química y empieza la Física, ya que hay fenómenos que pueden caer indistintamente dentro del campo de ambas ciencias.

Los fenómenos físicos son aquellos en los que no cambia la naturaleza de las substancias que intervienen en los mismos como el movimiento de un cuerpo o la vaporización del agua. *Los fenómenos químicos son aquellos en los que hay cambios en la naturaleza de las substancias* como cuando se quema un pedazo de carbón. Sin embargo, estas definiciones u otras semejantes son muy deficientes e incompletas.

Resulta imposible encerrar en una definición el campo completo de cada una de estas ciencias. Solamente después de un estudio cuidadoso de las mismas podemos discernir cuándo un fenómeno pertenece a una de ellas. El lector solo podrá tener una idea de qué es la Física cuando haya hojeado las páginas de este libro, aunque puede tener la seguridad de que cuando haya terminado su labor no habrá adelantado un solo paso en lo que a lograr una definición de esta ciencia se refiere. No obstante, y eso es lo único importante, estará capacitado para comprender cuándo un fenómeno cae o no dentro del campo de la Física.

Aún entre las ciencias biológicas y las físicas existe una estrecha relación, pues los seres animados de vida están compuestos por los mismos elementos que los seres inanimados.

Los fenómenos estudiados en la Física se agrupan por conveniencia en cinco ramas: Mecánica, Calor, Acústica, Optica y Electricidad, estando todas ellas íntimamente relacionadas.

2. EL METODO CIENTIFICO

Como definimos anteriormente, toda ciencia consiste en la descripción ordenada, coherente y sistemática de un grupo de fenómenos. Para lograr esa descripción el investigador realiza cuidadosamente una serie de operaciones que constituyen lo que llamamos el *método científico*. La aplicación continua de este método es lo que diferencia al hombre de ciencia del hombre de la calle. Este último percibe los fenómenos al igual que el primero, pero no los analiza. El método científico consiste en las siguientes operaciones: 1) Observación o experimentación, 2) Organización, 3) Hipótesis y Teoría, 4) Verificación.

3. OBSERVACION Y EXPERIMENTACION

El primer paso en toda investigación es la *observación o examen cuidadoso de un fenómeno determinado.* Como ejemplo típico de observación podemos citar la efectuada por los astrónomos interrogando a los astros en su movimiento. La observación es substituída con ventaja en muchos casos por la *experimentación. Un experimento es un fenómeno que nosotros mismos producimos y controlamos disponiendo adecuadamente las condiciones necesarias.* El experimento va acompañado de la observación, en el sentido definido antes, y el conjunto constituye la experimentación. Una experimentación muy sencilla sería soltar un cuerpo en medio del aire y ver lo que ocurre.

Entre la observación y la experimentación hay una diferencia esencial: en la primera el investigador desempeña un papel pasivo; en la segunda un papel esencial y activo. El método experimental es más propio de la Física y de la Química, aunque muchas veces se emplea la observación, que por ejemplo, es el único método que puede emplearse en Astronomía. El rápido progreso científico en los últimos tiempos se ha debido al desarrollo de los métodos experimentales.

Una observación o una experimentación están generalmente incompletas si no van acompañadas de alguna *medida* o determinación cuantitativa de los diversos factores que intervienen en el fenómeno. Así la observación del movimiento de un astro no queda completa hasta que no se ha medido, por ejemplo, su distancia al sol, su velocidad, etc., mientras que la caída de un cuerpo debe ir acompañada de la medida de la distancia que ha caído, el tiempo que ha empleado, etc.

La experimentación como método científico fue introducida en la Física por el investigador Galileo Galilei a fines del siglo XVI. La observación, sin embargo, ha existido desde el mismo instante en que el hombre apareció sobre la Tierra.

4. ORGANIZACION. LEYES

Si la labor del investigador terminara con la observación o la experimentación la ciencia no habría existido jamás. El investigador debe además analizar u organizar los resultados cualitativos y cuantitativos obtenidos, compararlos entre ellos y con los resultados de observaciones o experimentos anteriores. Como consecuencia de este análisis y de esta comparación el investigador obtiene *leyes.*

Una **ley** *es la expresión de una rutina en la naturaleza*, es decir, algo que se repite siempre que las condiciones sean las mismas. Por ejemplo, en el caso del cuerpo que soltamos en el aire, el análisis de ese caso y de muchos otros análogos nos conduce a afirmar que "*todo cuerpo dejado libremente, cae hacia la superficie de la tierra*". Este resultado constituye una ley, ya que expresa algo que siempre ocurre en la naturaleza en la misma forma, cada vez que se producen las mismas circunstancias (soltar el cuerpo).

Las leyes pueden ser *cualitativas* y *cuantitativas*. Una ley es *cualitativa* cuando no contiene relación alguna entre las magnitudes que intervienen en el fenómeno, como la enunciada en el párrafo anterior. Una ley es *cuantitativa* si el enunciado de la ley expresa además alguna relación entre las magnitudes que corresponden al fenómeno. Usualmente las leyes cuantitativas son de más utilidad que las cualitativas.

Las leyes cuantitativas se expresan casi siempre por medio de *fórmulas*, que son relaciones algebraicas entre los *símbolos* que representan las magnitudes de los factores que intervienen en el fenómeno. Volviendo a nuestro ejemplo del cuerpo que soltamos en el aire, si medimos la altura h y el tiempo t empleado en caer y los comparamos con la altura y el tiempo en otros experimentos semejantes, encontraremos que entre ambas magnitudes existe siempre la siguiente relación:

$$\frac{h}{t^2} = c \quad \text{o} \quad h = ct^2$$

donde c es un coeficiente constante, o sea, que tiene el mismo valor en todos los casos. El resultado anterior es, pues, la expresión simbólica o algebraica de una ley cuantitativa.

La ley puede también expresarse por medio de palabras. En efecto, observamos que si t aumenta, h también aumenta. Además, si t se *duplica*, como aparece al cuadrado en la fórmula resulta que h se *cuadruplica;* si t se *triplica*, h se hace *nueve veces* mayor, etc. Podemos pues decir que *h es directamente proporcional al cuadrado de t.*

En general, dos magnitudes son *directamente proporcionales* cuando su *cociente* es constante, de modo que al aumentar una, la otra también aumenta y recíprocamente; luego si x e y son dos magnitudes directamente proporcionales, debe cumplirse que

$$\frac{y}{x} = c \quad \text{o} \quad y = cx$$

El enunciado de la ley cuantitativa contenida en estas relaciones es: *y es directamente proporcional a x.*

Dos magnitudes son *inversamente proporcionales* cuando su *producto* es constante, de modo que al aumentar una, la otra disminuye y recíprocamente. Por tanto, si dos magnitudes x e y son inversamente proporcionales se cumple la relación

$$xy = c \quad \text{o} \quad y = \frac{c}{x}$$

Se ve que al aumentar x el valor de y debe disminuir y al contrario. El enunciado de la ley cuantitativa contenida en la relación anterior sería el siguiente: *y es inversamente proporcional a x.*

Las leyes se expresan frecuentemente mediante gráficos. Por ejemplo, si en la descripción de un fenómeno intervienen dos magnitudes x e y, y aunque x varíe, la y permanece constante, este resultado puede expresarse

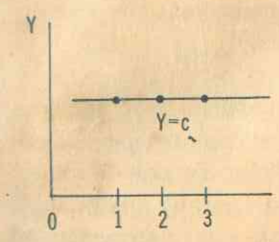


Fig. 2.

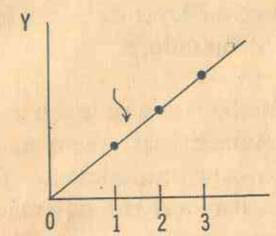


Fig. 3.

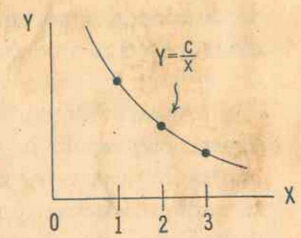


Fig. 4.

gráficamente como en la fig. 2. La ley de proporcionalidad directa $y = cx$ se representa gráficamente por una línea recta como en la fig. 3. La ley de proporcionalidad inversa $y = \frac{c}{x}$ se representa por la curva de la fig. 4, que se llama hipérbola.

La representación gráfica de las leyes es muy importante y permite comprender fácilmente la forma en que dos magnitudes físicas están relacionadas.

Las leyes son en general corregidas contínuamente, pues a medida que los procedimientos experimentales van siendo perfeccionados y refinados se van conociendo con más precisión los valores numéricos de las magnitudes que intervienen en las mismas y algunas veces se descubren nuevos factores que no se habían tenido en cuenta previamente. Con ello muchas leyes que en un principio eran muy simples han ido volviéndose más complejas, o a la inversa, con el transcurso de las investigaciones. Sin embargo, lo que se ha perdido en sencillez se ha ganado en exactitud, que tiene mucho más valor para la ciencia.

5. HIPOTESIS Y TEORIA

El investigador no se conforma con la experimentación y las leyes obtenidas. Quiere además, buscar una *explicación* a los fenómenos observados y a las leyes descubiertas.

Para ello comienza por establecer una serie de postulados o hipótesis. *Las hipótesis son ideas acerca de la naturaleza o carácter íntimo de los elementos que intervienen en el fenómeno que desea explicar.* Estas hipótesis son arbitrarias en el sentido de que en general, no tienen origen experimental: el físico las introduce por su sencillez o por su aparente conveniencia sin que pueda justificarlas a priori. Lo único que puede exigírseles es que no envuelvan contradicción con ellas mismas. Sin embargo, algunas veces adopta como hipótesis las leyes de algún fenómeno más simple relacionado con el que está analizando.

A partir de su hipótesis y siguiendo un razonamiento estrictamente lógico, empleando la matemática casi siempre, trata entonces de *deducir* las leyes que ha obtenido experimentalmente. El valor de una hipótesis se mide *a posteriori* por la mayor o menor exactitud con que nos permite deducir una ley. *El conjunto formado por las hipótesis y los razonamientos lógico-matemáticos asociados a las mismas es lo que se llama una* TEORÍA.

Ahora bien, se comprende perfectamente que podemos imaginar hipótesis diferentes que den lugar a teorías distintas pero que explican igualmente un mismo fenómeno. Es el caso de un detective frente a un crimen complicado: formula varias teorías del crimen, todas más o menos posibles. Su habilidad consiste en hallar la verdadera, que algunas veces puede ser que no se encuentre aún entre las que ha propuesto. Como ejemplo de esta multiplicidad de teorías podemos citar, aunque para el alumno sean todavía palabras sin significado, la teoría corpuscular y la teoría ondulatoria de la luz, que aún hoy son igualmente correctas para explicar varios fenómenos.

Volviendo al ejemplo de la caída de un cuerpo, la hipótesis habría consistido en suponer que la Tierra atrae a los cuerpos en cierta forma (Cf. Capítulo III) y aplicando entonces los principios de la Dinámica, deducir la relación $h = ct^2$.

6. PREDICCION Y VERIFICACION

A una teoría se le exige además, que (*a*) pueda también explicar aquellos fenómenos que están íntimamente relacionados con aquel que la originó, (*b*) que sea apta para explicar los nuevos fenómenos que van descubriéndose y (*c*) que prosiguiendo la cadena de razonamientos, nos permita predecir resultados experimentales aún no observados y leyes aún no descubiertas.

Cuando una teoría va satisfaciendo las condiciones (*a*) y (*b*) decimos que se *verifica* y ello constituye un índice de su mayor o menor éxito. Cuando no es capaz de cumplirlas la teoría es desechada.

El carácter (*c*) o posibilidad de *predecir* resultados desconocidos es el que hace que una teoría, por absurda que pueda parecer, tenga siempre un valor extraordinario, ya que contribuye a enriquecer nuestros conocimientos.

Apliquemos lo dicho a nuestro ejemplo de la caída de un cuerpo. Como indicamos en el epígrafe anterior, la explicación de este fenómeno nos llevó a suponer la existencia de una atracción entre el cuerpo y la Tierra. Entonces sir Isaac Newton (1642-1727), formuló la hipótesis de que dicha atracción se manifestaba también entre todos los astros y cuerpos del Universo y postuló la intensidad de dicha atracción creando así la Teoría de la Gravitación Universal (Capítulo XII). Mediante dicha teoría y empleando para ello la matemática, logró deducir las leyes del movimiento planetario que habían sido descubiertas previamente por Johann Kepler (1571-1630), como resultado de la organización por el mismo, de las observaciones de Tycho Brahe (1546-1601). Llegamos sin embargo, a un momento crítico para la teoría de la Gravitación: el movimiento de Urano, el planeta más exterior de los conocidos en los comienzos del siglo XIX, presentaba ciertas anomalías inexplicables dentro de la teoría de la Gravitación, si se tenían en cuenta los planetas hasta entonces conocidos. En ese momento el astrónomo Le Verrier (1811-1877), concluyó que si la teoría de la Gravitación era correcta, dichas anomalías se debían necesariamente a la existencia de un planeta desconocido y el 30 de agosto de 1846 en una comunicación a la Academia de Ciencias indicó el lugar del cielo donde el planeta podría ser observado. No había transcurrido aún un mes, cuando el astrónomo alemán Galle logró observar el nuevo planeta llamado Neptuno, justamente en el lugar calculado por Le Verrier. La teoría de la Gravitación quedó robustecida y nuestros horizontes se ensancharon. Indudablemente que sin la teoría el planeta hubiera sido descubierto más tarde al perfeccionarse los instrumentos de observación, pero hubiera sido un hecho accidental y no hubiera tenido para nosotros la misma significación.

Las teorías, con su continuo evolucionar, surgir y desaparecer, junto con la experimentación, han sido las armas más poderosas que ha esgrimido el hombre en su afán de conocer la naturaleza.

La existencia del método científico y aún de la misma ciencia tiene su origen en la firme creencia de la *uniformidad* de la naturaleza, es decir, que supuestas siempre las mismas circunstancias, la naturaleza evoluciona siempre en la misma forma. El análisis de esta creencia nos conduce al *principio de causalidad*, indispensable para la ciencia, pero cuyo estudio no es propio de este lugar.

7. IMPORTANCIA DE LA FISICA

Un solo vistazo a las conquistas de nuestra civilización, es suficiente para revelarnos la trascendencia de la ciencia en la cual vamos a penetrar: la luz eléctrica, el radio, el teléfono, la televisión, el cinematógrafo, el automóvil, el avión, los motores Diesel, las máquinas de vapor, las grandes construcciones, los reactores nucleares, los satélites artificiales, etc., son todos productos de la Física, cuyo estudio, por otra parte, es apasionante y de gran interés. A su comprensión y completa inteligencia debemos pues dedicar nuestros esfuerzos.

PREGUNTAS

1. ¿Qué es un fenómeno? Enuncie cinco fenómenos diferentes.
2. ¿Cuál es el objeto de toda ciencia? Cite algunas ciencias que ha estudiado e indique cómo dicha ciencia se construye.
3. Enumere las distintas etapas del método científico y aplíquelas a un ejemplo.
4. ¿A qué atribuye el rápido progreso científico durante los últimos 50 años?
5. ¿Qué es una ley? ¿Por qué muchas leyes son modificadas a medida que progresan las investigaciones?
6. ¿Qué es una ley de proporcionalidad directa? ¿De proporcionalidad inversa?

7. Al hacer un experimento se encontró que los valores de una magnitud y eran 14.8, 10.6, 6.9 y 5.4, mientras que los valores de otra magnitud x fueron 29.6, 21.2, 13.8 y 10.8. ¿Qué clase de relación hay entre x e y?
8. Si x es directamente proporcional a y, y vale 3.6 cuando y vale 2.8, ¿cuál es el valor de y cuando x vale 5.2?
9. Resolver el problema anterior si x es inversamente proporcional a y.
10. Establecer las leyes que se derivan de la expresión $v = \dfrac{x\sqrt{u}}{z^2}$.
11. ¿En cuál de las dos expresiones y es proporcional a x: $y = 3x$ o $y = 3x + 2$? Explique su respuesta.
12. ¿En cuál de las dos expresiones y es inversamente proporcional a x:

    $y = \dfrac{5}{x}$ o $y = 2 + \dfrac{5}{x}$? Explique su respuesta.
13. Escribir la fórmula que corresponde a la siguiente ley: v es directamente proporcional al cuadrado de x e inversamente proporcional a la raíz cúbica de y.

capítulo 2 La materia

1. LA MATERIA

Cuando examinamos o pensamos en los cuerpos que nos rodean y que percibimos con nuestros sentidos, nos vemos siempre impulsados a preguntarnos: ¿de qué están formados los cuerpos? Ese algo, esa substancia que constituye los cuerpos, es lo que llamamos *materia.* El concepto de materia es indefinible porque es un concepto primario.

No todos los cuerpos están constituídos en igual forma y un análisis de los mismos nos ha conducido a dividirlos en dos grupos: *cuerpos simples* y *cuerpos compuestos.* Los CUERPOS SIMPLES son aquellos constituídos por una sola substancia o clase de materia, mientras que los CUERPOS COMPUESTOS son aquellos constituídos por varias substancias o clases de materia diferentes. Así el hidrógeno y el oxígeno son cuerpos simples, pero el agua es un cuerpo compuesto de hidrógeno y oxígeno en proporciones apropiadas y bien determinadas.

Se han identificado en la naturaleza 92 cuerpos simples, también llamados *elementos químicos.* El más ligero de todos es el hidrógeno y el más pesado el uranio. En la Tabla I se ha dado la lista de todos ellos. Al final aparecen once elementos que han sido producidos artificialmente por el hombre utilizando instrumentos como los reactores nucleares, ciclotrones, etc. Cada elemento químico se designa por un símbolo y es muy conveniente recordar esos símbolos.

Aunque la materia parece tener a primera vista una estructura continua, está en realidad formada por un conglomerado de partículas que son los átomos y moléculas.

2. ATOMOS

Un átomo es la menor cantidad de un cuerpo simple o elemento que puede existir aislada. Como dijimos antes, el hidrógeno y el oxígeno son cuerpos simples. Luego la menor cantidad de hidrógeno o de oxígeno que puede tenerse es un átomo de hidrógeno o un átomo de oxígeno.

Todos los átomos de un mismo elemento químico son esencialmente idénticos, aunque pueden diferir ligeramente en el peso.

Los átomos son a su vez, estructuras relativamente complejas compuestas de tres clases de partículas llamadas *electrones*, *protones* y *neutrones.* Más adelante, en capítulos sucesivos, tendremos la oportunidad de estudiar la forma en que los electrones, protones y neutrones están dispuestos dentro de un átomo. Todas las propiedades físicas y químicas de un elemento están determinadas por la estructura o composición de sus átomos.

El más sencillo de los átomos es el de hidrógeno y el más complicado es el del uranio.

La idea de la estructura atómica de la materia es muy antigua, pero fue evolucionando con el tiempo hasta que a mediados del siglo XIX fue enunciada más rigurosamente por Dalton y otros como la única teoría satisfactoria para explicar numerosos fenómenos de la Física y de la Química. Oportunamente se irán explicando esos fenómenos. El estudio de la estructura de los átomos constituye hoy en día una importante especialidad dentro de la Física.

3. MOLECULAS

Raramente los átomos de un cuerpo simple se encuentran aislados, tienden a combinarse entre ellos o con los átomos de otro cuerpo simple formando moléculas. Por tanto, *una molécula es una agrupación ordenada de átomos.*

La menor cantidad de un cuerpo compuesto que puede existir es una molécula. Todas las moléculas de un mismo cuerpo compuesto son idénticas. Las propiedades físicas y químicas de un cuerpo compuesto están determinadas por la estructura de sus moléculas.

Las moléculas pueden variar en tamaño desde las más simples compuestas por dos átomos, como los de hidrógeno, oxígeno, monóxido de carbono, clorhídrico, etc., hasta las más complejas de hormonas, ácidos nucleicos, proteínas, etc., que pueden tener cientos de átomos.

4. FENOMENOS FISICOS Y QUIMICOS

Con base a la estructura atómica de la materia, es posible establecer una distinción más precisa entre los fenómenos físicos y los químicos.

Se dijo anteriormente que en los fenómenos físicos no cambia la naturaleza de las substancias que intervienen en ellos mientras que en los químicos sí se producen cambios. Ello en realidad significa que en general en los fenómenos físicos no se producen cambios en las estructuras moleculares de los cuerpos que intervienen, mientras que en los fenómenos químicos sí se producen alteraciones en las moléculas.

Por ejemplo, cuando el agua se vaporiza o se solidifica, las moléculas siguen las mismas, con dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno y por ello decimos que se trata de un fenómeno físico. Pero al quemar un pedazo de carbón, ocurre una reacción química y los átomos de carbono se combinan con las moléculas de oxígeno del aire dando una nueva substancia, el dióxido de carbono, cuyas moléculas contienen un átomo de carbono y dos de oxígeno.

Aún las nuevas definiciones de fenómenos físicos y químicos no son completamente excluyentes y hay ciertos fenómenos que participan de ambos.

5. CONSERVACION DE LA MATERIA

Hasta comienzos del siglo XX fue una creencia aceptada unánimemente que *la materia era indestructible y no podía transformarse en algo más simple*, proposición que se conoce con el nombre de *Principio de Conservación de la Materia*. Actualmente este principio ha sido substituído por uno más general, el Principio de Conservación de la Energía (Capítulo XI), al comprobarse la posibilidad de transformar la materia en algo diferente llamado *energía*, que definiremos más adelante. Un ejemplo de esto es la "energía atómica" que tan revolucionaria ha sido para la Humanidad.

6. ESTADOS FISICOS DE LOS CUERPOS

Por *estado* de un cuerpo se entiende el conjunto de propiedades que posee en un momento dado. Haciendo abstracción de muchas propiedades particulares de los cuerpos tales como color, forma, temperatura, etc., los estados de los cuerpos pueden caer dentro de tres grandes categorías: estado gaseoso, estado líquido, y estado sólido.

1) ESTADO GASEOSO: se caracteriza porque las moléculas de los cuerpos que se encuentran en este estado están animadas de rápidos movimientos sin influirse mutuamente excepto en aquellos casos en que chocan entre ellas o con las paredes del recipiente que las contiene. Un gas puede compararse a un gran número de pequeños insectos voladores encerrados en una caja. El hidrógeno y el oxígeno se presentan usualmente en este estado. El aire no es más que una mezcla de varios gases. Como consecuencia de estos movimientos *un gas carece de forma y volumen propios* tendiendo cada vez a ocupar un espacio mayor, propiedad que recibe el nombre de *expansibilidad.*

2) ESTADO LIQUIDO: las moléculas de los cuerpos en este estado también están animadas de rápidos movimientos, pero como entre ellas se ejercen fuertes atracciones, las distancias que las separan permanecen invariables en promedio y son mucho menores que las distancias entre las moléculas de un gas. De ello se deduce que *un líquido posee volumen propio pero no forma propia*, adoptando la del recipiente que lo contiene. El agua, el alcohol, etc., son líquidos en condiciones ordinarias.

3) ESTADO SOLIDO: en este estado las moléculas solo pueden ejecutar pequeños movimientos de vibración a uno y otro lado de una posición fija, atrayéndose entre ellas con gran intensidad, y están separadas distancias mucho menores que en los gases. Por ello *un sólido tiene forma y volumen propios* siendo en algunos casos, muy difícil deformarlo o romperlo.

Dentro del estado sólido conviene distinguir varios aspectos: el estado sólido verdadero o *estado cristalino*, y los estados pseudosólidos: el *estado sólido amorfo* y el *estado coloidal.*

En el estado cristalino las moléculas se encuentran distribuídas en forma muy ordenada y regular como los ladrillos de una pared, constituyendo agrupaciones llamadas *cristales*, algunas veces microscópicos, pero otras visibles a simple vista y de gran tamaño. Los metales puros presentan casi siempre estructura cristalina. En la Fig. 1 se ha representado la estructura cristalina de la sal común: las esferitas blancas representan átomos de cloro y las rayadas átomos de sodio. Cada par de ellas constituye una molécula de cloruro de sodio o sal común.

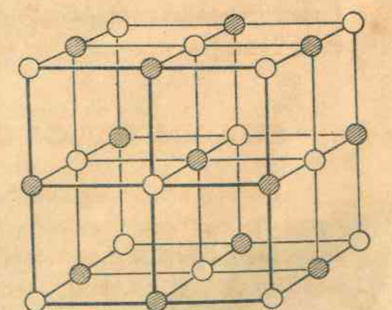


Fig. 1. Estructura Cristalina de la sal común.

En el estado sólido coloidal y en el amorfo, dicha estructura regular no existe. Como ejemplo podemos citar la cola, el vidrio, el asfalto, la pezrrubia y el plomo.

Las fronteras entre los distintos estados no están perfectamente definidas, de modo que por ejemplo entre el estado líquido y el sólido tenemos el estado pastoso, exhibido por la parafina, el plomo y otros cuerpos.

7. MACROFISICA Y MICROFISICA

Uno de los propósitos fundamentales de la Física Moderna es la explicación de todos los fenómenos de la naturaleza, en función de las propiedades de los átomos y moléculas. La Física, estudiada a partir de las leyes que rigen las acciones entre átomos y moléculas, constituye la *Física Atómica o la Micro-Física* (micro = muy pequeño).

Sin embargo, existen muchos fenómenos en Física que pueden explicarse sin necesidad de recurrir a la estructura atómica de la materia, bastando con considerar la materia en la forma que la aprecian nuestros sentidos. Esta es la *Física Clásica o Macro-Física* (Macro = muy grande).

PREGUNTAS

1. ¿Qué es materia?
2. ¿Qué son cuerpos simples y compuestos? Dé ejemplos.
3. Investigue si el azúcar es un cuerpo simple o compuesto. compuesto
4. ¿Qué son átomos y moléculas?
5. Si destruyéramos una molécula de agua ¿qué obtendríamos como resultado de la descomposición? $H.O_2$
6. ¿Cuáles son los estados físicos de los cuerpos? Dé una ligera explicación con ejemplos.
7. ¿Cuál es la diferencia entre estructura cristalina y estructura amorfa?
8. Investigue cuál es la diferencia entre el diamante y el grafito.
9. Haga una lista de fenómenos físicos y químicos que le son familiares.

Parte I. MECANICA

1. MECANICA

La *Mecánica* es el estudio del movimiento de los cuerpos.

Como el movimiento es el fenómeno más común y principal que observamos, resulta que la Mecánica constituye la parte fundamental de la

Física y sobre ella se basan en mayor o menor grado las otras ramas de la Física. Por eso es indispensable tener un conocimiento profundo de la Mecánica.

La Mecánica se divide en tres secciones:

1) CINEMATICA, que estudia exclusivamente el movimiento sin atender a las causas que lo producen.

2) DINAMICA, que analiza las causas que producen los movimientos.

3) ESTATICA, que estudia el equilibrio de los cuerpos.

2. MECANICA CLASICA Y MECANICA CUANTICA

Las leyes de la mecánica que vamos a estudiar en los próximos capítulos son aplicables a la materia en bulto, es decir a agregados de gran número de átomos y moléculas. La experiencia nos enseña que todos los cuerpos que apreciamos con nuestros sentidos e incluso los planetas y demás astros se mueven de acuerdo con esas leyes, que constituyen la llamada *Mecánica clásica o macromecánica.*

Sin embargo, esas leyes no son rigurosamente aplicables al movimiento de los átomos y especialmente de sus componentes, los electrones, protones y neutrones. Las leyes que se aplican en ese caso constituyen la *Mecánica atómica o micro-mecánica,* también llamada *mecánica cuántica.* En su oportunidad se mencionarán algunas de estas leyes.

3. PARTICULA MATERIAL

En numerosos problemas no es necesario tener en cuenta el tamaño o la forma del cuerpo, que puede por tanto considerarse reducido a una partícula.

Una PARTICULA *o* PUNTO MATERIAL *es una porción de materia tan pequeña que no es necesario considerar sus dimensiones.* El poder considerar un cuerpo reducido o no a una partícula, depende de sus dimensiones relativas a las otras distancias que intervienen en el problema. Por ejemplo en el movimiento de un satélite artificial alrededor de la Tierra podemos considerar la cápsula o satélite como si fuera una partícula, pero debemos tener en cuenta el tamaño y la forma de la Tierra. Sin embargo, en el estudio del movimiento de la Tierra alrededor del Sol, podemos considerar a la Tierra como si fuera una partícula.

4. CUERPO RIGIDO

Un CUERPO RIGIDO *es un conjunto de partículas cuyas distancias son invariables y no puede por consiguiente deformarse.* En la Naturaleza no existe ningún cuerpo estrictamente rígido y todos son deformables en mayor o menor grado. Sin embargo, en muchos casos algunos de ellos pueden considerarse aproximadamente como tales: un bloque de madera o uno de hierro, etc. El empleo de estos dos conceptos facilita grandemente el análisis de muchos fenómenos.

El considerar un cuerpo como rígido o no, es también una cuestión relativa que depende de las fuerzas a que esté sometido. Por ejemplo, en numerosos casos, podemos suponer que una viga de acero es un cuerpo rígido; pero sin embargo, cuando un ingeniero proyecta un edificio, debe tener en cuenta la elasticidad o deformabilidad de las vigas de acero.

TABLA 1

ELEMENTOS QUIMICOS

Número Atómico	*Nombre*	*Símbolo*	*Masa Atómica*	*Número Atómico*	*Nombre*	*Símbolo*	*Masa Atómica*
1	Hidrógeno	H	1.0080	39	Ytrio	Y	88.91
2	Helio	He	4.003	40	Circonio	Zr	91.22
3	Litio	Li	6.939	41	Niobio	Nb	92.91
4	Berilio	Be	9.012	42	Molibdeno	Mo	95.94
5	Boro	B	10.81	43	Tecnecio	Tc	(99)
6	Carbono	C	12.011	44	Rutenio	Ru	101.1
7	Nitrógeno	N	14.007	45	Rodio	Rh	102.91
8	Oxígeno	O	15.9994	46	Paladio	Pd	106.4
9	Fluor	F	19.00	47	Plata	Ag	107.870
10	Neón	Ne	20.183	48	Cadmio	Cd	112.40
11	Sodio	Na	22.9898	49	Indio	In	114.82
12	Magnesio	Mg	24.312	50	Estaño	Sn	118.69
13	Aluminio	Al	26.98	51	Antimonio	Sb	121.75
14	Silicio	Si	28.09	52	Teluro	Te	127.60
15	Fósforo	P	30.974	53	Iodo	I	126.90
16	Azufre	S	32.064	54	Xenón	Xe	131.30
17	Cloro	Cl	35.453	55	Cesio	Cs	132.91
18	Argón	A	39.948	56	Bario	Ba	137.34
19	Potasio	K	39.102	57	Lantano	La	138.91
20	Calcio	Ca	40.08	58	Cerio	Ce	140.12
21	Escandio	Sc	44.96	59	Praseodimio	Pr	140.91
22	Titanio	Ti	47.90	60	Neodimio	Nd	144.24
23	Vanadio	V	50.94	61	Prometio	Pm	(147)
24	Cromo	Cr	52.00	62	Samario	Sm	150.35
25	Manganeso	Mn	54.94	63	Europio	Eu	151.96
26	Hierro	Fe	55.85	64	Gadolinio	Gd	157.25
27	Cobalto	Co	58.93	65	Terbio	Tb	158.92
28	Níquel	Ni	58.21	66	Disprosio	Dy	162.50
29	Cobre	Cu	63.54	67	Holmio	Ho	164.93
30	Zinc	Zn	65.37	68	Erbio	Er	167.26
31	Galio	Ga	69.72	69	Tulio	Tm	168.93
32	Germanio	Ge	72.59	70	Yterbio	Yb	173.04
33	Arsénico	As	74.92	71	Lutecio	Lu	174.97
34	Selenio	Se	78.96	72	Hafnio	Hf	178.49
35	Bromo	Br	79.909	73	Tántalo	Ta	180.95
36	Kripton	Kr	83.80	74	Wolframio	W	183.85
37	Rubidio	Rb	85.47	75	Renio	Re	186.23
38	Estroncio	Sr	87.62	76	Osmio	Os	190.2

TABLA I

ELEMENTOS QUIMICOS

(continuación)

Número Atómico	*Nombre*	*Símbolo*	*Masa Atómica*	*Número Atómico*	*Nombre*	*Símbolo*	*Masa Atómica*
77	Iridio	Ir	192.2	91	Protactinio	Pa	(231)
78	Platino	Pt	195.09	92	Uranio	U	238.03
79	Oro	Au	196.97	93	Neptunio	Np	(237)
80	Mercurio	Hg	200.59	94	Plutonio	Pu	(242)
81	Talio	Tl	204.37	95	Americio	Am	(243)
82	Plomo	Pb	207.19	96	Curio	Cm	(247)
83	Bismuto	Bi	208.98	97	Berkelio	Bk	(249)
84	Polonio	Po	(210)	98	Californio	Cf	(251)
85	Astato	At	(210)	99	Einstenio	Es	(254)
86	Radón	Rn	(222)	100	Fermio	Fm	(253)
87	Francio	Fr	(223)	101	Mendelevio	Md	(256)
88	Radio	Ra	(226)	102	Nobelio	No	(256)
89	Actinio	Ac	(227)	103	Lawrencio	Lw	(257)
90	Torio	Th	232.04				

NOTA: Las masas atómicas están expresadas en relación a la masa del carbono —12, que es un isótopo o variedad de carbono., a la que arbitrariamente se le ha asignado una masa exactamente igual a 12 unidades o sea 12.0000. Las masas entre paréntesis corresponden a ciertos isótopos de los elementos considerados y no se conocen con la misma precisión que la de los otros elementos químicos.

capítulo 3 Medida de longitudes y àngulos

1. CONCEPTO DE MEDIDA

MAGNITUD es todo aquello que puede ser medido, como la longitud de una mesa o la temperatura de un cuerpo.

MEDIR *es comparar una magnitud con otra de su misma especie que arbitrariamente se toma como unidad.* El resultado de toda medida es siempre un *número* que es el *valor* de la magnitud medida y expresa la *relación* entre esta magnitud y la que se toma como unidad.

Las medidas pueden ser *directas* o *indirectas*.

Si quisiéramos, por ejemplo, medir directamente la distancia entre dos puntos *A* y *B* tomaríamos varias reglas todas de igual longitud, un metro supongamos, y veríamos cuántas deberíamos colocar una a continuación de la otra hasta cubrir la distancia de *A* hasta *B;* si necesitáramos 12, diríamos que la distancia entre *A* y *B* es de 12 m. En la práctica lo que se hace es aplicar la misma regla varias veces sucesivas. Análogamente, si vamos a medir directamente el área del piso de una habitación debemos tapizar el piso con cuadrados de cartón de 1 m.² de área cada uno, por ejemplo; el número de ellos nos da entonces el área del piso en m.² Sin embargo, las áreas se miden usualmente de modo indirecto; en efecto, en el ejemplo anterior lo que se hace en la práctica es medir directamente el largo y el ancho y su producto nos da el área. Es decir, que para realizar una medida indirecta se miden directamente otras magnitudes y mediante la aplicación de ciertas reglas o fórmulas se calcula el valor o medida de la magnitud buscada.

La operación de medir es fundamental para la Física porque la observación o la experimentación quedan incompletas si no van acompañadas de la medida de las magnitudes que intervienen en los fenómenos.

2. SISTEMAS DE UNIDADES

Toda operación de medida presupone la selección de una *unidad* conveniente. Las magnitudes fundamentales de la Física son la *longitud*, la *masa* y el *tiempo*. Una vez fijadas las unidades correspondientes a estas tres magnitudes, las unidades de todas las otras magnitudes de la Física, llamadas derivadas, quedan automáticamente fijadas mediante definiciones y fórmulas. Los sistemas de unidades se diferencian por sus unidades fundamentales y son tres principalmente.

3. SISTEMA M.K.S. (metro, kilogramo, segundo)

En este sistema la unidad de longitud es el metro. El METRO *es la distancia a 0°C entre dos trazos hechos en una barra de platino e iridio que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas de Sevres*. Esta barra recibe el nombre de *metro patrón* y tiene la forma indicada en la Fig. 1 para darle mayor rigidez.

Actualmente se prefiere definir el metro como la longitud equivalente a 1,650,763.73 ondas de la radiación color naranja del espectro luminoso emitido por los átomos de Kriptón-86. Esta definición tiene la ventaja de que es universal y puede verificarse en cualquier laboratorio aunque no tengan un metro patrón. (Fig. 2).

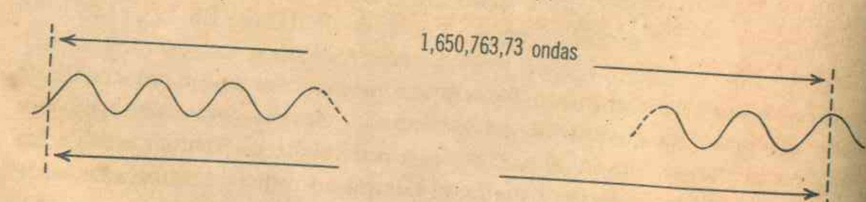


Fig. 2.

Aproximadamente el metro es igual a la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre.

La unidad de masa es el kilogramo. El KILOGRAMO *es la masa de un bloque de platino e iridio que se conserva en la misma oficina* antes mencionada. Este bloque se llama *kilogramo patrón*. (Fig. 3).

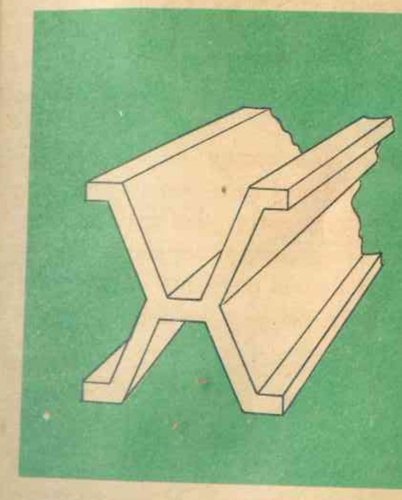


Fig. 1. Sección del metro patrón. (Tamaño natural.)

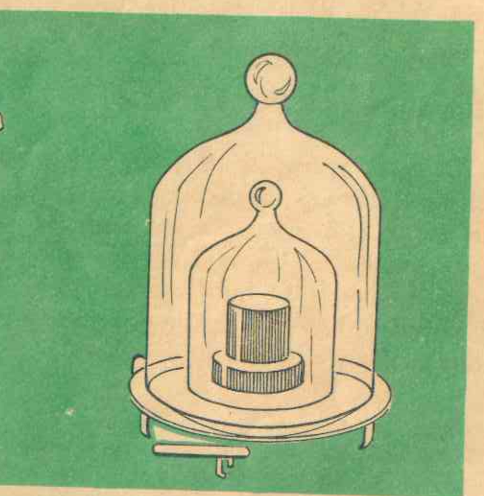


Fig. 3. Kilogramo patrón.

Aproximadamente el kilogramo es igual a la masa de un litro de agua destilada a la temperatura de 4°C.

La unidad de tiempo es el segundo. El SEGUNDO *es la* 86,400 *ava parte del día solar medio.*

La unidad de tiempo definida en esta forma está relacionada con un fenómeno regular y periódico como es la rotación de la Tierra. Las oscilaciones de un muelle o resorte pueden servir también para establecer un patrón de tiempo.

Actualmente se emplean las vibraciones mecánicas de un cristal de cuarzo excitado eléctricamente para medir el tiempo con gran precisión. Más recientemente, desde 1950, se están utilizando las vibraciones de los átomos en una molécula para medir el tiempo con una precisión extraordinaria en los llamados "relojes atómicos". Una de las moléculas más usadas es la de amoniaco que consta de un átomo de nitrógeno y tres de hidrógeno.

Se utilizan las vibraciones del átomo de nitrógeno. Un segundo se define entonces como el tiempo requerido por el átomo de nitrógeno para dar 23,786 millones de oscilaciones.

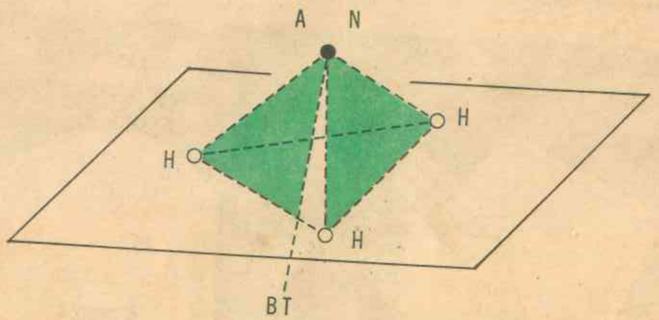


Fig. 4.

También se está considerando la posibilidad de definir la masa en relación con cierta cantidad de átomos de una substancia determinada.

De este modo, los tres patrones de longitud, masa y tiempo quedarían definidos en función de propiedades atómicas que se suponen invariables.

4. SISTEMA C. G. S. (Centímetro, gramo, segundo)

La unidad de longitud es el CENTIMETRO, que es la centésima parte del metro patrón.

La unidad de masa es el GRAMO, que es la milésima parte de la masa del kilogramo patrón. Prácticamente el gramo es la masa de un cm.^{3} de agua destilada a 4°C.

La unidad de tiempo es el SEGUNDO.

5. SISTEMA INGLES

La unidad de longitud es el *pie* y la de masa es la *libra*. Ambas se definen como la longitud y la masa de ciertos patrones que se conservan en Londres. La unidad de tiempo es el *segundo*.

EQUIVALENCIA ENTRE LAS UNIDADES MAS IMPORTANTES

Longitud

1 m. = 100 cm. = 3.280 p. = 39.370 pg.
1 cm. = 0.01 m. = 0.0328 pies = 0.3937 pg.
1 pie = 0.3048 m. = 30.48 cm. = 12 pg.
1 pulgada = 2.54 cm.
1 angstrom (A) = 10^{-10} m. = 10^{-8} cm.
1 nanómetro (nm) = 10^{-9} m. = 10^{-7} cm.
1 micrón (μ) = 10^{-6} m. = 10^{-4} cm.

Masa

1 kg. = 1000 g. = 2.204 lb.
1 lb. = 0.45359 kg. = 453.59 g.
1 gamma (γ) = 10^{-6} g.

Tiempo

1 milisegundo (ms) = 10^{-3} s.
1 microsegundo (μs) = 10^{-6} s.
1 nanosegundo (ns) = 10^{-9} s.

PREFIJOS USADOS PARA LOS MULTIPLOS Y SUBMULTIPLOS DE LAS UNIDADES:

Múltiplo	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}
Prefijo	pico,	nano,	micro,	mili,	—	kilo,	mega,	giga,	tera.
Abreviatura	p	n	μ	m	—	K	M	G	T

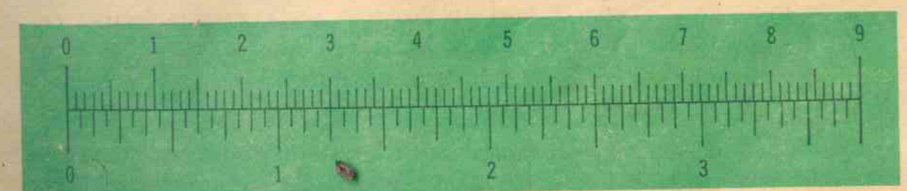


Fig. 5. Comparación de escalas graduadas en centímetros (superior) y en pulgadas (inferior).

6. MEDIDA DE LONGITUDES

Para medir las longitudes se emplean las *reglas graduadas*, que consisten en varillas rectas, hechas de materia poco deformable, en cuyo borde se han grabado varios trazos que indican longitudes en algún sistema. Para medir una longitud se observan los trazos de la regla que coinciden con los extremos del objeto. La distancia entre los trazos, observada en la regla, nos da la longitud deseada.

Cuando la regla tiene cierto espesor debe tenerse mucho cuidado en evitar un error muy frecuente denominado *paralaje. El error de paralaje se comete siempre que al emplear una regla de espesor apreciable no situamos nuestro ojo de modo que la visual sea perpendicular a la regla.*

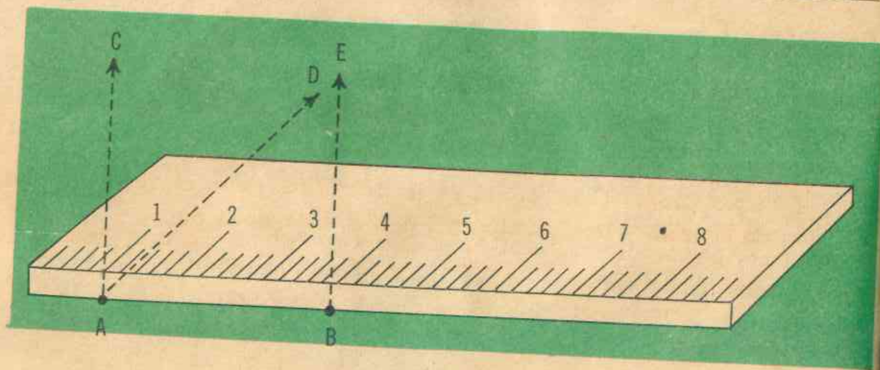


Fig. 6. Error de paralaje.

Supongamos por ejemplo, que queremos medir la distancia entre dos puntos A y B, (fig. 6). Si disponemos nuestro ojo en las posiciones C y E de modo que nuestras visuales CA y EB sean perpendiculares a la regla obtendremos la longitud correcta $AB = 4\text{-}1 = 3$ unidades. Sin embargo, si al observar A situamos nuestro ojo en D en lugar de en C de modo que nuestra visual DA es oblicua a la regla, nuestra lectura en A será 1.4 unidades en lugar de 1 como antes y el valor de AB será $4 - 1.4 = 2.6$ unidades cometiéndose un error de observación igual a 0.4 de unidad.

Por otra parte, casi nunca ambos extremos del objeto coinciden con divisiones de la regla y esto nos obliga a *estimar* o apreciar a simple vista fracciones de división, lo que introduce cierta imprecisión en los resultados. Para disminuir esta imprecisión, aunque no para eliminarla por completo, lo que es totalmente imposible, se han ideado diversos accesorios para las reglas, de los que describiremos los tres más corrientes.

7. NONIO RECTILINEO

Se llama también *vernier* y consiste en una pequeña regla adicional N (fig. 7), que puede resbalar sobre la regla principal R. Llamemos v al valor de una división de la regla R. El nonio se construye en la siguiente forma: 1) se toma una longitud igual a n divisiones de la regla, 2) como v es el valor de cada división de la regla, la longitud del nonio resulta ser nv, 3) el nonio se divide en N partes iguales, siendo $N > n$ si el nonio es directo, 4) por tanto la longitud de cada división del nonio es

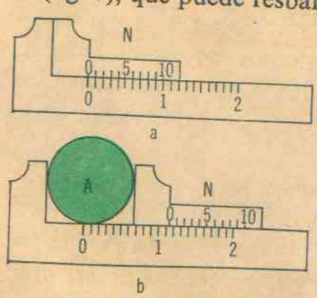


Fig. 7. Nonio rectilíneo.

$$v' = \frac{nv}{N}$$

que es menor que v.

La apreciación A del nonio es la diferencia entre el valor de una división de la regla y una división del nonio. Está dada por

$$A = \frac{N\text{-}n}{N} v \qquad (1)$$

En efecto

$$A = v - v' = v - \frac{nv}{N} = \frac{N - n}{N} v$$

En la figura 7 (a) la distancia entre la primera división del nonio y la primera de la regla es A, la distancia entre la segunda de N y la segunda de R es $2A$, etc. Por tanto para hacer coincidir la primera división del nonio con una de la regla es necesario moverlo hacia la derecha una distancia igual a A, para que coincida la segunda hay que moverlo una distancia $2A$, etc.

Casi siempre el nonio se construye de modo que tenga una división más que las que se tomaron de la regla con lo que $N - n = 1$ y la apreciación resulta ser

$$A = \frac{v}{N} = \frac{\text{valor de una división de la regla}}{\text{número de divisiones del nonio}}$$

El método de hacer la lectura es el siguiente: 1) se coloca el objeto entre el tope de la regla y el tope del nonio [fig. 7 (b)] y se lee la *parte entera* o distancia entre el cero de la regla y la división inmediata anterior al cero del nonio; 2) se observa la división del nonio que queda *más próxima o coincide* con una de la regla y se multiplica por la apreciación A, 3) se suman los resultados.

En resumen:

$$\textit{Longitud} = \textit{parte entera} + (\textit{división del nonio}) \times A \qquad (2)$$

En la figura 8 se ve un tipo comercial de nonio llamado *calibrador o cartabón de corredera* y que se emplea comúnmente para medir los diámetros interiores y exteriores de los tubos.

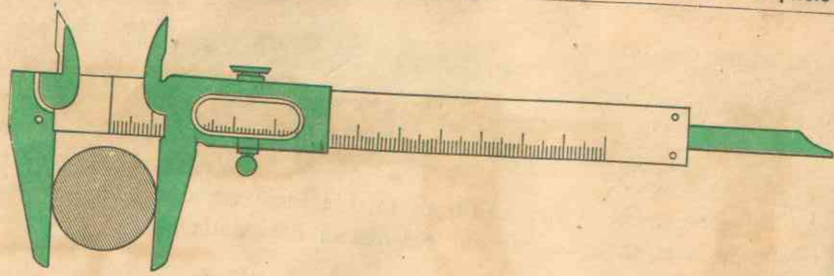


Fig 8. Calibrador o cartabón de corredera.

Ejemplo 1. En el nonio de la figura 7 se observa que:

1) división de la regla: $v = 1$ mm.
2) divisiones tomadas de la regla: $n = 9$.
3) divisiones del nonio: $N = 10$.
4) Apreciación: $A = \dfrac{N-n}{N} v = \dfrac{10-9}{10} \times 1 \text{ mm.} = \dfrac{1}{10} \text{ mm}$

La división del nonio más próxima a una de la regla es la 5. La división de la regla inmediata anterior al cero del nonio corresponde a 1 cm. = 10 mm. Aplicando (2) tenemos pues que

$$\text{longitud} = 10 \text{ mm.} + 5 \times \frac{1}{10} \text{ mm.} = 10.5 \text{ mm.}$$

8. TORNILLO MICROMETRICO. PALMER

En todo tornillo se llama *paso de rosca* o simplemente *paso* a la distancia que avanza al dar una vuelta completa. Un *tornillo micrométrico* es aquel cuyo paso es muy pequeño; del orden de 1 mm. o menos. El tornillo micrométrico es de gran importancia. Uno de los instrumentos más simples en que se emplea es el palmer (fig. 9). Consta de dos topes t y t' de los cuales t' va unido al tornillo micrométrico mientras que t va unido mediante el arco de acero A a la tuerca por donde pasa el tornillo. En la tuerca va grabada una escala E usualmente graduada en mm. o medios mm. Unido a la cabeza del tornillo va el cilindro C o tambor, que cubre el cilindro donde está la escala E. El borde del cilindro C termina en bisel y lleva una escala E' que usualmente consta de 25, 50 ó 100 divisiones.

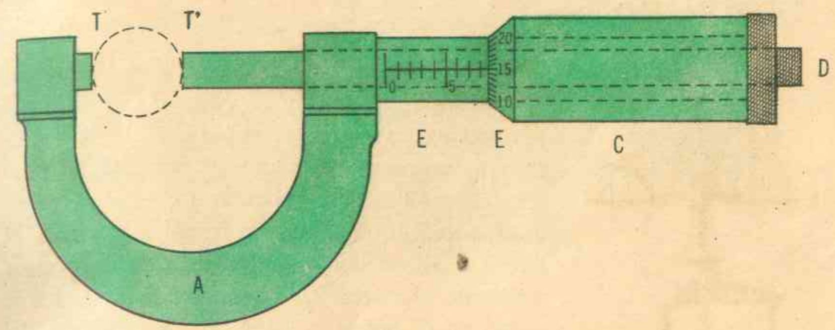


Fig 9. Palmer

La *apreciación* del palmer es lo que avanza el tornillo, cuando una división del tambor pasa frente a la escala E. Si p es el paso del tornillo y N el número de divisiones del tambor, la apreciación es:

$$A = \frac{p}{N} \tag{3}$$

ya que si el tornillo avanza la distancia p, pasan N divisiones frente a la raya central de la escala E, luego lo que avanza al pasar una división es p/N. Cuando el instrumento está correcto el cero del tambor debe coincidir con el cero de la regla si se ponen en contacto los dos topes. Si esto no ocurre, debe corregirse el instrumento mediante un tornillo que lleva en D o tenerse en cuenta el *error de cero* o sea la lectura del palmer cuando los topes se tocan.

Para obtener el espesor de un cuerpo colocado entre los topes se lee la parte entera en la regla E y se le añade el producto de la apreciación por la división de E' más próxima a la raya central de E. O sea:

$$\textit{espesor} = \textit{parte entera} + (\textit{división del tambor}) \times A \tag{4}$$

El palmer se emplea para medir espesores y pequeñas diferencias de ellos.

Ejemplo 1: El palmer de la figura tiene un paso igual a 1 mm. y el tambor tiene 50 divisiones. Hacer la lectura.

$$p = 1 \text{ mm.} \quad N = 50 \text{ div.} \qquad A = \frac{p}{N} = \frac{1 \text{ mm.}}{50 \text{ div.}} = 0.02 \text{ mm.}$$

La parte entera es 8 mm. La división del tambor más próxima a la central de E es la 15. Luego, aplicando (4),

$$\text{espesor} = 8 \text{ mm.} + 15 \times 0.02 \text{ mm.} = 8.30 \text{ mm.}$$

9. ESFEROMETRO

Es otra aplicación del tornillo micrométrico. Consta (fig. 10) de un tornillo E cuya tuerca A lleva tres soportes B, C y D, (B y C aparecen superpuestos en la figura superior) cuyos extremos determinan un plano K perpendicular al eje del tornillo. Perpendicular a éste va el limbo graduado F, que se mueve frente a la escala H paralela al eje del tornillo. Este se hace girar mediante el botón G. La *apreciación* se define como en el palmer: valor de una división del limbo. La lectura se hace en igual forma: la parte entera se lee en H y se toma la división de F que está más próxima a H de modo que

lectura = parte entera + (división del limbo) $\times A$

El esferómetro se emplea casi siempre para determinar los radios de los casquetes esféricos.

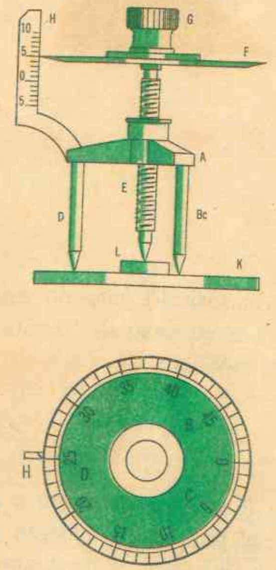


Fig. 10. Esferómetro.

Ejemplo 1: El paso del esferómetro de la figura es 1 mm. y las divisiones de la regla valen 1 mm. El limbo tiene 50 divisiones. Hacer la lectura.

$$p = 1 \text{ mm.} \quad N = 50 \text{ divisiones.} \quad A = \frac{p}{N} = \frac{1 \text{ mm.}}{50} = 0.02 \text{ mm.}$$

Como la división del limbo que coincide con H es la 25 y la parte entera leída en H es 5 mm. tenemos.

$$\text{lectura} = 5 \text{ mm.} + 25 \times 0.02 \text{ mm.} = 5.50 \text{ mm.}$$

10. MEDIDA DE ANGULOS

El sistema que con más frecuencia se emplea en la medida de ángulos es el *sexagesimal*. En él la unidad fundamental es el *grado*. La medida de un ángulo recto es 90°, de uno llano es 180° y el ángulo alrededor de un punto vale 360°. El grado se divide en 60 *minutos* y cada uno de éstos a su vez se divide en 60 *segundos:*

$$1° = 60', \qquad 1' = 60''$$

El sistema de medida de ángulos más importante para la Física es el circular.

En el *sistema circular* un ángulo se mide por la relación entre la longitud de un arco cualquiera, cuyo centro es el vértice del ángulo y está comprendido entre los lados de éste, y el radio de dicho arco. El valor del ángulo se expresa en *radianes*. Refiriéndonos a la fig. 11:

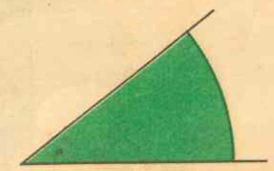


Fig. 11.

$$\alpha^r = \frac{l}{R} \text{ radianes} \quad \therefore \quad l = R\alpha^r \qquad (5)$$

o sea: arco = radio $\times$ ángulo en radianes.

La unidad de ángulo en el sistema circular es el RADIAN. *Un radián es un ángulo tal que cualquier arco comprendido entre sus lados y con centro en su vértice, tiene una longitud igual a su radio.*

Las medidas de un mismo ángulo en grados y en radianes están relacionadas por la siguiente fórmula:

$$\frac{\alpha^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{\alpha^r}{\pi^r} \qquad (6)$$

donde como siempre $\pi = 3.1416$. Haciendo $\alpha^r = 1$ radián se ve que $\alpha^{\circ} = 57° \, 17' \, 44''.88$. Luego:

$$1 \text{ radián} = 57° \, 17' \, 44''.88 = 57.3 \text{ aprox.}$$

Haciendo $\alpha^{\circ} = 1°$ resulta $\alpha^r = 0.017453$ rad. Luego:

$$1° = 0.017453 \text{ radianes.}$$

11. NONIO CIRCULAR

En aquellos instrumentos donde debe medirse un ángulo se emplea siempre un *nonio circular* cuyo fundamento es el mismo del nonio rectilíneo estudiado anteriormente. Su apreciación viene dada también por la fórmula (1). En la figura 12 se tiene un limbo o escala circular E (parte inferior) con su nonio (parte superior), perteneciente a un instrumento de Física. Observando la escala E se ve que el intervalo de 10° comprendido entre

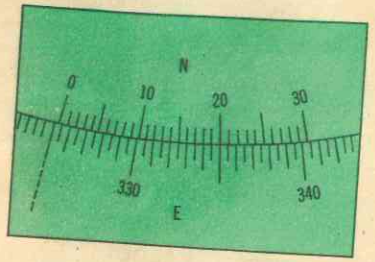


Fig. 12. Nonio circular.

los 330° y los 340° está dividido en 20 partes, de modo que cada división vale:

$$v = \frac{10°}{20} = \frac{1°}{2} = 30'$$

Para construir el nonio N se tomaron 29 divisiones de la escala ($n = 29$) y se dividieron en 30 partes ($N = 30$), ya que no se cuentan la raya que está antes del cero y la que está después del 30. Por tanto:

$$A = \frac{30-29}{30} \times 30' = \frac{1}{30} \times 30' = 1'$$

de modo que el nonio aprecia 1 minuto de ángulo. La parte entera leída en la escala E, es 325° pues es la división inmediata anterior al cero de N. La división de N más próxima a una de E es la 18. Luego, aplicando (2):

$$\text{ángulo} = 325° + 18 \times 1' = 325°\ 18'$$

12. ERRORES

Cuando hacemos la medida de una magnitud no podemos asegurar que el número o valor que resulta es igual al *valor verdadero* de la magnitud medida de modo que entre ellos existe, en general, una diferencia que se denomina *error verdadero*. Las causas del error pueden ser diversas, de modo que el error total cometido es el resultado de la superposición de varios errores parciales debidos a circunstancias diversas. Esto ha motivado que se clasifiquen los errores en dos grupos.

1) *Errores sistemáticos* son aquellos que se producen siempre en una misma dirección o sea, siempre por exceso o siempre por defecto, obedeciendo en general, a una ley bien determinada. Algunas veces pueden determinarse y eliminarse del resultado. Como los errores sistemáticos se acumulan al hacerse varias lecturas pueden llegar a afectar considerablemente el resultado. En este grupo quedan incluídos los *errores instrumentales* debidos a las imperfecciones de su construcción o de sus ajustes.

Por ejemplo, si empleamos para medir la distancia entre dos puntos una regla métrica uno de cuyos extremos se ha gastado por el uso, cada vez que colocamos la regla introducimos un error por exceso que resulta multiplicado por el número de veces que tengamos que poner la regla para medir la longitud.

Análogamente, si para medir el volumen de un sólido por desplazamiento se usa a una temperatura diferente una probeta graduada a 15°C. introducimos un error a menos que tengamos en cuenta la dilatación del recipiente.

2) *Errores accidentales* son aquellos que están fuera del control del observador y se deben a circunstancias que no pueden preverse. Una de sus características es que en una misma experiencia pueden ser por exceso o por defecto. En estos errores está incluído el factor personal del observador.

Por ejemplo, en un fotómetro el resultado depende esencialmente de la capacidad del observador para determinar cuándo dos superficies tienen igual iluminación, capacidad que depende del sentido de la vista, de modo que sería muy difícil que dos observadores obtuvieran el mismo resultado o que un mismo observador lograra reproducir un resultado preciso.

No deben confundirse los errores con las *equivocaciones* cuyo origen está en el descuido o la impericia del observador en el manejo del instrumento.

Como puede deducirse de lo dicho, es imposible determinar a priori todos los errores que uno comete, de modo que del conocimiento del valor medido no puede calcularse nunca el valor verdadero que por ello jamás puede ser conocido. Por eso el procedimiento seguido es hacer varias determinaciones de la magnitud buscada *adoptándose como resultado más probable la media aritmética o promedio de las observaciones.* Si al medir la magnitud A se obtienen los resultados A_1, A_2, A_3 ...A_n, el resultado que tiene más probabilidad de obtenerse como consecuencia de una observación de A con el *mismo* aparato es:

$$\overline{A} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + \ldots A_n}{n}$$

Los valores A_1, A_2, A_3, ...A_n, deben haberse corregido previamente eliminándose de los mismos los errores sistemáticos cuya naturaleza se conoce y las equivocaciones.

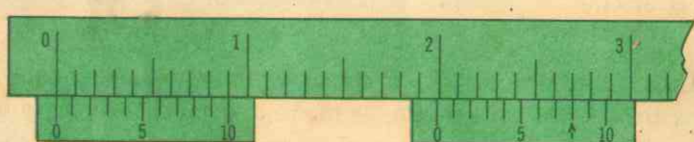
Debe tenerse bien presente sin embargo, que la media aritmética no representa el valor más aproximado, o sea, el valor cuyo error es el menor. Sólo representa el valor que tiene más probabilidad de ser reproducido con el mismo instrumento en las mismas condiciones.

PREGUNTAS

1. ¿Qué significa "medir"?
2. ¿Qué representa la apreciación de un nonio? ¿De un palmer? ¿De un esferómetro?
3. ¿Cómo se mide un ángulo de radianes?
4. Dibuje un ángulo. Con centro en el vértice trace un arco, mida su longitud y calcule así la medida del ángulo en radianes. Mida el ángulo en grados con un semicírculo graduado y aplicando (6) recalcule el valor del ángulo en radianes. Compare los resultados.
5. ¿Cómo haría la medida directa del volumen de una habitación?

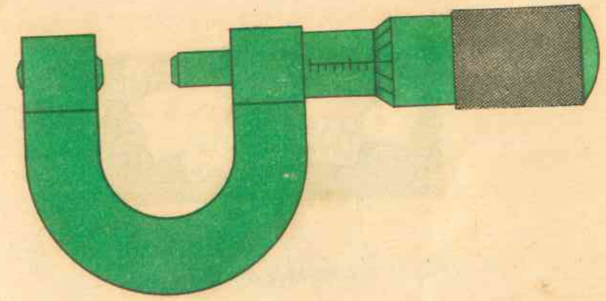
PROBLEMAS

1. En el nonio de la figura, el valor de la distancia entre las divisiones numeradas es una pulgada. Hallar su apreciación y la lectura en su segunda posición *R.* 1.98 plg.



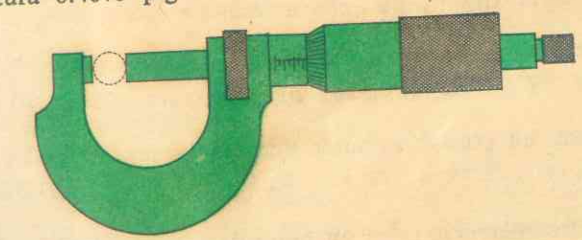
Problema 1

2. Una regla está graduada en medios centímetros. Un nonio para la misma se ha construído tomando 19 divisiones y dividiéndolo en 20 partes. Calcular su apreciación. *R.* 0.25 mm.
3. ¿Cómo debe haberse construído el nonio anterior para que aprecie 0.1 mm.?
4. En una regla cada cm. se ha dividido en 5 partes iguales. ¿Cómo debe construirse un nonio para que aprecie 1/5 mm.?, 3/5 mm.?
5. El paso del tornillo micrométrico del palmer de la figura es 1 mm y el tambor tiene 50 divisiones. Hallar su apreciación y lectura. *R.* lectura 7.1 mm.



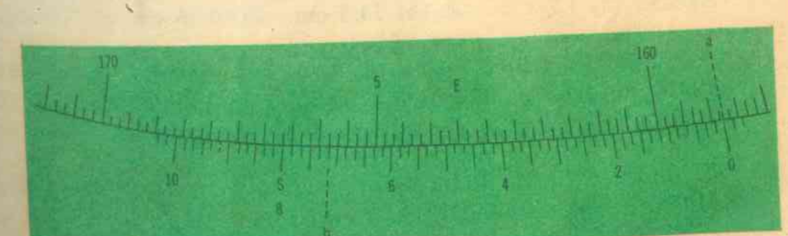
Problema 5.

6. En el palmer de la figura, la distancia entre el 0 y el 1 es 1/4 de pulgada. El paso del tornillo es igual a una división de la escala. El tambor tiene 25 divisiones. Hallar la apreciación y hacer la lectura. *R.* Lectura 0.4075 plg.



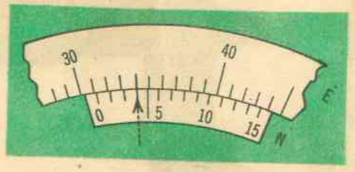
Problema 6.

7. Para construir el nonio circular *N* de la figura, se han tomado 59 divisiones de la escala. Hallar la apreciación y hacer la lectura. Obsérvese que la numeración es de derecha a izquierda y que no hay que considerar las dos divisiones posteriores al 10 y las dos anteriores al cero. *R.* A = 10", lectura 158° 47' 10".



Problema 7

8. Hacer la lectura en el nonio circular *N* de la figura que se ha construído tomando 14 divisiones de la escala *E*. *R.* 30° 16'.



Problema 8

9. El limbo de un instrumento está graduado de 10° en 10° y el intervalo entre cada 10° está dividido en 30 partes. Un nonio se ha construído tomando 39 divisiones del limbo y dividiéndolas en 40 partes. ¿Cuál es su apreciación? *R.* 30".

10. ¿Cómo debe construirse un nonio unido a la escala *E* del problema 8 de modo que pueda apreciarse con él 2'?

11. Expresar en radianes un ángulo de (*a*) 32°; (*b*) 70° 20'; (*c*) 100° 30' 12"; (*d*) 50' 18"; *R.* (*a*) 0.558; (*b*) 1.2275; (*c*) 1.7541; (*d*) 0.01462.

12. Expresar en grados, minutos y segundos sexagesimales un ángulo de (*a*) 2^r; (*b*) $1/5\,\pi^r$, (*c*) $\pi - 3^r$. *R.* (*a*) 114°35'30"; (*b*) 36°; (*c*) 8°6'46".

13. Una circunferencia tiene un radio de 6.8 cm. ¿Cuál es la longitud de un arco de la misma que corresponde a un ángulo central de (*a*) 50°40'; (*b*) 1.5 rad.? *R.* (*a*) 6.013 cm.; (*b*) 10.2 cm.

14. ¿Cuál es el valor en grados del ángulo central correspondiente a un arco de 50.2 cm. de longitud si su radio es de 31.8 cm.? *R.* 90.4°.

15. ¿Cuál es el radio de un arco de 50 cm. si su ángulo central es de (*a*) 38°25'; (*b*) 1.2 r.? *R.* (*a*) 74.5 cm.; (*b*) 41.6 cm.

16. Un poste tiene una altura de 6 m. Las visuales de un observador lejano dirigidas a sus extremos forman un ángulo de 41'15". Calcular la distancia del observador al poste. *R.* 500 m.

17. El diámetro de la Luna se ve desde la Tierra según un ángulo de 31' 51". Si la distancia de la Tierra a la Luna es de 384.400 km., calcular el diámetro de la Luna. *R.* 3561 km.

capítulo 4 Cinemàtica Movimiento rectilìneo

1. REPOSO Y MOVIMIENTO

Un cuerpo se encuentra en *movimiento relativo* a otro cuando su posición respecto a este segundo cuerpo cambia en el transcurso del tiempo. Por el contrario,un cuerpo se encuentra en *reposo relativo* a otro, si dicha posición relativa permanece invariable al transcurrir el tiempo.

Así, por ejemplo, la posición de la Luna, observada desde la Tierra, está variando contínuamente y decimos entonces que la Luna se mueve con relación a la Tierra. Por el contrario, un árbol es un cuerpo que mantiene una posición invariable respecto a la superficie terrestre y por tanto se encuentra en reposo relativo a la Tierra.

Tanto el reposo como el movimiento tienen carácter *relativo* porque dependen de las condiciones mutuas entre el cuerpo supuesto en reposo o en movimiento y el cuerpo respecto al cual se refieren estas propiedades. Así, el árbol del ejemplo anterior está en reposo relativo a la Tierra pero en movimiento relativo al Sol. Un asiento de un vagón de ferrocarril en movimiento está en reposo relativo al vagón pero en movimiento relativo a la superficie terrestre.

Obsérvese que un cuerpo puede encontrarse en reposo relativo a otro y al mismo tiempo en movimiento relativo a un tercero.

2. CLASES DE MOVIMIENTO

En Cinemática supondremos siempre el móvil reducido a una partícula porque el movimiento de un cuerpo es más complejo.

TRAYECTORIA es la línea que resulta de unir todas las posiciones sucesivas ocupadas por la partícula durante su movimiento.

Las trayectorias pueden ser de formas muy variadas pero podemos considerar dos casos generales:

MOVIMIENTO RECTILINEO es aquel cuya trayectoria es una línea recta. Es, por ejemplo, el movimiento de un cuerpo que cae libremente sobre la superficie terrestre.

MOVIMIENTO CURVILINEO es aquel cuya trayectoria no es una recta. Es, por ejemplo, el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra, o el de un proyectil lanzado oblícuamente.

3. MOVIMIENTO UNIFORME

Es el movimiento de un móvil que recorre espacios iguales en tiempos iguales cualesquiera. Si además la trayectoria es una línea recta, se tiene el *movimiento rectilíneo uniforme.*

Por ejemplo, el móvil de la fig. 1 recorre siempre la distancia de 2 cm. cada vez que se observa a intervalos de tiempos iguales a 1 seg. Si esta igualdad de espacios recorridos se mantiene para intervalos iguales de tiempo aunque sean de magnitud arbitraria podemos asegurar que su movimiento es uniforme.

Fig. 1. Movimiento uniforme.

4. VELOCIDAD

LA VELOCIDAD *en el movimiento uniforme, es el espacio recorrido en la unidad de tiempo.* Luego, si en el tiempo t el móvil recorre la distancia e con movimiento uniforme, su velocidad es:

$$v = \frac{e}{t} \quad \frac{\text{cm}}{\text{seg}} \quad \text{o} \quad \frac{\text{m}}{\text{seg}} \tag{1}$$

$$\text{o velocidad} = \frac{\text{espacio}}{\text{tiempo}}$$

En general la *unidad de velocidad* es la velocidad de un móvil que recorre con movimiento uniforme la unidad de distancia en la unidad de tiempo.

La unidad C.G.S. de velocidad es el centímetro por segundo (cm/seg) y es la velocidad de un móvil que recorre con movimiento uniforme un centímetro en un segundo.

La unidad M.K.S. de velocidad es el metro por segundo (m/seg) y es la velocidad de un móvil que recorre con movimiento uniforme un metro en un segundo.

Despejando el espacio en (1) se obtiene:

$$e = vt \tag{2}$$

$$\text{o espacio} = \text{velocidad} \times \text{tiempo}$$

que nos indica que *en el movimiento uniforme el espacio recorrido es proporcional al tiempo.*

Ejemplo 1: Expresar en m./seg. una velocidad de 180 km./hora.

$$v = 180 \frac{\text{km.}}{\text{hora}} = 180 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ seg.}} = 50 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

Ejemplo 2: Calcular la velocidad de un móvil que recorre con m.u. una distancia de 30 m. en 2 minutos.

$$e = 30 \text{ m.}, \quad t = 2 \text{ min.}$$

$$v = \frac{e}{t} = \frac{30 \text{ m.}}{2 \text{ min.}} = 15 \frac{\text{m.}}{\text{min.}} = 15 \times \frac{100 \text{ cm.}}{60 \text{ seg.}} = 25 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$$

Ejemplo 3: Calcular el espacio recorrido en un cuarto de hora por un móvil cuya velocidad es de 8 cm./seg.

$$t = 1/4 \text{ de hora} = 15 \text{ min.} = 900 \text{ seg.}, \quad v = 8 \text{ cm./seg.}$$

$$e = vt = 8 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}} \times 900 \text{ seg.} = 7200 \text{ cm.} = 72 \text{ m.}$$

5. MOVIMIENTO VARIADO

Es el movimiento de un cuerpo que no recorre espacios iguales en tiempos iguales. Por tanto, unas veces se mueve más rápidamente y posiblemente otras veces va más despacio. En este caso se llama *velocidad media* ($\bar{v}$) al cociente que resulta de dividir la distancia total recorrida (e) entre el tiempo empleado en recorrerla (t):

$$\bar{v} = \frac{e}{t} \quad \therefore \quad e = \bar{v}t \tag{3}$$

La velocidad media representa la velocidad con que debería moverse el móvil para recorrer con m.u. y en el mismo tiempo la distancia que ha recorrido con movimiento variado.

Por ejemplo, si un automóvil ha ido en 5 horas de una ciudad A a otra B distante 400 Km., diremos que su velocidad media ha sido de 400 Km. ÷ 5 horas = 80 km./h. No quiere esto indicar que el automóvil se ha movido siempre a razón de 80 km./h., sino que si se hubiera desplazado con dicha velocidad *con m.u.* hubiera tardado el mismo tiempo en ir de A a B. Evidentemente en ciertos momentos habrá ido más rápidamente y en otros más lentamente, llegando quizás hasta detenerse pero en promedio, su velocidad ha sido de 80 km./hora.

Para obtener la *velocidad instantánea*, que es la velocidad del móvil en un instante dado, es necesario medir la distancia recorrida por el móvil durante una fracción pequeñísima de tiempo, y dividir el espacio observado entre la fracción de tiempo. En los automóviles la velocidad instantánea está indicada por la aguja del velocímetro.

Cuando se desea indicar una cantidad muy pequeña de una cierta magnitud física se le antepone la letra "d", que se lee "diferencial". Por ejemplo, de y dt, que se leen "diferencial de espacio" y "diferencial de tiempo", indican un espacio muy pequeño y un intervalo de tiempo muy pequeño respectivamente. Por consiguiente la velocidad instantánea se calcula de acuerdo con la regla:

$$v = de/dt$$

6. MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE VARIADO (MUV)

Es el movimiento de un cuerpo cuya velocidad (instantánea) experimenta aumento o disminuciones iguales en tiempos iguales cualesquiera. Si además la trayectoria es una línea recta, se tiene el *movimiento rectilíneo uniformemente variado.* Si la velocidad aumenta el movimiento es *acelerado*, pero si la velocidad disminuye es *retardado.*

Por ejemplo, si observamos un móvil a intervalos iguales a 2 seg. y encontramos que las velocidades medidas son 4 cm./seg., 7 cm./seg., 10 cm./seg...., diremos que el movimiento es uniformemente variado porque la velocidad aumenta en 3 cm./seg. cada 2 seg.

7. ACELERACION

LA ACELERACION *en el movimiento uniformemente variado es la variación que experimenta la velocidad en la unidad de tiempo.* Se considera *positiva* en el movimiento acelerado y *negativa* en el retardado.

Sea v_0 la velocidad del móvil en el momento que lo observamos por primera vez (velocidad inicial) y sea v la velocidad que tiene al cabo del tiempo t (velocidad final). La variación de velocidad en el tiempo t ha sido $v - v_0$ y la aceleración será:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2} \quad \text{o} \quad \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2} \tag{4}$$

$$\text{o} \quad \text{aceleración} = \frac{\text{cambio de velocidad}}{\text{tiempo}}$$

En general, la *unidad de aceleración* es la aceleración de un móvil cuya velocidad varía una unidad en cada unidad de tiempo.

En el sistema C.G.S. el numerador de (4) está dado en cm./seg. y el denominador en seg. de modo que la aceleración deberá expresarse en (cm./seg.)/seg. o sea en cm./seg.². Luego *la unidad C.G.S. de aceleración es el cm./seg.²* y es la aceleración de un móvil cuya velocidad aumenta 1 cm./seg. en cada segundo.

La unidad M.K.S. de aceleración es el m./seg.² y es la aceleración de un móvil cuya velocidad aumenta 1 m./seg. en cada segundo.

8. FORMULAS DEL MUV

Despejando v en (4) resulta:

$$v = v_0 + at \tag{5}$$

Puede probarse que el espacio recorrido con movimiento uniformemente variado es:

$$e = v_0 t + \tfrac{1}{2} at^2 \tag{6}$$

Si se elimina el tiempo t entre (5) y (6) se obtiene otra fórmula útil:

$$v^2 = v_0^2 + 2ae \tag{7}$$

Si al observar el móvil por primera vez se encontraba en reposo, la velocidad inicial es nula, $v_0 = 0$, y las fórmulas del m.u.v. se reducen a:

$$v = at, \quad e = \tfrac{1}{2} at^2, \quad v^2 = 2ae \tag{8}$$

que deberán emplearse cuando no haya velocidad inicial.

Estas últimas fórmulas nos indican que en un móvil animado de movimiento uniformemente variado y que parte del reposo, 1) la velocidad adquirida es proporcional al tiempo, 2) el espacio recorrido es proporcional al cuadrado del tiempo.

Demostración de la fórmula del espacio. Como en el movimiento uniforme variado la velocidad varía proporcionalmente al tiempo, resulta que la velocidad media en el intervalo t es igual a la velocidad en el punto medio del intervalo, o sea en el instante $\frac{1}{2}t$. Substituyendo este valor del tiempo en (5), resulta que $\bar{v} = v_o + a(\frac{1}{2}t) = v_o + \frac{1}{2}at$.

Para obtener el espacio, debemos multiplicar $\bar{v}$ por t de acuerdo con (3). Luego $e = \bar{v}t = (v_o + \frac{1}{2}at)\,t = v_o t + \frac{1}{2}at^2$.

Ejemplo 1: En 6 seg. la velocidad de un móvil aumenta de 20 cm./seg. a 56 cm./seg. Calcular la aceleración y el espacio recorrido.

$$v_o = 20 \text{ cm./seg.}, \quad v = 56 \text{ cm./seg.}, \quad t = 6 \text{ seg.}$$

$$a = \frac{v - v_o}{t} = \frac{56\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}} - 20\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}}{6 \text{ seg.}} = 6\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2}$$

$$e = v_o t + \tfrac{1}{2}at^2 = 20\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}} \times 6 \text{ seg.} + \tfrac{1}{2} \times 6\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2} \times 36 \text{ seg.}^2 = 228 \text{ cm.}$$

Ejemplo 2: ¿Qué velocidad tendrá un móvil al cabo de 30 seg. si su aceleración es de 360 m./min.² y su velocidad inicial es de 72 km./hora, siendo el movimiento acelerado?

Como el movimiento es acelerado, la aceleración es positiva y debe reducirse a unidades C.G.S.

$$a = 360\,\frac{\text{m.}}{\text{min.}^2} = 360 \times \frac{100 \text{ cm.}}{3{,}600 \text{ seg.}^2} = 10\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2}$$

$$v_o = 72\,\frac{\text{km.}}{\text{hora}} = 72 \times \frac{100{,}000 \text{ cm.}}{3{,}600 \text{ seg.}} = 2{,}000\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$$

$$v = v_o + at = 2{,}000\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}} + 10\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2} \times 30 \text{ seg.} = 2{,}300\,\frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$$

Ejemplo 3: Un móvil parte del reposo con una aceleración igual a 650 cm./seg. ¿Cuáles serán su velocidad y el tiempo transcurrido cuando haya recorrido 200 m? Emplear el sistema M.K.S.

Como no hay velocidad inicial se usan las fórmulas (8).

$$e = 200 \text{ m.} \qquad a = 650 \text{ cm./seg.}^2 = 6.5 \text{ m./seg.}^2$$

$$v^2 = 2\ ae = 2 \times 6.5\,\frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2} \times 200 \text{ m.} = 2{,}600\,\frac{\text{m.}^2}{\text{seg.}^2}$$

Sacando la raíz cuadrada, $v = 51.0$ m./seg.

$$v = at \therefore t = \frac{v}{a} = \frac{51.0 \text{ m./seg.}}{6.5 \text{ m./seg.}^2} = 7.8 \text{ seg.}$$

Ejemplo 4: Un tren se mueve a razón de 180 km./hora. La aceleración negativa que producen sus frenos es de 0.5 m/seg.² ¿A qué distancia de la estación y cuánto tiempo antes deberá el maquinista aplicar los frenos para detenerlo?

Como el movimiento es retardado, la aceleración es negativa:

$$a = -0.5\,\frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2}$$

La velocidad final es cero porque se detiene en la estación $\therefore v = 0$.

$$v_o = 180\,\frac{\text{km.}}{\text{hora}} = 180 \times \frac{1{,}000 \text{ m.}}{3{,}600 \text{ seg.}} = 50\,\frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

Substituyendo en la fórmula $v^2 = v_o^2 + 2ae$,

$$0 = 50^2\,\frac{\text{m}^2}{\text{seg.}^2} - 2 \times 0.5\,\frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2} \times e \therefore e = 2{,}500 \text{ m.}$$

$$v = v_o + at \therefore 0 = 50\,\frac{\text{m.}}{\text{seg.}} - 0.5\,\frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2} \times t \therefore t = 100 \text{ seg.}$$

9. GRAFICOS DEL MOVIMIENTO

Para obtener una visión rápida de la forma en que varían el espacio, la velocidad y la aceleración durante el movimiento de un cuerpo, conviene representar gráficamente estas magnitudes. En los gráficos se toma siempre el tiempo a lo largo del eje horizontal y las otras magnitudes a lo largo del eje vertical.

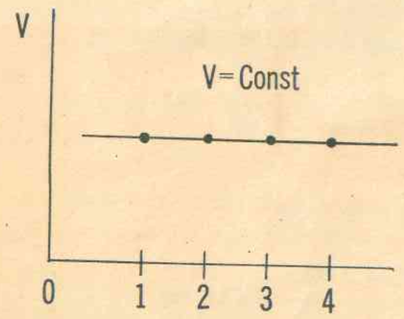


Fig. 2.

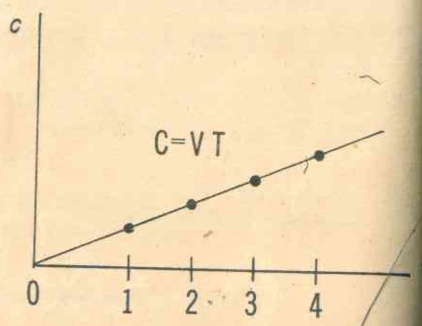


Fig. 3.

Por ejemplo, en el movimiento uniforme, la velocidad, como es constante, se representa por una recta horizontal (fig. 2) y el espacio, como es proporcional al tiempo, se representa por una recta cuya inclinación depende del valor de v. (fig. 3).

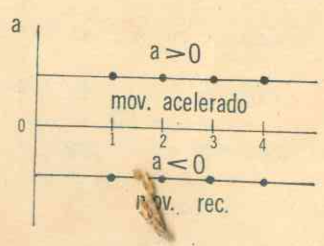


Fig. 4.

En el movimiento uniformemente variado, la aceleración es constante y se representa por una recta horizontal por encima o por debajo del eje horizontal, según que la aceleración sea positiva (movimiento acelerado) o negativa (movimiento retardado), (fig. 4).

Como en el M.U.V. la velocidad varía proporcionalmente al tiempo, su gráfico es una línea recta cuya inclinación depende de la aceleración (fig. 5).

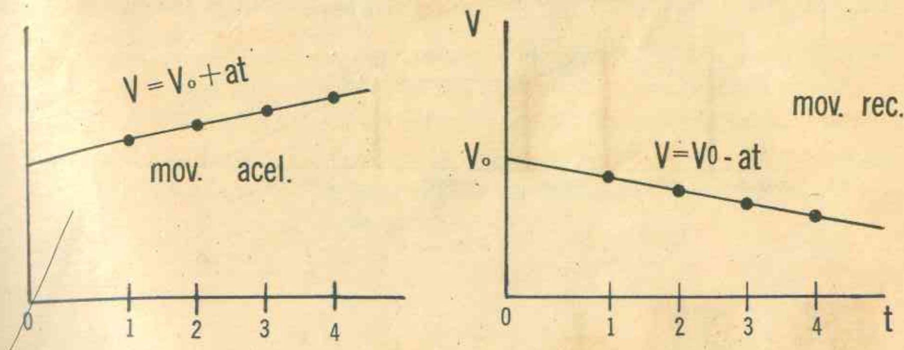


Fig. 5.

El gráfico del espacio es algo más complicado, pero si no hay velocidad inicial, de modo que $e = \frac{1}{2}at^2$, el gráfico es el representado en la fig. 6.

En general, el movimiento de un cuerpo es más complejo y unas veces es acelerado, otras es uniforme y otras es retardado. Por ejemplo, en la fig. 7 se ha ilustrado la variación de la velocidad de un automóvil de una parada de luz de tráfico hasta la siguiente. En 0 su velocidad es cero y empieza a moverse con movimiento uniformemente acelerado hasta A. De A a B el movimiento es uniforme. De B a C es uniformemente retardado y la velocidad disminuye. De C a D el movimiento es uniforme otra vez. Finalmente de D a E es retardado hasta detenerse en E.

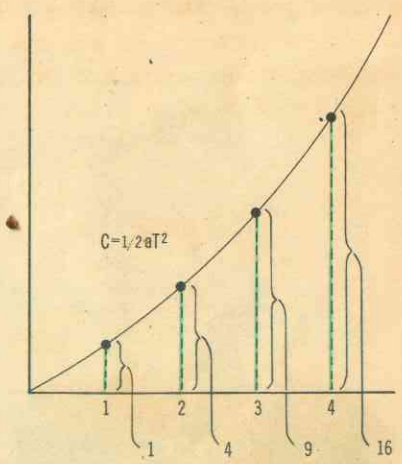


Fig. 6.

Un caso más general es el ilustrado en la fig. 8. De A a B y de C a D el movimiento es acelerado, pero no uniformemente. De B a C es retardado, y lo mismo de D a E. En E la velocidad es cero, pero el móvil prosigue moviéndose con velocidad negativa, lo que significa que se está moviendo en dirección contraria de modo que de E a F el movimiento es también acelerado.

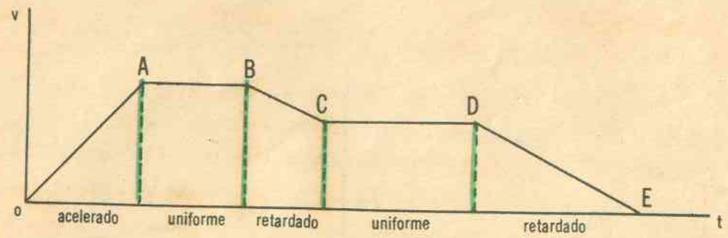


Fig. 7.

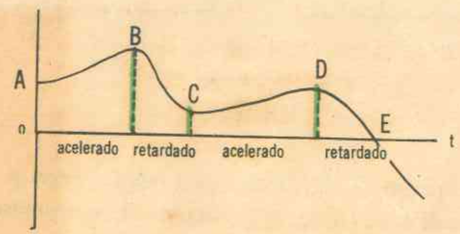


Fig. 8.

10. CAIDA DE LOS CUERPOS

Es un hecho que observamos repetidamente que todos los cuerpos tienden a caer sobre la superficie terrestre. Este fenómeno se debe a la atracción que la Tierra ejerce sobre los cuerpos próximos a su superficie y que recibe el nombre de *gravedad*. Esto es, sólo un caso particular de una propiedad general de la materia denominada gravitación universal. La naturaleza de este movimiento fue descubierta hace poco más de 300 años por el genial físico italiano Galileo Galilei (1564-1642) (figura 9).

Fig. 9. Galileo Galilei.

Como resultado de numerosos experimentos podemos enunciar la siguiente *ley de la caída de los cuerpos:*

En el vacío, todos los cuerpos caen con movimiento uniformemente acelerado, siendo la aceleración la misma para todos los cuerpos en un mismo lugar de la

Tierra, independientemente de su forma geométrica o de la substancia que los compone. Este resultado constituye la *ley de la caída de los cuerpos.*

Como una consecuencia inmediata de la igualdad de la aceleración concluímos que *en el vacío todos los cuerpos emplean el mismo tiempo en caer una misma distancia si parten en las mismas condiciones.*

Es necesario especificar en el vacío, porque si la caída se verifica en un medio como el aire, esta substancia se opone al movimiento, y esta oposición o resistencia depende principalmente de la forma geométrica del cuerpo.

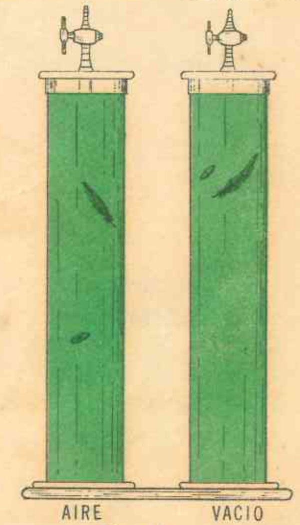


Fig. 10.

Por ejemplo, si se dejan caer en el aire una pluma y una moneda, la moneda caerá más pronto que la pluma, pero si caen en un tubo donde se ha hecho el vacío más perfecto posible, ambos cuerpos, la pluma y la moneda, caerán juntos. (Fig. 10).

Como ya se dijo, fue Galileo el primero en estudiar sistemáticamente la caída de los cuerpos descubriendo las leyes anteriores. Para comprobar la igualdad de los tiempos de caída Galileo lanzó desde lo alto de la torre inclinada de Pisa varios cuerpos de substancias y pesos diferentes observando que todos llegaban simultáneamente al suelo. (La resistencia del aire puede despreciarse cuando se trata de cuerpos compactos y alturas inferiores a 200 m.). Para verificar que el movimiento de caída es uniformemente acelerado, Galileo procedió indirectamente observando el movimiento de caída a lo largo de un plano inclinado, que es mucho más lento y más fácil de observar, comprobando que los espacios eran proporcionales a los cuadrados de los tiempos; entonces por inducción afirmó que en la caída libre vertical se cumplía la misma ley y el movimiento era uniformemente acelerado.

11. ACELERACION DE LA GRAVEDAD

La aceleración con que caen los cuerpos se llama *aceleración de la gravedad* o simplemente *gravedad*, y se designa por la letra *g*. Su valor depende de las condiciones locales de cada lugar de la Tierra; su valor máximo es en el polo norte, 983 cm./seg.^{2} y disminuye a medida que nos acercamos al ecuador, donde vale 978 cm./seg^2. El valor en París es 980.9 cm./seg.^{2} En los problemas se tomará siempre para mayor sencillez:

$$g = 980 \text{ cm./seg.}^2 = 9.8 \text{ m./seg.}^2 = 32 \text{ pies/seg.}^2$$

12. FORMULAS DE LA CAIDA Y SUBIDA DE LOS CUERPOS

Las fórmulas que se aplican en la caída de los cuerpos son las mismas del m.u.v. aunque se acostumbra representar la altura o espacio por h y la aceleración por g. Entonces para la caída libre de un cuerpo, o sea, sin velocidad inicial, se tiene:

$$v = gt, \quad h = \tfrac{1}{2}\, gt^2, \quad v^2 = 2gh \qquad (9)$$

Para la caída con velocidad inicial son:

$$v = v_0 + gt \qquad (10)$$

$$h = v_0 t + \tfrac{1}{2}\, gt^2 \qquad (11)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2\, gh \qquad (12)$$

Si el cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba el movimiento de subida será retardado, con lo que $a = -\, g$, y las fórmulas serán:

$$v = v_0 - gt \qquad (13)$$

$$h = v_0 t - \tfrac{1}{2}\, gt^2 \qquad (14)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gh \qquad (15)$$

A medida que el cuerpo sube su velocidad va disminuyendo, alcanzando su altura máxima cuando su velocidad se haya anulado. La fórmula de la altura máxima es:

$$h_m = \frac{v_0^2}{2g} \qquad (16)$$

que se obtiene haciendo $v = 0$ en (15) y despejando h

El tiempo que tarda en subir es:

$$t_s = \frac{v_0}{g} \qquad (17)$$

y se obtiene haciendo $v = 0$ en (13) y despejando t.

Ejemplo 1: Calcular la velocidad adquirida y la altura recorrida por un cuerpo que tarda 5 seg. en caer libremente.

$$t = 5 \text{ seg.}, \quad g = 9.8 \text{ m./seg.}^2, \quad v_0 = 0.$$

9. Un cuerpo se mueve con una velocidad de 12 km./min. Calcular la distancia que recorre en 4 seg. *R.* 800 m.

10. Dos trenes parten de una misma estación; uno a 60 km./hora y otro a 80 km./hora. ¿A qué distancia se encontrarán al cabo de 50 minutos (*a*) si marchan en el mismo sentido; (*b*) si marchan en sentido contrario? *R.* 16.66 Km., 116.66 Km.

11. Dos trenes parten de dos ciudades A y B distantes entre sí 400 Km. con velocidades de 70 Km./hora, y 100 Km./hora, pero el de A sale dos horas antes. ¿Cuándo se encontrarán y a qué distancia de A, (*a*) si ambos se mueven uno hacia el otro, (*b*) si ambos se mueven en sentido de B hacia A? *R.* 1 h., 32 m., 247.1 Km.; 18 h., 1,400 Km.

B

12. Un automóvil recorre 350 Km. en 7 horas. Calcular su velocidad media. *R.* 50 Km./hora.

13. A lo largo de una carretera se tienen tres ciudades A, B y C. La distancia entre A y B es 120 Km. y entre B y C es 180 Km. Un automóvil sale de A a las 7 a.m. Pasa por B a las 9 a.m., y llega a C a la 1 p.m. Calcular su velocidad media entre A y B, entre B y C y entre A y C. *R.* 60 km./h., 45 km./h., 50 km./h.

14. Una pelota rueda con m.u.v. por un plano inclinado. Si parte del reposo ¿cuál es su aceleración si al cabo de 10 seg. ha adquirido una velocidad de 80 cm./seg.? ¿Qué distancia ha recorrido en ese tiempo? *R.* 8 cm./seg.², 400 cm.

15. Un automóvil arranca y en 3 minutos adquiere una velocidad de 65 Km./hora. Calcular su aceleración y el espacio recorrido. *R.* 9.20 cm./seg.², 1,498.5 m.

16. Un cuerpo parte del reposo y recorre 50 m., con una aceleración de 8 cm./seg.². Calcular la velocidad adquirida y el tiempo transcurrido. *R.* 282.8 cm./seg., 35.35 seg.

17. ¿Qué tiempo debe transcurrir para que un cuerpo que parte del reposo con una aceleración de 0.4 m./seg.² adquiera una velocidad de 30 Km./min.? Calcular el espacio recorrido. *R.* 1,250 seg., 312,500 m.

18. Un móvil parte del reposo con m.u.v. y cuando ha recorrido 30 m. tiene una velocidad de 6 m./seg. Calcular su aceleración y el tiempo transcurrido. *R.* 60 cm./seg.², 10 seg.

19. Un aeroplano para despegar recorre una pista de 600 m. en 15 seg. ¿Con qué velocidad despega en km./hora y cuál es su aceleración en cm./seg.²? *R.* 288 km./hora, 533.3 cm./seg.²

20. Un automóvil parte del reposo y adquiere una velocidad de 60 km./h. en 15 seg. Calcular su aceleración en m./min.^{2} y en pies/seg.^{2}, y el espacio recorrido. Si la aceleración permanece constante calcular el tiempo transcurrido y el espacio recorrido cuando su velocidad es de 80 km./h. *R.* 4,000 m./min.^{2}, 3.64 pies, 125 m., 20 seg., 222.2 m.

21. ¿En qué tiempo adquirirá un cuerpo una velocidad de 45 km./h. si parte con una velocidad de 10 cm./seg. y se mueve con una aceleración de 2.5 cm./seg.^{2}? *R.* 8 min. 16 seg.

22. Calcular la aceleración de un móvil cuya velocidad aumenta de 20 km./h. a 80 km./h. en 10 min. Hallar el espacio recorrido. *R.* 100 m./min.^{2}, 8,333.3 m.

23. En un móvil la velocidad disminuye de 3,000 m./min. a 10 m./seg. en 4 seg. Calcular la aceleración negativa y el espacio recorrido. *R.* —10 m./seg.^{2}, 120 m.

24. Un móvil animado de m.u.v. tiene una aceleración de 3 cm./seg.^{2} y una velocidad inicial de 120 m./min. Calcular su velocidad y el espacio recorrido al cabo de 10 seg. Resolver el problema suponiendo primero que el movimiento es acelerado y después que es retardado. *R.* 230 cm./seg., 2,150 cm., 170 cm./seg., 1,850 cm.

25. Un automóvil cambia su velocidad de 18 Km./hora a 72 km./hora al recorrer 200 m. Calcular su aceleración y el tiempo. *R.* 0.9375 m./seg.^{2}, 16 seg.

26. Un avión aterriza con una velocidad de 84 Km./hora y se detiene después de recorrer 120 m. Calcular la aceleración retardatriz producida por los frenos y el tiempo transcurrido. *R.* 10.28 seg., —2.26 m./seg^2.

27. El velocímetro de un auto marca 45 Km./hora cuando se aplican los frenos. Si el auto se detiene en 2.8 seg., ¿cuál ha sido la aceleración negativa y la distancia recorrida? *R.* —4.46 m./seg.^{2}, 17.5 m.

28. Desde un buque es lanzado un avión mediante una catapulta de 3.5 m. Si la velocidad adquirida es de 140 Km./hora, calcular la aceleración. *R.*216 m./seg^2.

29. Un elevador arranca con una aceleración de 1 m./seg.^{2} hasta alcanzar su máxima velocidad de 20 m./seg. Va entonces deteniéndose con una aceleración retardatriz de 2.5 m./seg. Calcular la distancia recorrida y el tiempo empleado. *R.* 280 m., 28 seg.

30. Un tranvía parte del reposo y se mueve durante 15 seg. con una aceleración de 1 m./seg.^{2} Se suprime la corriente y continúa moviéndose 10 seg. con movimiento retardado a causa de la fricción con una

aceleración de 5 cm./seg.^{2} Finalmente se aplican los frenos y se detiene en 5 seg. Calcular la distancia total recorrida. *R.* 296.25 m.

31. Un bote motor aumenta su velocidad de 8 Km./hora a 30 Km./hora con una aceleración de 150 m./min^2. Calcular el tiempo empleado y el espacio recorrido. *R.* 2.44 min. 771.5 m.

32. Un cuerpo cuya velocidad es de 3 m./seg. experimenta una aceleración de 40 cm./seg.^{2} ¿Cuál será su velocidad cuando haya recorrido 10 m.? ¿Qué tiempo habrá transcurrido? Considerar ambos casos: movimiento acelerado y retardado. *R.* 4.12 m./seg., 2.8 seg., 1 m./seg., 5 seg.

33. Un cuerpo se mueve durante 3 seg. con m.u.v. recorriendo 81 m. Cesa entonces la aceleración y durante 3 seg. siguientes recorre con m.u. 72 m. Calcular la velocidad inicial y la aceleración. *R.* 30 m./seg., —2 m./seg.^{2}

34. Un tren va a 60 Km./hora. ¿Cuánto tiempo y a qué distancia antes de llegar a la estación deberá el maquinista aplicar los frenos si la aceleración retardatriz que ellos producen es de 1,000 m./min.^{2}? *R.* 1 min., 500 m.

C

35. Desde un globo en reposo se deja caer un cuerpo. ¿Qué velocidad tendrá y qué distancia habrá caído al cabo de 10 seg.? *R.* 98 m./seg., 490 m.

36. Resolver el problema anterior si el globo baja a razón de 12 m./seg. *R.* 110 m./seg., 610 m.

37. Si el globo del problema 35 se encuentra a una altura de 4,900 m., ¿qué tiempo tardará el cuerpo en llegar al suelo y con qué velocidad llegará? *R.* 31.6 seg., 309.8 m./seg.

38. Un cuerpo dejado caer libremente llega al suelo con una velocidad de 29.4 m./seg. Determinar el tiempo empleado en caer y la altura del punto de partida. *R.* 3 seg., 44.1 m.

39. Si un cuerpo cae en 4 seg. partiendo del reposo, calcular la velocidad con que llega al suelo y la altura del punto de partida. *R.* 39.2 m./seg., 78.4 m.

40. Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m./seg. ¿En qué instante su velocidad será de 6 m./seg. y a qué altura se encontrará? *R.* 1.43 seg., 18.58 m.

41. ¿Qué velocidad inicial debe dársele a un cuerpo para que caiga 980 m. en 10 seg? ¿Cuál será su velocidad al cabo de los 10 seg.? *R.* 49 m./seg., 147 m./seg.

42. Una piedra es lanzada en un pozo de una mina con una velocidad inicial de 32 m./seg. y llega al fondo en 3 seg. Hallar la profundidad del pozo y la velocidad con que llega. *R.* 140.1 m., 61.4 m./seg.

43. Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 4,900 cm./seg. ¿A qué altura llegará y cuánto tardará en volver al suelo? *R.* 122.5 m., 10 seg.

44. Un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba regresa al cabo de 8 seg. ¿Cuáles fueron la velocidad inicial y la máxima altura alcanzada? *R.* 39.2 m./seg., 78.4 m.

45. ¿Con qué velocidad inicial fue lanzado un cuerpo que cuando ha subido 5 cm. posee una velocidad de 200 cm./seg?. ¿Qué tiempo ha estado subiendo? *R.* 223.1 cm./seg., 0.023 seg.

46. ¿Qué altura ha caído y con qué velocidad inicial fue lanzado un cuerpo que en 10 seg. adquiere una velocidad de 11,800 cm./seg. *R.* 2,000 cm./seg., 690 m.

47. Resolver el problema anterior si el cuerpo es lanzado hacia arriba. *R.* 21,600 cm./seg., 1,670 m.

capítulo 5 Vectores Composición de movimientos

1. ESCALARES Y VECTORES

En Física existen dos tipos muy importantes de magnitudes que son los escalares y los vectores.

MAGNITUDES ESCALARES *o simplemente* ESCALARES *son aquellas determinadas exclusivamente por su medida cuando se toma una unidad conveniente.* Por ejemplo, para especificar el volumen de un cuerpo basta con indicar cuantos m^3 tiene; para conocer la temperatura del ambiente sólo se requiere leer en un termómetro; el tiempo es también una magnitud escalar. Las magnitudes escalares se especifican completamente mediante un número.

MAGNITUDES VECTORIALES *o simplemente* VECTORES *son aquellas que para su completa determinación requieren que se especifique una dirección además de conocer su medida o intensidad.* Por ejemplo, para precisar completamente el movimiento de un barco en alta mar no basta con dar el *valor* de su velocidad, digamos 30 km./hora; es necesario además, indicar la *dirección* en que se mueve, pues solamente así podrá determinarse su posición en un instante posterior. Por tanto, la velocidad es una magnitud vectorial. También lo es la aceleración.

Los vectores se representan mediante segmentos que tienen la dirección del vector y una longitud proporcional a su intensidad; el segmento lleva una saeta para indicar el sentido. En la fig. 1 se han representado dos vectores que tienen la misma intensidad, pero direcciones opuestas.

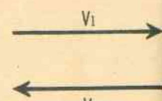


Fig. 1.

En las fórmulas un vector se representa por una letra en negritas como *V*, o por una letra con una flecha encima, como $\vec{V}$.

El desplazamiento de un cuerpo es una magnitud vectorial, pues para especificarlo es necesario indicar no sólo la distancia que se ha movido sino además la dirección en que se movió.

En el movimiento rectilíneo la velocidad se representa por un vector que tiene la misma dirección que la trayectoria. Si el movimiento es uniforme el vector tiene siempre la misma magnitud (fig. 2 a). Si el movimiento es variado, el vector velocidad tiene una magnitud variable aumentando o disminuyendo según que el movimiento sea acelerado o retardado. En el movimiento uniformemente acelerado la aceleración es un vector que tiene la misma dirección que la velocidad (fig. 2 b), pero si el movimiento es retardado, la aceleración es negativa y por tanto se representa por un vector que tiene la dirección opuesta a la velocidad, (fig. 2 c).

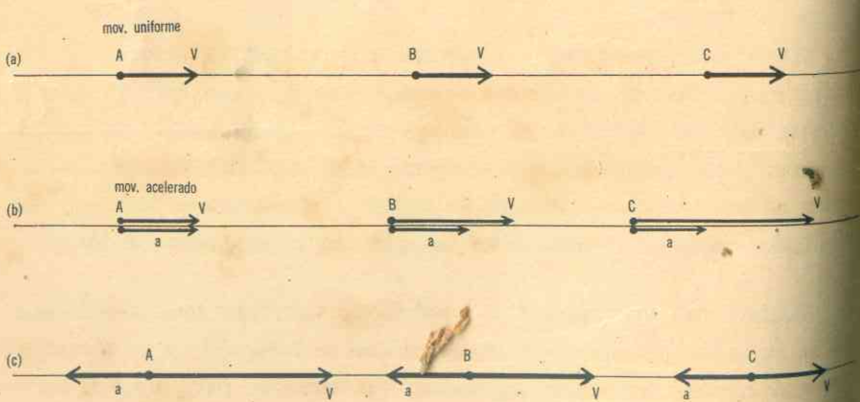


Fig. 2.

2. SUMA DE DOS VECTORES

La suma o resultante de dos vectores se obtiene construyendo el paralelogramo determinado por los segmentos que los representan. La diagonal

representará entonces el vector resultante o suma *R*. (Fig. 3). Este método se llama *regla del paralelogramo*. Se puede escribir que:

$$\vec{R} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

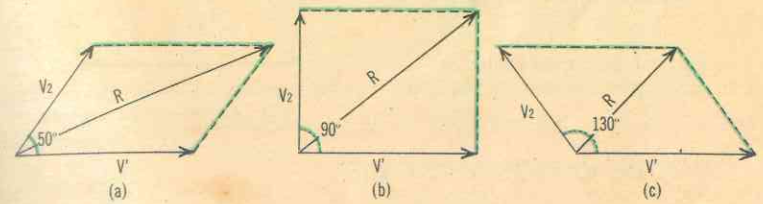


Fig. 3. Regla del paralelogramo.

Esta igualdad es completamente diferente de $R = V_1 + V_2$, que en general no se cumple en este caso.

En efecto, la magnitud del vector suma puede ser mayor, igual o menor que la suma de las magnitudes de los vectores componentes. Si los dos vectores tienen la misma dirección, la magnitud del vector suma o resultante es simplemente la suma de las magnitudes de los componentes (fig. 4), pero si tienen direcciones opuestas, es igual a su diferencia (figura 5).

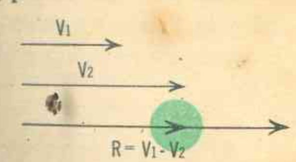


Fig. 4.

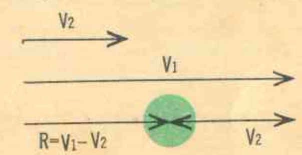


Fig. 5.

Si los dos vectores son perpendiculares (fig. 3 b), la magnitud del vector resultante se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras:

$$R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} \quad (1)$$

En realidad, no es necesario construir el paralelogramo y puede obtenerse el vector resultante trazando por el extremo *B* del segmento que representa el primer vector un segmento *BA* igual y paralelo al segundo vector; el segmento *OA* representará el vector suma. (Fig. 6).

3. DIFERENCIA DE DOS VECTORES

La *diferencia* de dos vectores se obtiene sumando al primero o minuendo el vector opuesto o negativo del segundo o sustraendo. (Fig. 7).

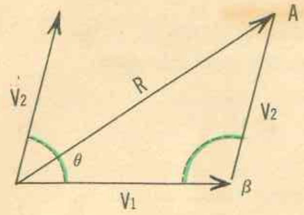


Fig. 6. Suma de vectores.

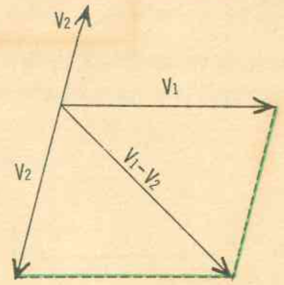


Fig. 7. Resta de vectores.

4. SUMA DE VARIOS VECTORES

Para sumar varios vectores se coloca el origen del segundo sobre e extremo del primero, el origen del tercero sobre el extremo del segundo y así sucesivamente hasta el último vector (fig. 8). El segmento *OD* que va del origen del primer vector al extremo del último representa el vector suma o resultante. El polígono *OABCD* cuyos lados son iguales y paralelos a los vectores componentes se llama *polígono de los vectores*. El orden en que se tomen los vectores para sumarlos es indiferente porque el resultado es siempre el mismo.

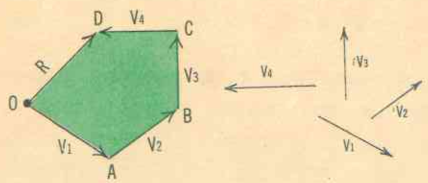


Fig. 8. Polígono de vectores.

5. COMPONENTES DE UN VECTOR

También puede *descomponerse* un vector en otros dos que tengan direcciones determinadas. Por ejemplo, para descomponer el vector $R = OA$ (fig. 9) en otros dos según las direcciones 1 y 2 se trazan por el extremo A de R las rectas AC y AB paralelas respectivamente a las direcciones 1 y 2. Los segmentos OB y OC representan entonces las componentes de R en las direcciones pedidas. Cuando el ángulo entre 1 y 2 es recto, se obtienen las *componentes rectangulares*, (fig. 10). Las componentes rectangulares son las usadas más frecuentemente.

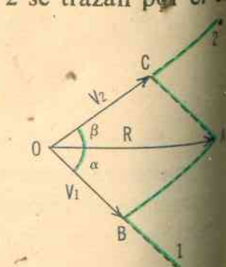


Fig. 9. Componentes de un vector.

6. COMPOSICION DE MOVIMIENTOS

Supongamos que un cuerpo se encuentre sometido simultáneamente a la acción de varios agentes que le imprimen di-

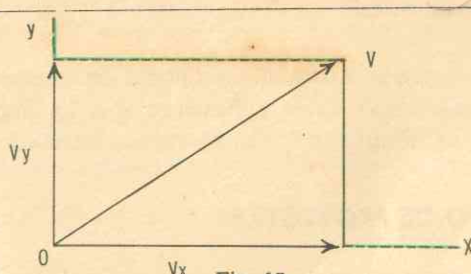


Fig. 10.

versas velocidades. *La velocidad resultante del movimiento que en definitiva adquiere el cuerpo es la suma vectorial de las velocidades de los movimientos componentes.*

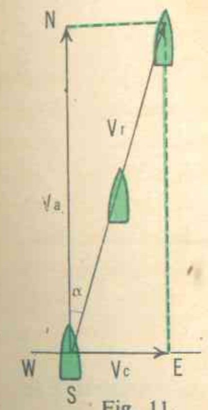


Fig. 11.

Por ejemplo, supongamos que un bote motor (figura 11) tiende a moverse en dirección norte con una velocidad $V_B = 72$ km./hora en un lugar donde la corriente tiene dirección este y una velocidad $V_C = 20$ km./hora. Entonces la velocidad resultante V_R del bote es la suma vectorial de la velocidad V_B del bote sobre el agua más la velocidad V_C de la corriente.

Como se trata de vectores perpendiculares la magnitud de la velocidad resultante se obtiene aplicando (18):

$$V_R = \sqrt{72^2 + 20^2} = 74.7 \text{ km./hora}$$

La corriente desvía el bote hacia el este un ángulo $\alpha = 15° 33'$, que se puede determinar en el gráfico hecho a escala.

Análogamente, como las aceleraciones son vectores, pueden también sumarse vectorialmente para obtener la aceleración resultante.

Un ejemplo interesante es el de la caída de un cuerpo por un plano inclinado, (fig. 12). La aceleración de la gravedad g es un vector en dirección vertical. Determinando las componentes rectangulares según las

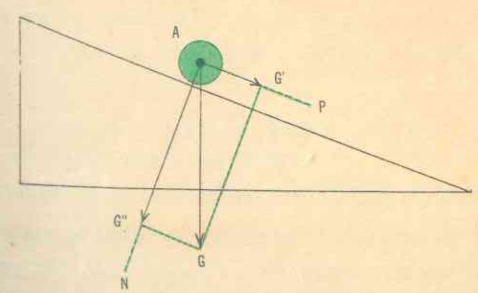


Fig. 12.

direcciones AP y AN que son paralelas y normales respectivamente al plano resulta que la aceleración de caída del cuerpo A a lo largo del plano es g'. Esta aceleración es tanto menor cuanto menos inclinado está el plano.

7. MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Otro ejemplo muy importante de composición de movimientos es el movimiento de los proyectiles lanzados oblicuamente, (fig. 13). El ángulo

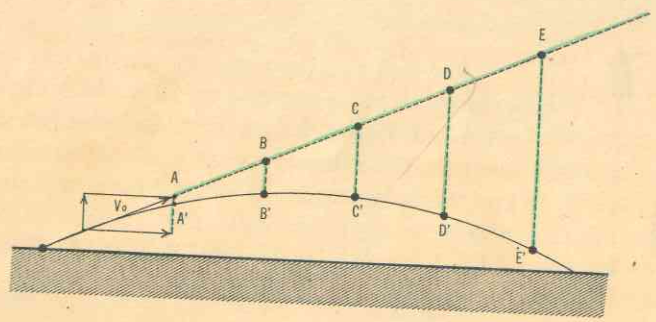


Fig. 13. Trayectoria de un proyectil.

α que forma la dirección de la velocidad inicial v_0 con la horizontal se llama *ángulo de tiro.* Si la Tierra no ejerciera ninguna acción sobre el proyectil, su trayectoria sería la recta $PABC$... donde se ha supuesto que las posiciones A, B, C,... son ocupadas al cabo de 1 seg., 2 seg., 3 seg.,... Sin embargo, a causa de la aceleración de la gravedad el proyectil al cabo de 1 seg. deberá encontrarse en la posición A' directamente debajo de A a la distancia $AA' = \frac{1}{2}\, g\,(1)^2$, que es lo que cae en 1 seg. de acuerdo con la fórmula (9), del Cap. IV, o sea $h = \frac{1}{2}\, gt^2$.; al cabo de 2 seg. se encontrará en B' siendo $BB' = \frac{1}{2}\, g\,(2)^2$ y así sucesivamente. La trayectoria $PA'B'C'$... descrita por el proyectil es una parábola. La distancia del punto donde es lanzado al punto donde cae el proyectil se llama *alcance.* El alcance máximo se obtiene cuando el ángulo de tiro es de 45°.

PREGUNTAS

1. Establezca la diferencia entre un escalar y un vector.
2. ¿Es siempre la magnitud del vector resultante mayor que las magnitudes de los componentes? No, puede ser = >0 <
3. ¿Qué son componentes rectangulares? ¿Es siempre un vector mayor que sus componentes rectangulares?

4. ¿Depende la suma de varios vectores del orden en que se tomen éstos? No. no es indiferente porq' el resultado es el mismo
5. Hacer un estudio gráfico de la trayectoria de un proyectil lanzado horizontalmente, semejante al de la fig. 13 para un proyectil oblicuo.
6. Haga una lista de magnitudes escalares y vectoriales que le son familiares.

PROBLEMAS

(Todos los problemas de este grupo deben resolverse gráficamente con regla, compás y semicírculo graduado).

1. Dos vectores cuyas magnitudes son 6 y 9 unidades forman ángulos de (*a*) 0°, (*b*) 60°, (*c*) 90°, (*d*) 140°, (*e*) 180°. Hallar su resultante. *R.* 15, 13.07, 10.81, 5.90, 3.
2. Hallar el ángulo entre los dos vectores anteriores si su resultante tiene una magnitud igual a 12 unidades. *R.* 75° 30'.
3. El vector resultante de otros dos tiene una magnitud igual a 10 unidades y forma un ángulo de 35° con uno de los vectores componentes cuya magnitud es 12 unidades. Hallar el otro vector componente y el ángulo entre ellos. *R.* 6.8, 123° 30'.
4. Hallar el ángulo que forman las direcciones de dos vectores cuyas magnitudes son 8 unidades y 10 unidades si la dirección del vector resultante forma un ángulo de 50° con el segundo. Calcular también el vector resultante. *R.* 123°, 8.7.
5. Hallar las componentes de un vector de 10 unidades según dos direcciones que forman un ángulo de 70° si el vector forma con una de ellas un ángulo de 40°. *R.* 5.3, 6.8.
6. Hallar la componente de un vector de 10 unidades en una dirección que forma un ángulo de 45° con la del vector. *R.* 7.1.
7. Se tienen tres vectores $V_1 = 6$ unidades, $V_2 = 5$ unidades y $V_3' = 4$ unidades. El ángulo entre las direcciones de V_1 y V_2 es de 50° y entre las de V_2 y V_3 es de 75°. Hallar el vector resultante. *R.* 9.3.
8. Se tienen cuatro vectores $V_1 = 4$ unidades, $V_2 = 6$ unidades, $V_3 = 5$ unidades y $V_4 = 3$ unidades. Los ángulos que las direcciones de V_2, V_3 y V_4 forman con la de V_1 son 70°, 150° y 200°. Hallar el vector resultante. *R.* 7.6.

9. Se tienen cinco vectores $V_1 = 7$ unidades, $V_2 = 5$ unidades, $V_3 = 9$ unidades, $V_4 = 4$ unidades, $V_5 = 6$ unidades. El ángulo entre cada vector y V_1 es 45°, 150°, 250° y 300° respectivamente. Hallar el vector resultante. *R.* 5.2.

10. Un nadador va a cruzar un río cuya velocidad es de 3 Km./hora. Si el nadador va a razón de 10 m./min. ¿cuál es su velocidad resultante? *R.* 51 m./min.

11. Un bote se mueve en dirección *N.*, con una velocidad de 6 Km./hora. Sobre su cubierta camina una persona con una velocidad igual también a 6 Km./h. ¿Cuál es la velocidad de la persona con relación a la tierra si camina en dirección (1) *N.*, (2) *S.*, (3) *E.*, (4) *NE.*, (5) *SE?* *R.* (1) 12 Km./h., (2) 0, (3) 8.4 Km./h., (4) 11.09 Km./h., (5) 4.6 Km./h.

capítulo 6 Cinemática Movimiento curvilíneo

1. MOVIMIENTO CURVILINEO

Como explicamos en el Cap. IV, el *movimiento curvilíneo es aquel cuya trayectoria es una línea curva.* Este es el caso más frecuente, pues sólo en condiciones muy especiales el movimiento es rectilíneo.

Cuando la trayectoria es una curva conocida se le da un nombre específico. Por ejemplo, si la trayectoria es un círculo, se llama *movimiento circular*, si es una parábola se tiene el *movimiento parabólico*, etc.

2. VELOCIDAD Y ACELERACION EN EL MOVIMIENTO CURVILINEO

En este caso la velocidad se representa por un vector cuya *magnitud* es igual al espacio recorrido en la unidad de tiempo y cuya *dirección* es tangente a la trayectoria.

En la fig. 1, la curva *TT'* es la trayectoria y el vector velocidad se ha indicado en cuatro posiciones diferentes *A*, *B*, *C* y *D*.

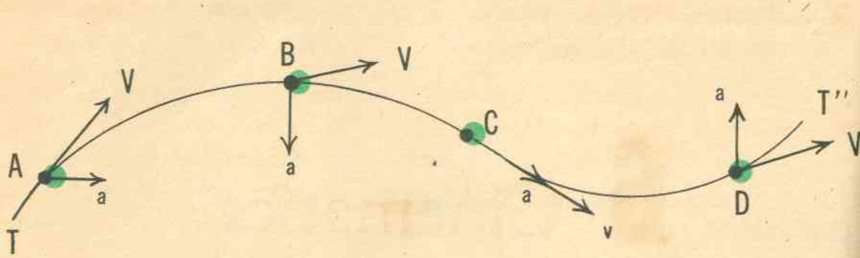


Fig 1

Obsérvese que en el movimiento curvilíneo la velocidad en general varía en *magnitud* y en *dirección*, mientras que en el movimiento rectilíneo es sólo la magnitud la que varía, aunque en algunos casos también puede cambiar el sentido del movimiento.

La aceleración en el movimiento curvilíneo se debe al cambio en magnitud y dirección de la velocidad. Se representa por un vector cuya dirección coincide con la dirección en que cambia la velocidad y por ello está siempre del lado cóncavo de la trayectoria como se ha ilustrado en las posiciones *A*, *B* y *D* de la fig. 1.

En este caso: $\vec{a} = \dfrac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$

$$\text{o vector aceleración} = \frac{\text{cambio del vector velocidad}}{\text{tiempo}}$$

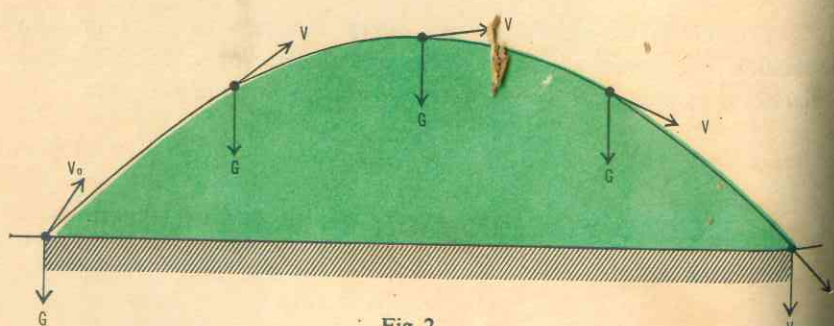


Fig 2

En la fig. 2 se ha ilustrado la trayectoria de un proyectil que se obtiene según se explicó en el No. 7 del Cap. V. Se ha representado la velocidad en varias posiciones apreciándose los cambios en magnitud y dirección. También se ha representado la aceleración que en este caso es un vector constante en magnitud y dirección por tratarse de la aceleración de la gravedad.

3. COMPONENTES TANGENCIAL Y NORMAL DE LA ACELERACION

Como en general la aceleración es oblicua a la velocidad, resulta conveniente a veces descomponerla en la dirección tangente a la curva, o sea paralela a la velocidad, y la dirección perpendicular a la velocidad. En la fig. 3 se ha ilustrado la descomposición de la aceleración *a* según la tangente *PT* y la normal *PN*. La componente a_t se llama *aceleración tangencial* y la componente a_n es la aceleración normal o centrípeta.

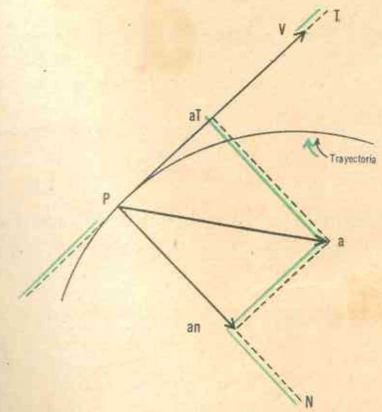


Fig. 3.

La aceleración tangencial está asociada con el cambio en la *magnitud* de la velocidad, mientras que la aceleración normal o centrípeta se debe al cambio en la *dirección* de la velocidad.

4. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Es el movimiento de una partícula que describe una circunferencia recorriendo espacios o arcos iguales en tiempos iguales cualesquiera.

Si suponemos unido el móvil *A* (fig. 4), al centro de la circunferencia, entonces el radio $OA = R$ describe también ángulos iguales en tiempos iguales.

Sea t el tiempo empleado por el móvil en recorrer el arco *AB* y sea θ llamado *ángulo de fase*, el ángulo descrito por el radio, medido usualmente en radianes. Entonces la VELOCIDAD ANGULAR *es el ángulo descrito por el radio en la unidad de tiempo*. Designándola por ω tenemos:

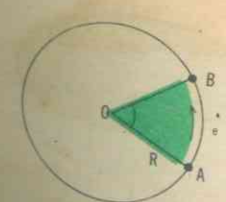


Fig. 4.

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad \frac{\text{rad}}{\text{seg.}} \quad \text{o} \quad \frac{\text{grados}}{\text{seg.}} \tag{1}$$

La unidad de velocidad angular es el radián por segundo, que es la velocidad angular de una partícula cuyo radio describe un ángulo de un radián cada segundo con movimiento circular uniforme.

PERIODO es el tiempo que tarde el móvil en dar una vuelta o revolución completa. Designándolo por T tenemos que si en t seg. da n vueltas el período será:

$$T = \frac{t}{n} \qquad (2)$$

Como en una vuelta completa hay 2π radianes, resulta haciendo $\theta = 2\pi$ rad, $t = T$ seg. en (1) que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (3)$$

FRECUENCIA es el número de revoluciones efectuadas por el móvil en la unidad de tiempo. Designándola por N tenemos que si en dar n vueltas emplea el tiempo t la frecuencia será:

$$N = \frac{n}{t} \qquad (4)$$

Multiplicando (2) y (4) se obtiene:

$$NT = 1 \quad \text{o} \quad N = \frac{1}{T} \qquad (5)$$

de modo que la frecuencia es el inverso del período.

En el MCU la velocidad lineal es un vector constante en magnitud pero cuya dirección está cambiando por ser siempre tangente al círculo.

Como al dar una vuelta completa el móvil recorre el espacio $2\pi R$ empleando el tiempo T, su velocidad lineal será, aplicando (1, Cap. IV):

$$v = \frac{2\pi R}{T} \qquad (6)$$

que, recordando (3), puede escribirse también en la forma

$$v = \omega R \qquad (7)$$

indicando que la magnitud de la velocidad lineal es proporcional a la velocidad angular y al radio.

Por ejemplo, si tenemos un disco D (fig. 5) girando alrededor del eje EE' con velocidad angular ω, todas sus partículas están animadas de *m.c.u.* con la misma velocidad angular. Sin embargo, sus

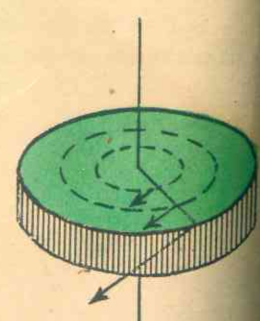


Fig. 5.

velocidades lineales son tanto mayores cuanto más separadas del centro se encuentren, siendo proporcionales a las distancias OA, OB,.., lo cual se comprende porque las que están más separadas del centro tienen que recorrer una distancia mayor en el mismo tiempo que las otras.

Ejemplo 1: Un móvil animado de m.c.u. describe un ángulo de 2.20 rad. en 1/5 seg. Si el radio de la circunferencia descrita es de 40 cm. calcular (*a*) su velocidad angular; (*b*) su velocidad lineal; (*c*) su período; (*d*) su frecuencia.

$$\theta = 2.20 \text{ rad.}, \quad t = 1/5 \text{ seg.}, \quad R = 40 \text{ cm.}$$

$$(a) \quad \omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2.20 \text{ rad.}}{1/5 \text{ seg.}} = 11 \frac{\text{rad.}}{\text{seg.}}$$

$$(b) \quad v = R\,\omega = 40 \text{ cm.} \times 11 \frac{\text{rad.}}{\text{seg.}} = 440 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}}$$

$$(c) \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{6.28 \text{ rad.}}{11 \text{ rad./seg.}} = 0.57 \text{ seg.}$$

$$(d) \quad N = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.57 \text{ seg.}} = 1.75 \frac{\text{rev.}}{\text{seg.}}$$

Ejemplo 2: Un disco que está animado de m.c.u. da 120 revoluciones por minuto (r.p.m.). Calcular (*a*) su período; (*b*) frecuencia; (*c*) velocidad angular, y (*d*) la velocidad lineal de un punto de su periferia si tiene un diámetro de 3 m.

$$n = 120 \text{ vueltas}, \quad t = 1 \text{ min.} = 60 \text{ seg.}, \quad R = 3 \div 2 = 1.5 \text{ m.}$$

$$(a) \quad T = \frac{t}{n} = \frac{60 \text{ seg.}}{120 \text{ vueltas}} = \tfrac{1}{2} \text{ seg.}$$

$$(b) \quad N = \frac{1}{T} = \frac{1}{\tfrac{1}{2} \text{ seg.}} = 2 \frac{\text{rev.}}{\text{seg.}}$$

$$(c) \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6.28 \text{ rad.}}{\tfrac{1}{2} \text{ seg.}} = 12.56 \frac{\text{rad.}}{\text{seg.}}$$

$$(d) \quad v = R\,\omega = 12.56 \frac{\text{rad.}}{\text{seg.}} \times 1.5 \text{ m.} = 18.84 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

5. ACELERACION CENTRIPETA EN EL MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Hemos explicado que en el movimiento circular uniforme la velocidad lineal permanece constante en magnitud pero varía en dirección.

Por tanto, en el m.c.u. *no* hay aceleración tangencial y sólo hay aceleración normal o centrípeta, o sea la *aceleración en el m.c.u. es perpendicular a la velocidad*, (fig. 6). Como la velocidad es tangente al círculo, es perpendicular al radio. Luego la aceleración en el m.c.u. tiene la dirección del radio y está dirigida hacia el centro. Por eso se llama "centrípeta".

La aceleración centrípeta puede calcularse por una cualquiera de las siguientes expresiones:

$$a = \frac{v^2}{R}, \quad a = \omega^2 R, \quad a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \qquad (8)$$

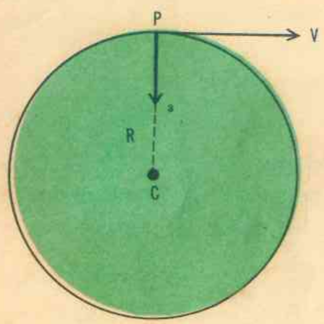


Fig. 6.

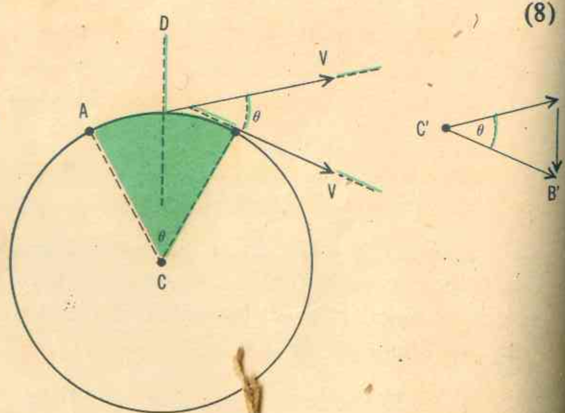


Fig. 7.

6. DEMOSTRACION DE LAS FORMULAS DE LA ACELERACION CENTRIPETA

Consideremos dos posiciones A y B muy próximas del móvil, (fig. 7). En cada una se ha indicado el vector velocidad. Por un punto cualquiera C' tracemos dos vectores $C'A'$ y $C'B'$ iguales y paralelos respectivamente a la velocidad en A y en B. Entonces notamos que:
cambio del vector velocidad $= A'B'$.

De acuerdo con la definición de aceleración tenemos que:

$$\text{vector aceleración} = \frac{\text{cambio del vector velocidad}}{\text{tiempo}}$$

y por tanto:

$$a = \text{aceleración centrípeta} = \frac{A'B'}{t}$$

Pero los triángulos ABC y $A'B'C'$ son semejantes. Luego:

$$\frac{A'B'}{A'C'} = \frac{AB}{AC} \therefore A'B' = \frac{A'C' \times AB}{AC} = \frac{v \times AB}{R}$$

Substituyendo en la expresión de a:

$$a = \frac{v \times AB}{R \times t} = \frac{v}{R} = \frac{AB}{t}$$

Ahora bien, el espacio recorrido por el móvil es el arco AB de modo que:

$$v = \text{velocidad lineal} = \frac{\text{arco } AB}{t}$$

Pero si el tiempo transcurrido es muy pequeño, el arco AB es prácticamente igual a la cuerda AB por lo que:

$$v = \frac{AB}{t}$$

Substituyendo en la expresión anterior para a resulta finalmente que:

$$a = \frac{v}{R} \times v = \frac{v^2}{R}$$

que es la expresión buscada. Las otras dos expresiones se obtienen a partir de la anterior, teniendo en cuenta que $v = \omega R$ y $\omega = 2\pi/T$.

Obsérvese que debemos considerar un tiempo muy pequeño porque queremos la aceleración instantánea. De otro modo resultaría la aceleración media.

Ejemplo 1: Un automóvil describe una curva cuyo radio es 50 m. con una velocidad de 54 km./h. Calcular su aceleración centrípeta.

$$v = 54\,\frac{\text{km.}}{\text{h.}} = 54 \times \frac{1{,}000\text{ m.}}{3{,}600\text{ seg.}} = 15\,\frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(15 \text{ m./seg.})^2}{50 \text{ m.}} = 4.50 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2}$$

Ejemplo 2: Del extremo de un hilo de 40 cm. de longitud se amarra una piedra que se hace girar a razón de 30 revoluciones por minuto. Calcular la aceleración centrípeta de la piedra.

$$R = 40 \text{ cm.} \quad n = 30, \quad t = 1 \text{ min.} = 60 \text{ seg.}$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60 \text{ seg.}}{30} = 2 \text{ seg.}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2 \text{ seg.}} = \pi \text{ rad./seg.}$$

$$a = \omega^2 R = (\pi \text{ rad./seg.})^2 \times 40 \text{ cm.} = 394.78 \text{ cm./seg.}$$

7. TRANSMISION DEL MOVIMIENTO DE ROTACION

El movimiento de rotación puede transmitirse fácilmente de un cuerpo a otro mediante correas y engranajes, por lo que es de gran valor industrial y técnico. Por ejemplo en las bicicletas el movimiento de rotación de los pedales se transmite a la rueda trasera mediante una cadena que ajusta perfectamente en dos ruedas dentadas.

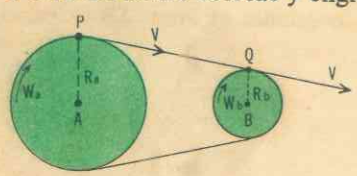


Fig. 8. Transmisión del movimiento de rotación.

En la fig. 8 se tiene la transmisión del movimiento de rotación de la rueda *A* a la rueda *B* mediante una correa y en la fig. 9 se tiene el caso de dos ruedas dentadas. Si R_a y R_b son los radios de las ruedas y ω_a y ω_b sus velocidades angulares hay entre ellos la siguiente relación:

$$\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{R_b}{R_a} \qquad (9)$$

o sea, *las velocidades angulares de las dos ruedas son inversamente proporcionales a sus radios respectivos.*

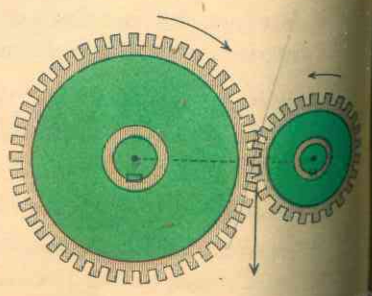


Fig. 9.

En efecto, considerando la fig. 8, la velocidad lineal de los puntos de los

bordes de las dos ruedas es la misma a causa de la correa; luego, aplicando (7):

$$v = \omega_a R_a, \qquad v = \omega_b R_b \quad \therefore \quad \omega_a R_a = \omega_b R_b$$

de donde se obtiene (9). La misma demostración puede hacerse con la fig. 9, pues la velocidad lineal del punto de contacto debe ser la misma en ambas ruedas.

PREGUNTAS

cambio de dirección de la velocidad

1. ¿A qué se debe la aceleración centrípeta en un movimiento curvilíneo?
2. ¿A qué se debe la aceleración tangencial en un movimiento curvilíneo?
3. ¿Cuál es el valor de la aceleración tangencial en el movimiento circular uniforme? Explique. no hay. $a = \frac{V^2}{R}$
4. ¿Cuál es el valor de la aceleración centrípeta en el movimiento rectilíneo? Explique.
5. En un movimiento circular uniforme, a) la magnitud, b) la dirección de la velocidad, ¿permanece costante o es variable? constante variable
6. En una hélice de un avión, ¿qué partículas tienen a) mayor velocidad angular, b) mayor velocidad lineal: las que están próximas al extremo o próximas al eje? a) b)
7. Si la frecuencia de un m.c.u. aumenta, ¿qué le ocurre al período y a la velocidad angular?

PROBLEMAS

1. ¿Cuál es la velocidad angular de un disco que gira 13.2 radianes en 6 seg? ¿Cuál es su período? ¿Cuál es su frecuencia? *R.* 2.2 rad./seg., 2.856 seg., 0.25 rev./seg.
2. ¿Qué tiempo necesitará el disco anterior (*a*) para girar un ángulo de 780°, (*b*) para dar 12 revoluciones? *R.* 6.188 seg., 34,272 seg.
3. Calcular la velocidad angular de cada una de las tres agujas de un reloj. *R.* 6.28 rad./min., 0.1047 rad./min., 0.0087 rad./min.
4. Una rueda da 120 revoluciones por minuto teniendo un diámetro de 3 m. Calcular (*a*) su frecuencia; (*b*) su período; (*c*) su velocidad angular; (*d*) la velocidad lineal de un punto del borde de la rueda. *R.* 2 rev./seg., 0.5 seg., 12.56 rad./seg., 18.84 m./seg.

5. Un disco de 50 cm. de radio da 400 revoluciones en 5 minutos. Calcular (*a*) su frecuencia; (*b*) su período; (*c*) su velocidad angular y (*d*) la velocidad lineal de los puntos de su periferia. *R.* 1.33 rev./seg., 0.75 seg., 8.37 rad./seg., 418.5 cm./seg.

6. La velocidad angular de un cuerpo que gira es 4 rad./seg. Calcular (*a*) el ángulo girado en 0.2 seg. expresado en radianes y en grados; (*b*) el tiempo necesario para girar 120°; (*c*) su período de rotación; (*d*) su frecuencia. *R.* 0.8 rad., 45° 51', 1.91 seg., 1.57 seg., 0.630 rev./seg.

7. Bajo la acción del viento una puerta gira un ángulo de 90° en 5 seg. Calcular su velocidad angular y la velocidad lineal de los puntos del borde si el ancho de la puerta es de 50 cm. *R.* 0.314 rad./seg., 15.7 cm./seg.

8. Un disco cuyo radio es 30 cm. recorre rodando una distancia de 5 m. en 6 seg. Calcular (*a*) el número de vueltas que dió; (*b*) su período; (*c*) su velocidad angular. *R.* 2.65 vueltas, 2.26 seg., 2.77 rad./seg.

9. Calcular las velocidades angular y lineal de la Luna sabiendo que da una vuelta completa alrededor de la Tierra en 28 días aproximadamente y que la distancia media entre estos dos planetas es 38.22×10^4 Km. Calcular también su aceleración centrípeta. *R.* 2.585×10^{-6} rad./seg., 086.07 m./seg.

capítulo 7 Dinámica

1. INTRODUCCION

En la Cinemática sólo hemos estudiado diversos tipos de movimiento sin preocuparnos de las causas que los producen. En la Dinámica se estudian las causas que producen los movimientos, es decir, los *principios generales* que rigen los movimientos.

Estos principios generales son tres: *Principio de la Inercia, Principio de la Fuerza y Principio de la Acción y la Reacción.* Estos principios fueron enunciados en 1667 por Sir Isaac Newton (1642-1727), (fig. 1) y no pueden probarse directamente por medio de experiencias realizadas en el laboratorio, sino solamente a través de las consecuencias que de ellos se derivan. No obstante existen experimentos que pueden considerarse como demostraciones aproximadas de estas leyes.

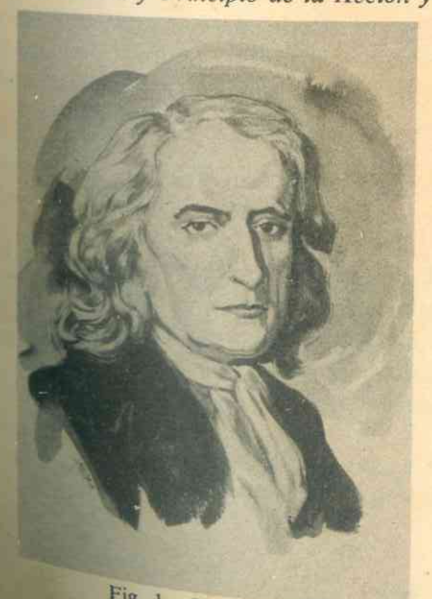


Fig. 1. Isaac Newton.

2. PRIMER PRINCIPIO

LEY DE LA INERCIA. Se llama PARTICULA LIBRE a toda partícula lo suficientemente alejada de todas las otras como para no experimentar acción alguna procedente de dichas partículas.

PRINCIPIO DE LA INERCIA: *Toda partícula libre se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.*

Como corolario importante del principio de la inercia, tenemos que si instantáneamente desaparecen las acciones que se ejercen sobre una partícula, ésta continuará moviéndose con movimiento rectilíneo uniforme con la misma velocidad que tenía en el momento en que cesaron de actuar los agentes exteriores. Este hecho se comprueba cuando, por ejemplo, vamos en un vehículo que se detiene bruscamente: nos sentimos impulsados hacia adelante porque tendemos a conservar la velocidad que teníamos.

Consideremos una esfera de marfil situada sobre una mesa plana, horizontal y pulimentada. Puede admitirse que aproximadamente la esfera es un cuerpo libre y, mientras no se ejerza ninguna acción sobre ella, permanecerá en reposo. Si le damos un golpe, la esfera adquiere cierta velocidad. Después del golpe la esfera es nuevamente un cuerpo libre pero continúa moviéndose con movimiento rectilíneo uniforme.

3. SEGUNDO PRINCIPIO

LEY DE LA FUERZA. Del principio de la inercia se concluye que para mantener un cuerpo en movimiento rectilíneo uniforme no es necesaria la acción de ningún agente externo. Por otra parte, para mantener un movimiento curvilíneo o variado es necesario aplicar sobre el móvil una acción exterior que se llama *fuerza.* Como lo característico del movimiento curvilíneo o del variado es la existencia de una aceleración tenemos que:

FUERZA *es todo aquello que es capaz de producir y mantener una aceleración, modificando por consiguiente la medida o la dirección de la velocidad.*

Para completar esta definición de fuerza es necesario determinar la *medida* de las fuerzas. Ese es esencialmente el contenido del segundo principio. Previamente se requiere la introducción del concepto de *masa inercial.* Es una experiencia cotidiana que unos cuerpos son acelerados más fácilmente que otros. Podemos decir entonces que:

MASA INERCIAL *es un coeficiente característico de cada partícula que representa la oposición de la partícula a ser acelerada.* La masa puede determinarse experimentalmente.

Entonces el enunciado del segundo principio de la Dinámica es el siguiente:

Principio de la Fuerza: la fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de la masa inercial del cuerpo por la aceleración producida por la fuerza. O sea:

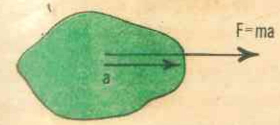


Fig. 2.

Fuerza = masa × aceleración.

$$F = ma \qquad (1)$$

donde F es la fuerza, m la masa y a la aceleración.

Del enunciado del segundo principio se concluye que *las fuerzas que actúan sobre una partícula son proporcionales a las aceleraciones que producen* siendo la masa del cuerpo el coeficiente de proporcionalidad.

La fuerza es una magnitud vectorial porque la aceleración también lo es. La fuerza y la aceleración tienen la misma dirección, (fig. 2). Por tanto, la relación (1) debe más bien escribirse en la forma:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

La masa se considera como una magnitud fundamental a la par con la longitud y el tiempo. Sus unidades se dieron en el Cap. III.

4. UNIDADES DE FUERZA

De (1) puede definirse la *unidad de fuerza* como la fuerza que actuando sobre la unidad de masa le imprime la unidad de aceleración.

La unidad c.g.s. de fuerza es la DINA, y es la fuerza que actuando sobre un gramo le imprime una aceleración de un cm./seg.². O sea:

$$\text{dina} = \text{gm.} \times \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2}$$

La unidad M.K.S. de fuerza es el NEWTON y es la fuerza que actuando sobre un kilogramo le imprime una aceleración de un m./seg.². O sea:

$$\text{newton} = \text{kg.} \times \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2}$$

cumpliéndose que:

$$1 \text{ NEWTON} = 100{,}000 \text{ DINAS} = 10^5 \text{ DINAS}$$

En efecto:

$$1 \text{ newton} = 1 \text{ kg.} \times \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2} = 1{,}000 \text{ gm.} \times 100 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2} = 100{,}000 \text{ dinas.}$$

La unidad inglesa de fuerza es el POUNDAL y es la fuerza que actuando sobre una libra le imprime una aceleración de un pie/seg.². O sea:

$$\text{poundal} = \text{lb.} \times \frac{\text{pie}}{\text{seg.}^2}$$

Puede probarse, por el mismo procedimiento, que:

$$1 \text{ poundal} = 13{,}825 \text{ dinas} = 0.13825 \text{ newtons.}$$

Raramente se emplea la *megadina* que es un millón de dinas.

Ejemplo 1: Un cuerpo cuya masa es de 24 gm. posee una aceleración de 3 cm./seg.² Calcular la intensidad de la fuerza aplicada.

$$m = 24 \text{ gm.}, \quad a = 3 \text{ cm./seg.}^2$$

$$F = ma = 24 \text{ gm.} \times 3 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2} = 72 \text{ dinas.}$$

5. PESO

El PESO *de un cuerpo es la fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre el mismo.* Como todos los cuerpos caen con la aceleración g, debida a esta fuerza, resulta, aplicando (1), que el peso P de un cuerpo de masa m es:

$$P = mg. \tag{2}$$

Siendo el peso una fuerza, se mide en las tres unidades anteriores.

Como la aceleración de la gravedad g es la misma para todos los cuerpos en un mismo lugar de la Tierra resulta de (2) que *el peso de un cuerpo es proporcional a su masa.* Por otra parte, la aceleración de la gravedad varía de un lugar a otro de la Tierra y por tanto *el peso de un cuerpo es diferente en lugares distintos de la Tierra,* siendo máximo en el polo y mínimo en el Ecuador. También varía con la altura.

La proporcionalidad entre el peso y la masa nos permite definir tres nuevas unidades de fuerza, que son el gramo-fuerza (gf), el kilogramo-fuerza (kgf) y la libra-fuerza (lbf).

El GRAMO-FUERZA (gf) es la fuerza con que la Tierra atrae una masa de un gramo o sea, es el peso de un gramo. Su valor es:

$$1 \text{ gf} = g \text{ dinas} = 980 \text{ dinas}$$

que se obtiene haciendo $m = 1$ gm. en (2).

El KILOGRAMO-FUERZA (kgf) es la fuerza con que la Tierra atrae una masa de un kilogramo, o sea, es el peso de un kilogramo. Su valor es:

$$1 \text{ kgf} = g \text{ newtons} = 9.8 \text{ newtons}$$

que se obtiene haciendo $m = 1$ kg. en (2).

La LIBRA-FUERZA es el peso de una libra. Su valor es:

$$1 \text{ lbf} \doteq g \text{ poundals} = 32 \text{ poundals}$$

Obsérvese que como un cuerpo cuya masa es un gramo tiene por definición un peso igual a un gramo-fuerza, resulta que el peso de dos gramos será dos gramos-fuerza y en general, *la masa de un cuerpo en gramos y su peso en gramos-fuerza vienen expresados por el mismo número* aunque físicamente representan conceptos diferentes. Lo mismo ocurre cuando se expresa la masa en kilogramos y el peso en kilogramos-fuerza, o cuando se mide la masa en libras y el peso en libras-fuerza. Por ejemplo, un cuerpo cuya masa es 28 gm. pesa 28 gf. Si su masa es de 3.5 kg. su peso es de 3.5 kgf. Si la masa es de 50 lb. el peso es de 50 lbf.

Ejemplo 1: Sobre un cuerpo cuya masa es de 20 kg. actúa una fuerza de 40 kgf. Calcular la aceleración producida.

Como la fuerza está dada en kgf. hay que reducirla a newtons.

$$m = 20 \text{ kg.}, \quad F = 40 \text{ kgf.} = 40 \times 9.8 \text{ newtons} = 392 \text{ newt.}$$

$$F = ma \therefore a = \frac{F}{m} = \frac{392 \text{ newt.}}{20 \text{ kg.}} = 19.6 \text{ m./seg.}^2$$

6. MOMENTUM E IMPULSO

Se llama *momentum* o *cantidad de movimiento* de un cuerpo al producto de su masa por su velocidad. O sea:

$$G = mv \tag{3}$$

El *impulso* de una fuerza es el producto de su intensidad por el tiempo que ha estado actuando. O sea:

$$I = Ft \tag{4}$$

Es posible probar que el impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento y que la fuerza es igual al cambio de momentum en la unidad de tiempo:

$$I = G - G_0, \quad F = \frac{G - G_0}{t} \tag{5}$$

De (5) puede concluirse que *la fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual a la variación del momentum del cuerpo por unidad de tiempo.*

Esta manera de definir la fuerza es más general que la expresión $F = ma$ y se aplica también a cuerpos cuya masa varía durante el movimiento. Un caso interesante de cuerpo de masa variable es un cohete; la pérdida de masa se debe a la expulsión de los gases de combustión.

Demostración. Multiplicando ambos miembros de $F = ma$ por t resulta:

$$Ft = mat$$

Recordando que:

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$

se tiene que: $at = v - v_o$.

Luego, $Ft = m(v - v_o) = mv - mv_o = G - G_o$

de donde: $I = G - G_o$, y $F = (G - G_o)/t$.

7. TERCER PRINCIPIO

Ley de la Accion y la Reaccion. El enunciado de este principio es el siguiente:

Siempre que un cuerpo A ejerce sobre otro B una fuerza, que llamaremos acción, el cuerpo B ejerce sobre A otra fuerza de igual intensidad pero de dirección contraria, que llamaremos reacción.

O simplemente: *la acción es igual y contraria a la reacción.* Es indiferente especificar cuál de las dos fuerzas es la acción y cuál la reacción; lo esencial es que las dos fuerzas son iguales y contrarias y *actúan sobre cuerpos diferentes.* Los nombres de acción y reacción se introducen por conveniencia para referirnos a ellas.

8. ILUSTRACIONES DEL TERCER PRINCIPIO

Por ejemplo, la hélice de un barco impulsa el agua hacia atrás; el líquido ejerce una reacción igual y contraria sobre el barco haciéndolo avanzar. Otro tanto ocurre con la hélice de un avión y el aire.

Las armas modernas: el avión de propulsión a chorro y la bazooka, se fundan en el principio de la acción y la reacción. También este es el principio fundamental de las turbinas de los cohetes que se lanzan con diversos propósitos tales como poner satélites en órbita. Las turbinas están también basadas en el mismo principio.

Cuando un caballo tira de un carro, ejerce sobre éste una fuerza que es la que lo hace avanzar; al mismo tiempo el carro ejerce sobre el caballo una fuerza igual y contraria que se opone a su movimiento.

Más adelante veremos que, en virtud de la ley de la gravitación universal, el Sol atrae a la Tierra con una fuerza F y al mismo tiempo la Tierra atrae al Sol con una fuerza igual y contraria $-F$ (fig. 3). La primera fuerza puede considerarse la acción y la segunda la reacción. A pesar de que las fuerzas sobre ambos astros son iguales el Sol permanece prácticamente inmóvil porque debido a su gran masa la aceleración que experimenta es pequeñísima.

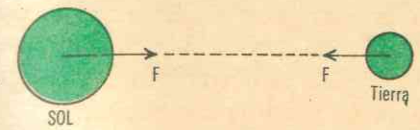


Fig. 3.

Otro interesante ejemplo del principio de la acción y la reacción es el del surtidor de agua empleado en el regadío de los jardines y técnicamente llamado molinete hidráulico (figura 4). El agua moviéndose a gran velocidad por los brazos del surtidor experimenta al llegar a los recodos las fuerzas F ejercidas por las paredes del tubo y que tienen por objeto acelerarla modificando la dirección de su velocidad de modo que salga por las aberturas. El agua reacciona ejerciendo sobre los brazos del molinete las fuerzas iguales y contrarias $-F$. El surtidor se mueve entonces bajo la acción de estas fuerzas aplicadas al mismo.

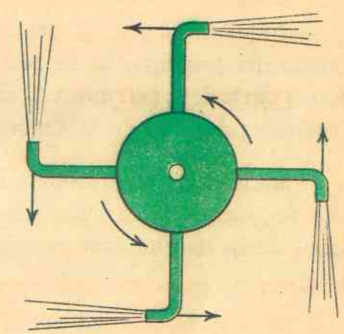


Fig. 4. Surtidor de agua.

Los ejemplos anteriores de acción y reacción son dinámicos. Vamos a presentar uno en que el cuerpo permanece en reposo: es el caso corriente de un objeto C colocado sobre una mesa M (fig. 5). Sobre el cuerpo C actúa en G su peso P dirigido hacia abajo y debido a la atracción de la Tierra. La reacción correspondiente es otra fuerza igual y contraria aplicada en el centro de la Tierra y debida a la atracción del cuerpo sobre la Tierra. El cuerpo además, ejerce sobre la mesa una fuerza P'. La mesa actúa sobre el cuerpo con una fuerza igual y contraria $-P'$. El cuerpo está por tanto sometido a las dos fuerzas P y $-P'$. Como permanece en reposo, estas dos fuerzas se contrarrestan o equilibran, o sea $P = P'$.

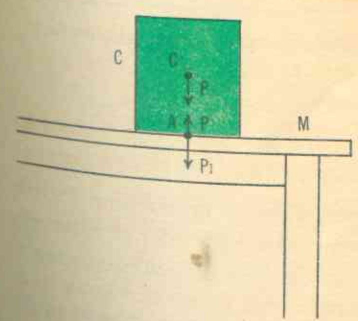


Fig. 5.

9. PRINCIPIO DE LA INDEPENDENCIA DE LAS FUERZAS

Cuando sobre un cuerpo actúan simultáneamente varias fuerzas, cada una de ellas produce la misma aceleración que si actuara sola. Por consiguiente *el efecto de una fuerza sobre un cuerpo es independiente de que sobre el mismo actúen o no otras fuerzas.*

La aceleración resultante en este caso es la suma vectorial de las aceleraciones que producen cada una de las fuerzas. Esta aceleración es la misma que produciría una fuerza resultante igual a la suma vectorial de las fuerzas componentes. Por tanto, *las fuerzas se suman vectorialmente aplicando la regla del paralelogramo* explicada para los vectores.

10. COHETES

El movimiento de un cohete ofrece un ejemplo interesante de aplicación del principio de la acción y la reacción y de la definición de fuerza como variación del momentum por unidad de tiempo, de acuerdo con el segundo principio de la Dinámica en su forma más general.

El motor de un cohete consta fundamentalmente de una cámara de combustión en la que se inyectan oxígeno y el combustible. (Fig. 6). Los gases de la combustión escapan a gran velocidad por un tubo en la parte

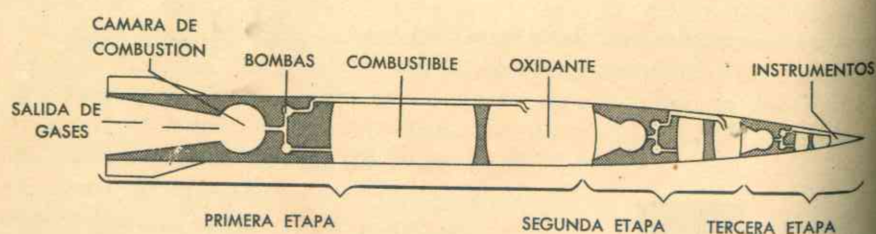


Fig. 6.

posterior del cohete. Los gases al escapar ganan cierto momentum lo que equivale a decir que el cohete ejerce una fuerza sobre ellos. Por el principio de la acción y la reacción, sobre el cohete se ejerce una fuerza igual y contraria.

Sea m_0 la masa inicial del cohete y m la masa final, una vez que se ha quemado todo el combustible. La masa de los gases expulsados ha sido

$m_0 - m$. Si u es la velocidad de salida de los gases relativa al cohete, el momentum comunicado a los gases habrá sido $(m_0 - m)u$. Designando por t el tiempo requerido para la combustión completa, resulta que el momentum por unidad de tiempo ganado por los gases expulsados y por tanto, la fuerza promedio ejercida sobre ellos habrá sido:

$$F = \frac{(m_0 - m)u}{t}$$

Esto nos da también la fuerza hacia arriba ejercida sobre el cohete, o sea el empuje debido a los gases de escape. La masa promedio del cohete durante el proceso ha sido $\frac{1}{2}(m + m_0)g$, y por tanto, su peso promedio:

$$P = \tfrac{1}{2}(m_0 + m)g$$

Luego la fuerza resultante hacia arriba sobre el cohete es, en promedio:

$$F - P = \frac{(m_0 - m)\,u}{t} - \tfrac{1}{2}(m_0 + m)g$$

Dividiendo por la masa promedio $\frac{1}{2}(m_0 + m)$, resulta para la aceleración media del cohete:

$$a = \frac{F - P}{\frac{1}{2}(m_0 + m)} = \frac{2(m_0 - m)u}{(m_0 + m)\,t} - g$$

La velocidad final del cohete, suponiendo que no tenía velocidad inicial, se calcula por $v = at$, o sea:

$$v = \frac{2(m_0 - m)u}{m_0 + m} - gt \qquad (6)$$

En general, el último término es despreciable frente al primero.

Este resultado es sólo aproximado ya que en todo momento se han utilizado valores promedios. Un cálculo más detallado basado en los mismos principios indica que la expresión correcta para la velocidad es:

$$v = 2.303\ u \log \frac{m_0}{m} - gt \qquad (7)$$

En general, el movimiento de un proyectil cohete consta de tres fases. La primera o impulsora persiste mientras dura la combustión y al final de ella se alcanza la velocidad que hemos calculado en (7).

Corresponde a la sección OA de la fig. 7. La segunda es un movimiento libre bajo la sola acción de la gravedad. El proyectil describe entonces la parábola ABC. Si el proyectil se emplea con fines militares y lo que lleva es una carga explosiva, posiblemente continúa esta trayectoria hasta regresar a la Tierra. Pero si el proyectil se usa para estudiar la atmósfera, los rayos cósmicos, etc., lleva valiosos instrumentos que es necesario recuperar. Entonces a cierta altura C se abre un paracaídas que frena su movimiento llegando a D con una velocidad lo suficientemente pequeña como para que el impacto no dañe los instrumentos.

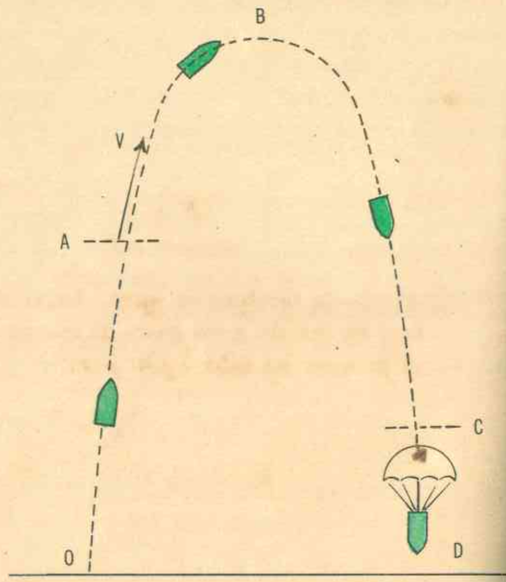


Fig. 7.

Algunos cohetes tienen más de una etapa.

Ejemplo: Un cohete tiene inicialmente una masa de 15,000 kg. y una vez que ha quemado todo el combustible su masa se reduce a 5,000 kg. La velocidad de expulsión de los gases relativa al cohete es de 2,000 m/seg. y salen a razón de 160 kg./seg. Calcular: a) el empuje ejercido por los gases sobre el cohete, b) la velocidad del cohete al terminar la combustión, c) la aceleración media del cohete.

$$m = 15{,}000 \text{ kg.}, \quad m_0 = 5{,}000 \text{ kg.}, \quad u = 2{,}000 \text{ m./seg.}$$

Como los gases salen a razón de 1,600 kg./seg. y la masa total expulsada ha sido $m_0 - m = 10{,}000$ kg., el tiempo empleado para completar la combustión ha sido de:

$$t = \frac{10{,}000 \text{ kg.}}{160 \text{ kg./seg.}} = 63.1 \text{ seg.}$$

a) Cálculo del empuje:

$$F = \frac{(m_0 - m)u}{t} = \frac{10{,}000 \text{ kg.} \times 2{,}000 \text{ m./seg.}}{63.1 \text{ seg.}} =$$

$$= 317{,}000 \text{ newtons} = 32{,}347 \text{ kgf.}$$

Esta cifra es muy superior al peso inicial del cohete, que es 15,000 kgf.

b) Velocidad terminal:

Aplicando la fórmula aproximada:

$$v = \frac{2(m_0 - m)u}{m_0 + m} - gt =$$

$$= \frac{2 \times 10{,}000 \text{ kg.} \times 2{,}000 \text{ m./seg.}}{20{,}000 \text{ kg.}} - 9.8 \frac{m}{\text{seg.}^2} \times 63.1 \text{ seg.} =$$

$$= 2{,}000 - 618.4 = 1{,}381.6 \text{ m./seg.}$$

Aplicando la fórmula exacta, como $m_0/m = 15{,}000/5{,}000 = 3$,

$$v = 2.303\, u \log \frac{m_0}{m} - gt =$$

$$= 2.303 \times 2{,}000 \frac{m}{\text{seg.}} \log 3 - 9.8 \text{ m./seg.}^2 \times 63.1 \text{ seg.} =$$

$$= 2{,}180 \text{ m./seg.} - 618.4 \text{ m./seg.} =$$

$$= 1{,}492 \text{ m./seg.}$$

habiéndose redondeado el segundo término a 620 m./seg.

Podemos ver que la diferencia entre los métodos de cálculo no es muy importante y que la velocidad terminal es de unos 1,490 m/seg.

c) Aceleración media del cohete:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{1{,}490 \text{ m./seg.}}{63.1 \text{ seg.}} = 23.6 \text{ m./seg.}$$

que es igual a 2.4 veces la aceleración de la gravedad, lo que suele expresarse escribiendo 2.4 g.

11. PRINCIPIO DE CONSERVACION DEL MOMENTUM

Consideremos un sistema formado por dos cuerpos de masas m y m' sometidos exclusivamente a la acción y reacción entre ellos. (fig. 8). Esas fuerzas se llaman *fuerzas internas* del sistema. Cualquiera otra fuerza que se aplique sobre esos cuerpos se dice que es una *fuerza externa.*

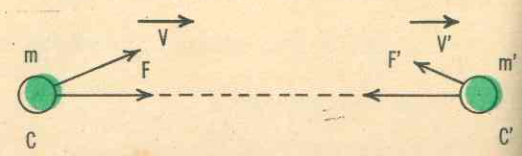


Fig. 8.

Por ejemplo, en el caso del sistema formado por la Tierra y la Luna, las fuerzas entre estos dos planetas son internas, pero las fuerzas que ejercen el Sol y los otros planetas sobre ellos son externas.

El *principio de conservación del momentum* establece entonces lo siguiente:

Cuando sobre un sistema no actúan fuerzas externas, sino solamente las fuerzas internas, el momentum total del sistema permanece constante.

O sea: si $G = mv$ es el momentum de C y $G' = mv'$ es el momentum de C', debe cumplirse que:

$$\text{momentum total} = G + G' = \text{constante}$$

o,

$$mv + m'v' = \text{constante.} \tag{8}$$

Si designamos por v_0 y v_0' las velocidades iniciales podemos también expresar el principio de conservación del momentum en la forma:

$$mv + m'v' = mv_0 + m'v_0' \tag{9}$$

Cada uno de los miembros de esta ecuación representa el momentum total del sistema en un instante diferente.

El principio de conservación del momentum es uno de los principios fundamentales de la Física. Es válido tanto en la macro-física como en la micro-física y no se conoce todavía ninguna situación en la que no se cumpla. Es más, cuando en algún experimento parece que no se cumple, los físicos buscan inmediatamente alguna nueva partícula, desconocida hasta ese momento, como responsable del momentum que falta para su conservación. De este modo se han descubierto el neutrón, el neutrino, el fotón, etc.

12. DEMOSTRACION DEL PRINCIPIO DE CONSERVACION DEL MOMENTUM

Aplicando (5) del No. 6, vemos que las fuerzas F y F' de la fig. 8 se calculan por:

$$F = \frac{G - G_0}{t}, \qquad F' = \frac{G' - G'_0}{t}$$

Pero por el principio de acción y reacción: $F = -F'$

Luego:

$$\frac{G - G_0}{t} = -\frac{G' - G'_0}{t}$$

o $G - G_0 = -(G' - G'_0) = -G' + G'_0$

de donde: $G + G' = G_0 + G'_0$

que nos expresa el principio de conservación del momentum.

Conviene observar que el principio de conservación del momentum ha sido derivado a partir de los principios básicos de la Dinámica. Pero la demostración podría también hacerse a la inversa y derivar la expresión:

$$F = \frac{G - G_0}{t}$$

y el principio de la acción y la reacción a partir del principio de conservación del momentum. Este segundo camino es más fundamental en vista de la validez universal de este último principio.

13. EJEMPLOS DE CONSERVACION DEL MOMENTUM

Una ilustración sencilla del principio de conservación del momentum es el retroceso de un arma de fuego al dispararla. Sean m y m' las masas del proyectil y el arma respectivamente, y v y v' sus velocidades después del disparo. Antes del disparo sus velocidades son nulas.

Por tanto,

$$\text{momentum total } \textit{antes} \text{ del disparo} = 0$$

$$\text{momentum total } \textit{después} \text{ del disparo} = mv + m'v'$$

Aplicando el principio de conservación del momentum:

$$mv + m'v' =$$

de donde:

$$v' = \frac{-m}{m'} v \qquad (10)$$

que nos da la velocidad del arma en función de la velocidad del proyectil. El signo negativo indica que los vectores v y v' tienen direcciones opuestas, de conformidad con la experiencia. Si el arma tiene una masa muy grande, o sea m' es mucho mayor que m, la velocidad de retroceso es muy pequeña.

Como estudiaremos más adelante, algunos átomos son radioactivos y en ciertas ocasiones emiten de su seno algunas partículas como electrones que salen despedidas a modo de proyectiles. El resto del átomo, que es el equivalente al arma de fuego, retrocede con una velocidad que también se calcula por (10).

Aunque hemos enunciado el principio de conservación del momentum sólo para dos partículas, es igualmente válido para un sistema compuesto de cualquier número de partículas. Por ejemplo, si una bomba explota en el aire, el momentum total de todos los fragmentos es igual al momentum del proyectil antes de explotar.

El principio de conservación del momentum es de especial aplicación en el estudio del choque entre dos cuerpos, ya sean estos macroscópicos o atómicos. Cuando los cuerpos m y m' chocan en A (Fig. 9), sólo intervienen fuerzas internas y por tanto debe cumplirse el principio de conservación del momentum permaneciendo G (total), igual antes y después del choque. Esta situación se presenta por ejemplo, en el caso de las bolas de billar.

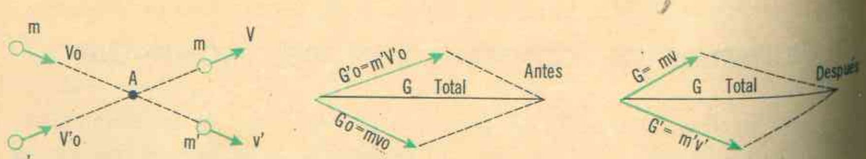


Fig. 9

Un caso especial es cuando uno de los cuerpos se encuentra en reposo antes del choque. La relación entre los diferentes vectores se ha ilustrado en la fig. 10.

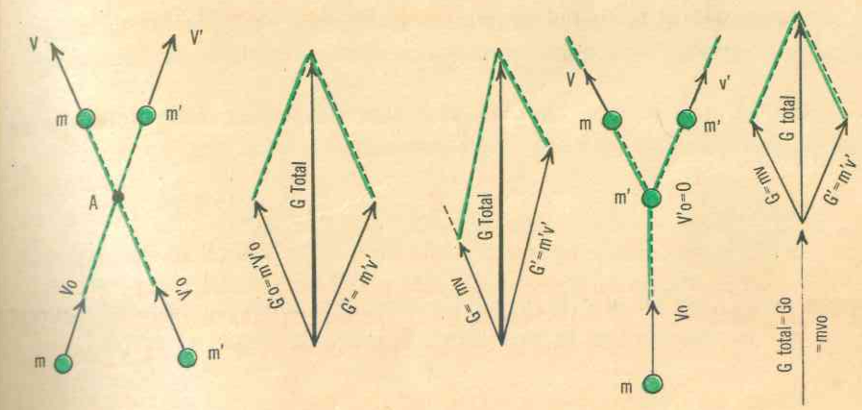


Fig. 10

14. FUERZA CENTRIPETA

Ya hemos visto que para modificar la velocidad de un móvil, es decir para imprimirle una aceleración, se requiere la acción de una fuerza. Si sólo se desea modificar la *magnitud* de la velocidad sin alterar su dirección, la fuerza debe actuar en la *misma* dirección que la velocidad, como por ejemplo, en un automóvil que se desea acelerar sin cambiar la dirección. Por el contrario, si lo que se quiere es modificar la *dirección* de la velocidad sin cambiar su magnitud la fuerza debe aplicarse *perpendicularmente* a la dirección de la velocidad.

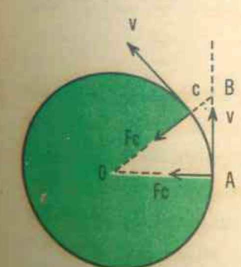


Fig. 11. Fuerza centrípeta.

Supongamos un móvil animado de la velocidad v en el punto A (fig. 11). Si sobre el móvil no actúa fuerza alguna continuará con movimiento rectilíneo, conforme con la ley de la inercia, de modo que al cabo de un tiempo t se encontrará en B. Pero si le aplicamos la fuerza F_c perpendicular a la velocidad obligamos al móvil a describir el arco AC modificándole contínuamente la dirección de su velocidad.

Entonces, FUERZA CENTRIPETA *es la fuerza necesaria para producir un movimiento circular uniforme; su dirección es perpendicular a la velocidad y está dirigida hacia el centro de la circunferencia descrita; su magnitud está dada por una cualquiera de las siguientes expresiones:*

$$F_c = m\omega^2 R, \qquad F_c = \frac{mv^2}{R}, \qquad F_c = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} \qquad (11)$$

El efecto de la fuerza centrípeta es cambiar la *dirección* de la velocidad sin cambiar su magnitud, produciendo una aceleración centrípeta.

En el movimiento circular uniforme, la aceleración centrípeta se calcula por una cualquiera de las expresiones:

$$a = \frac{v^2}{R}, \qquad a = \omega^2 R, \qquad a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

según se explicó en el No. 5 del Cap. V. Aplicando la relación general $F = ma$ se obtienen las expresiones (11), para la fuerza centrípeta.

15. EJEMPLOS DE FUERZA CENTRIPETA

Pueden citarse numerosas experiencias relacionadas con la fuerza centrípeta. Por ejemplo, cuando viajamos en un vehículo y éste describe una trayectoria curva nos sentimos impulsados hacia un costado del vehículo debido a nuestra tendencia a seguir con movimiento rectilíneo uniforme tangencialmente a la curva descrita por el vehículo. Para seguir a éste en su movimiento debemos sujetarnos de algún objeto interior para producir la fuerza centrípeta necesaria.

Supongamos una piedra A (fig. 12) amarrada al extremo de un hilo elástico CA que se mantiene sujeto por el extremo C. Si se le imprime un movimiento circular observaremos que el hilo se estira hasta que su fuerza elástica es exactamente igual a la fuerza centrípeta requerida para mantener el movimiento circular. Si se aumenta la velocidad angular el hilo se estira aun más hasta que su fuerza elástica corresponde a la fuerza centrípeta requerida por la nueva velocidad. Debemos observar que el hilo se estira no porque la piedra tienda a escaparse radialmente sino porque tiende a escaparse a lo largo de la tangente, según aparece en la figura 12.

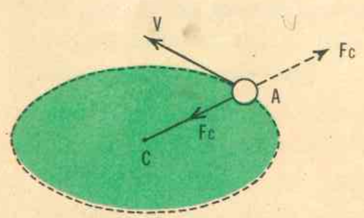


Fig. 12.

De lo dicho se desprende que la piedra, como consecuencia de su tendencia a seguir *tangencialmente* ejerce *sobre el hilo* una fuerza $-F$ en dirección *radial* hacia afuera, que llamaremos REACCION O FUERZA CENTRIFUGA; de acuerdo con el principio de la acción y la reacción es la reacción que corresponde a la fuerza centrípeta aplicada sobre la piedra y tiene por tanto, una magnitud igual a ella.

La inclinación del plano de los rieles de un ferrocarril en las ... tiene por objeto, precisamente, producir la fuerza centrípeta necesaria ... que los vagones describan la curva sin escaparse tangencialmente. En efecto (fig. 13) sobre el vagón actúan la fuerza P hacia abajo, que es su peso, y la fuerza N que es la reacción de la vía sobre el vagón y actúa perpendicularmente al plano de la vía. Su resultante F, obtenida aplicando la regla del paralelogramo, es la fuerza centrípeta. Las curvas en las buenas carreteras están también inclinadas con este mismo fin.

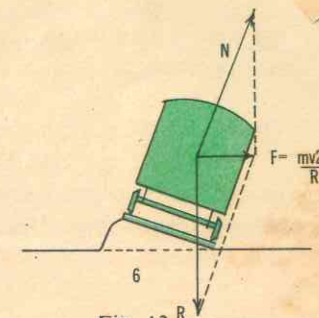


Fig. 13.

Ejemplo 1: Un automóvil describe una curva cuyo radio es 50 m. con una velocidad de 54 km./hora. Calcular la fuerza centrípeta necesaria si su masa es 1,200 kg.

$$v = 54\ \frac{\text{km.}}{\text{hora}} = 54 \times \frac{1000\ \text{m.}}{3{,}600\ \text{seg.}} = 15\ \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

$$m = 1{,}200\ \text{kg.}, \qquad R = 50\ \text{m.}$$

$$F = \frac{mv^2}{R} = \frac{1{,}200\ \text{Kg.} \times (15\ \text{m./seg.})^2}{50\ \text{m.}} = 5{,}400\ \text{newtons.}$$

Ejemplo 2: Del extremo de un hilo de 40 cm. de longitud se amarra una piedra cuya masa es 50 gm. Si se hace girar a razón de 30 revoluciones por minuto, calcular la fuerza centrípeta ejercida por el hilo sobre la piedra.

$$R = 40\ \text{cm.}, \quad m = 50\ \text{gm.}, \quad t = 1\ \text{min.}, \quad n = 30\ \text{revoluciones.}$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60\ \text{seg.}}{30\ \text{rev.}} = 2\ \text{seg.} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\ \text{seg.}} = \pi\ \text{rad./seg.}$$

$$F = m\omega^2 R = 50\ \text{gm.} \times (\pi\ \text{rad./seg.})^2 \times 40\ \text{cm.} = 19{,}739.2\ \text{dinas.}$$

16. FUERZAS CENTRALES

Se habrá observado que la fuerza centrípeta es una fuerza cuya dirección pasa siempre por un mismo punto, que es el centro de la circunferencia descrita por el móvil. Existen otras fuerzas que también tienen esta propiedad.

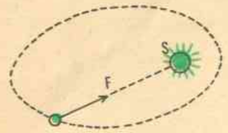


Fig. 14. Fuerza central.

Entonces, *se llaman fuerzas centrales a aquellas fuerzas cuya dirección pasa siempre por un punto fijo*. La fuerza centrípeta es sólo un caso particular de fuerza central.

Por ejemplo, los planetas en su movimiento alrededor del Sol, describen unas curvas denominadas elipses (fig. 14). La fuerza que mantiene este movimiento está constantemente dirigida hacia el Sol y es la atracción ejercida por éste sobre el planeta. Esta fuerza es por tanto central.

17. DENSIDAD

La DENSIDAD ABSOLUTA *de una substancia homogénea es la masa de la unidad de volumen de dicha substancia.* Por tanto, si una masa m ocupa volumen V, la densidad absoluta de la substancia es:

$$d = \frac{m}{V} \quad \text{o} \quad \text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \qquad (12)$$

La densidad absoluta se expresa pues en gm./cm.³, kg./m.³ o lb./pie³ según el sistema de unidades empleado. Puesto que 1 cm³. de agua destilada a 4°C., tiene una masa de 1 gm. la densidad absoluta del agua es 1 gm./cm.³ en el sistema c.g.s.

La DENSIDAD RELATIVA *de un cuerpo respecto a otro es el cociente entre las densidades absolutas del primer cuerpo y el segundo.* Luego si d_1 y d_2 son las densidades absolutas de dos cuerpos la densidad de 1 relativa a 2 es:

$$d_{12} = \frac{d_1}{d_2} \qquad (13)$$

y de 2 relativa a 1

$$d_{21} = \frac{d_2}{d_1}$$

Obsérvese que como d_1 y d_2 son números de la misma especie, su cociente es un número abstracto y por consiguiente *la densidad relativa no se expresa en ninguna especie de unidades*. En otras palabras, tiene el mismo valor en todos los sistemas de unidades.

18. PESO ESPECIFICO

El PESO ESPECIFICO ABSOLUTO *de una substancia homogénea es el peso de la unidad de volumen de dicha substancia.* Si P es el peso, de un volumen V de la substancia, su peso específico absoluto es por tanto:

$$\rho = \frac{P}{V} \quad \text{o peso específico} = \frac{\text{peso}}{\text{volumen}} \qquad (14)$$

Si el peso se mide en dinas o en newtons, lo que no es usual, el peso específico absoluto viene dado en dinas/cm.³ o en newtons/m.³, pero si el peso se mide en gf., kgf., o lbf., el peso específico puede por ejemplo expresarse en gf./cm.³, kgf./m.³ o lbf./pie³. Como un cm.³ de agua destilada a 4°C., pesa un gf. el peso específico absoluto del agua es 1 gf./cm.³

Recordando que $P = mg$ se tiene:

$$\rho = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = dg$$

El PESO ESPECIFICO RELATIVO *de un cuerpo respecto a otro es el cociente entre sus pesos específicos absolutos.* Si ρ_1 es el p.e. absoluto de un cuerpo 1 y ρ_2 el de un cuerpo 2, el peso específico de 1 relativo a 2 es por tanto:

$$\rho_{12} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \qquad (15)$$

Igual que la densidad relativa el peso específico relativo es un número abstracto.

Como la masa de un cuerpo en g. y su peso en gf. están expresados por el mismo número, resulta que la densidad absoluta de un cuerpo en g./cm.³ es numéricamente igual a su peso específico absoluto en gf./cm.³ Así, si la densidad absoluta de una substancia es 4.5 g./cm.³ su peso específico absoluto es 4.5 gf./cm.³

Además, como la densidad absoluta del agua en g./cm.³ y su peso específico absoluto en gf./cm.³ son ambos iguales a la unidad resulta que la densidad y el peso específico de un cuerpo relativos al agua son numéricamente iguales a su densidad absoluta expresada en g./cm.³ y su peso específico absoluto medido en gf./cm.³. Como a su vez estos dos valores son iguales según se explicó en el párrafo anterior concluimos que *la densidad absoluta en g./cm.³, el peso específico absoluto en gf./cm.³, la densidad relativa al agua y el peso específico relativo al agua vienen dados todos por el mismo número*. En el ejemplo de antes, la densidad y el peso específico relativo al agua son iguales a 4.5.

A continuación damos el valor de la densidad de algunos cuerpos importantes, en gm./cm.³. Los gases se suponen a 0°C y presión normal.

Sólidos		Líquidos		Gases	
Aluminio	2.65	Mercurio	13.60	Aire	0.001293
Acero	7.82	Alcohol	0.79	Hidrógeno	0.000089
Hielo	0.92	Cloroformo	1.49	Oxígeno	0.001430
Corcho	0.24	Petróleo	0.88	Nitrógeno	0.001257
Platino	21.50	Gasolina	0.70	Helio	0.000179
Hierro	7.80	Glicerina	1.26	Anh. Carbónico	0.001974
		Agua	1 gm/cm³.		

Ejemplo 1: Se tiene un cuerpo 1 que ocupa un volumen de 20 cm.³ y tiene una masa de 38 gm., y otro cuerpo 2 que tiene un volumen de 8 cm.³ y una masa de 20 gm. Calcular sus densidades y pesos específicos absolutos y los de 1 relativo a 2.

$$V_1 = 20 \text{ cm.}^3, \quad m_1 = 38 \text{ gm.}, \quad V_2 = 8 \text{ cm.}^3, \quad m_2 = 20 \text{ gm.}$$

$$d_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{38 \text{ gm.}}{20 \text{ cm.}^3} = 1.9 \frac{\text{gm.}}{\text{cm.}^3} \qquad \rho_1 = 1.9 \frac{\text{gf.}}{\text{cm.}^3}$$

$$d_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{20 \text{ gm.}}{8 \text{ cm.}^3} = 2.5 \frac{\text{gm.}}{\text{cm.}^3} \qquad \rho_2 = 2.5 \frac{\text{gf.}}{\text{cm.}^3}$$

$$d_{12} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{1.9}{2.5} = 0.76 \qquad \rho_{12} = 0.76$$

PREGUNTAS

1. ¿Por qué una bola de billar se mueve con movimiento uniforme después de recibir el impacto del taco?
2. ¿Por qué es más difícil empujar un camión cargado que uno descargado?
3. ¿Por qué si la fuerza con que la Tierra atrae un cuerpo cuya masa es 10 g., es el doble de la fuerza con que atrae un cuerpo cuya masa es 5 g., ambos caen con la misma aceleración?
4. ¿Podría un avión de chorro o un cohete moverse en el vacío?

5. ¿Puede un hombre sentado en un bote lograr moverlo empujándolo en la proa? ¿Qué ocurriría si el hombre corriera de proa a popa?
6. ¿Puede lograr moverse un barco de vela disponiendo un gran ventilador en su popa que produzca una brisa hacia las velas? ¿Por qué?
7. Un bote se desliza sobre un lago. ¿Qué le ocurre a su velocidad si un hombre corre de proa a popa? ¿Si corre de popa a proa?
8. ¿Qué diferencia hay entre fuerza centrípeta y reacción centrífuga? ¿Actúan ambas fuerzas sobre el mismo cuerpo?
9. ¿Qué ocurriría si la Tierra dejara instantáneamente de girar?

PROBLEMAS

1. Sobre un cuerpo cuya masa es de 12 g. actúa una fuerza de 72 dinas. ¿Qué aceleración experimentará? *R.* 6 cm./seg.²
2. ¿Qué fuerza deberá aplicarse sobre un cuerpo cuya masa es 10.8 g. para imprimirle una aceleración de 5 cm./seg.²? *R.* 54 dinas.
3. ¿Cuál es la masa de un cuerpo en el cual una fuerza de 420 newtons produce una aceleración de 8.4 m./seg.²? *R.* 50 kg.
4. ¿Qué fuerza es necesario ejercer sobre un automóvil que tiene una masa de 3,200 lb. para imprimirle una aceleración de 1.5 pies/seg.²? *R.* 48,000 poundals.
5. A un automóvil cuya masa es 1,500 kg. y va a 60 km./hora se le aplican los frenos y se detiene en 1.2 minutos. ¿Cuál fue la fuerza de fricción que el pavimento ejerció sobre el mismo? *R.* 345 newtons.
6. ¿Qué fuerza ha debido ejercer el motor de un automóvil cuya masa es 1,500 kg. para aumentar su velocidad de 4.5 km./hora a 40 km./hora en 8 seg.? *R.* 1,845 newtons.
7. Sobre un cuerpo cuya masa es 8 kg. y que posee una velocidad de 3 m./seg. comienza a actuar una fuerza de 30 newtons. ¿Cuál será su velocidad y cuál el espacio recorrido cuando hayan transcurrido 8 seg.? *R.* 33 m./seg., 144 m.
8. Una bala de 20 g. adquiere una velocidad de 400 m./seg. al salir del cañón de un fusil que tiene 50 cm. de longitud. Hallar (*a*) la aceleración; (*b*) la fuerza. *R.* 160,000 m./seg.², 3,200 newt.
9. ¿Cuál será la fuerza de fricción ejercida por el aire sobre un cuerpo que tiene una masa de 400 g. si cae con una aceleración de 900 cm./seg.²? *R.* 3.6 newt.

10. Un hombre que pesa 90 kgf. está apoyado sobre el piso de un elevador. ¿Qué fuerza ejerce el elevador sobre el hombre? (*a*) si sube con movimiento uniforme; (*b*) si baja con m.u.; (*c*) si sube con una aceleración de 3 m./seg.^{2}; (*d*) si baja con la misma aceleración; (*e*) si se rompe el cable y cae libremente. *R.* 882 newt., 882 newt., 1,152 newt., 612 newt., 0.

11. Derivar la relación entre el poundal y la dina. Ver equivalencias en la página 29.

12. ¿Con qué aceleración subirá un elevador que tiene una masa de 250 kg. y en cuyo interior van tres personas cuyos pesos son: 60 kgf., 80 kgf. y 100 kgf., si la fuerza ejercida por el motor es de 1,000 kgf.? ¿Qué altura subirá en 5 seg.? *R.* 10.2 m./seg.^{2}, 127.5 m.

13. Un jugador de balompié lanza una pelota de 900 g. con una velocidad 12 m./seg. Si el tiempo que la estuvo empujando con el pie fue 0.1 seg. ¿qué fuerza ejerció sobre la pelota? *R.* 108 newt.

14. Un hombre que pesa 75 kgf. va sentado en un automóvil que en un momento acelera a razón de 0.9 m./seg.^{2} ¿qué fuerza ejerce el asiento sobre el hombre? ¿Qué fuerza ejerce el hombre sobre el asiento? *R.* 67.5 newt.

15. Un automóvil cuya masa es 1,200 kg. va a 72 km./hora. Se le aplican los frenos y cuando ha recorrido 10 m. su velocidad es 36 km./hora. Hallar la fuerza ejercida por los frenos. *R.* 1,836.7 kgf.

16. Un muchacho cuya masa es de 60 kg. se encuentra sobre una pesa. Si instantáneamente se impulsa hacia arriba con una aceleración de 245 cm./seg.^{2} ¿cuál será la lectura en la pesa? *R.* 75 kgf.

17. ¿Qué tiempo deberá actuar una fuerza de 80 newtons sobre un cuerpo cuya masa es 12.5 kg. para lograr detenerlo si posee una velocidad de 720 km./hora? *R.* 31.2 seg.

18. Una persona cuya masa es 60 kg. va en un automóvil cuya velocidad es de 54 km./hora. Si el automóvil describe una curva de 30 m. de radio y el hombre se agarra a una de las manillas para seguir en su asiento ¿qué fuerza y en qué dirección ejerce el hombre sobre la manilla? *R.* 450 newt.

19. Calcular el radio de la circunferencia descrita por un cuerpo de masa 20 kg. que se mueve con m.c.u. a razón de 120 r.p.m., si la fuerza centrípeta es de 7,264.32 newt. *R.* 2.3 m.

20. Una piedra cuya masa es 400 g. está atada al extremo de un cordel de 0.8 m. de longitud que da 80 r.p.m. ¿Qué fuerza centrípeta ejerce el cordel sobre la piedra? Si el cordel se rompe cuando experimenta una tensión superior a 50 kgf., ¿cuál es el mayor valor posible de la velocidad angular del cordel? *R.* 22.47 newt., 12.38 rad./seg.

21. Un vaso con agua se hace describir un m.c.u. en un plano vertical mediante un hilo de 98 cm. de longitud. ¿Con qué velocidad angular mínima debe girar para que no se derrame el agua? Si el vaso contiene 10 cm.^{3} de agua ¿cuál es la fuerza centrípeta? *R.* 3.16 rad./seg., 9,800 dinas.

22. Un aeroplano desciende en "picada" con una velocidad de 540 km./hora describiendo al nivelarse un arco de 300 m. de radio. ¿Cuál es la fuerza ejercida por el asiento sobre el piloto, cuya masa es 80 kg.? *R.* 6,784 newt.

23. ¿Qué tiempo debe actuar una fuerza de 16 newtons sobre un cuerpo cuya masa es 8 kg. para duplicar su velocidad si su velocidad inicial es 36 km./hora? *R.* 5 seg.

24. ¿Qué distancia debe actuar la fuerza anterior para triplicar la velocidad? *R.* 200 m.

25. ¿Qué masa tiene un pedazo de hierro que ocupa un volumen de 80 cm.^{3}? *R.* 624 gm.

26. ¿Qué volumen ha de tener un recipiente destinado a contener 18.6 kg. de gasolina? *R.* 26.5716 litros.

27. ¿Cuál es la densidad del platino con relación al hierro? ¿Del agua con relación al alcohol? *R.* 2.86, 1.26.

28. ¿Cuál es la densidad de una substancia, 235 g. de la cual ocupan un volumen de 32.6 cm.^{3}? *R.* 7.2 gm./cm.^{3}

29. La densidad de un cuerpo relativa al alcohol es 2.3. ¿Cuál es su densidad relativa a la glicerina? ¿Cuál es el p.e. absoluto de esa substancia? *R.* 1.817, 1.4 gf/cm.^{3}

30. Un cuerpo cuya masa es 10 g. se deja caer desde una altura de 3 m. sobre un montón de arena. Si el cuerpo penetra 30 cm. antes de detenerse, ¿cuál ha sido la fuerza ejercida por la arena sobre el cuerpo? *R.* 100 gf.

31. Un cuerpo cuya masa es 300 g. posee una velocidad de 400 cm./seg. ¿Qué fuerza es necesario aplicarle para que recorra con m.u.v. una distancia de 200 cm. en 2 seg? *R.* 90,000 dinas.

32. Calcular la aceleración centrípeta en los problemas 18, 19, 20, 21, 22.

capítulo **8** Composición de fuerzas

1. CONCEPTOS GENERALES

La fuerza es una magnitud vectorial, siendo por tanto, sus elementos característicos su *intensidad* o *medida* y su *dirección* (incluyendo en ella *el sentido*). Además algunas veces interesa el *punto de aplicación,* que es el punto del cuerpo sobre el cual actúa la fuerza.

Más adelante (No. 3 del Cap. IX), probaremos que el efecto que produce una fuerza actuando sobre un cuerpo rígido no cambia cuando se desplaza la fuerza haciéndola actuar en cualquier punto de su directriz. Así la fuerza F, (fig. 1), produce el mismo efecto, actuando en A, en B, o bien en cualquier otro punto de su directriz AB. En lo que sigue supondremos que las fuerzas actúan sobre partículas o cuerpos rígidos.

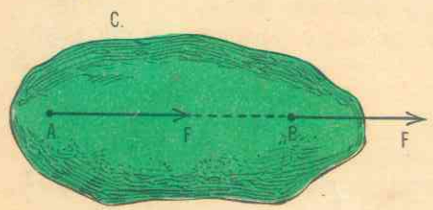


Fig. 1

Sistema de fuerzas *es un conjunto de fuerzas que están aplicadas a un cuerpo.* Cada una de las fuerzas que integran el sistema se denomina *componente.* En la fig. 2 se ha representado un sistema integrado por cinco componentes, F_1, F_2, F_3, F_4, F_5.

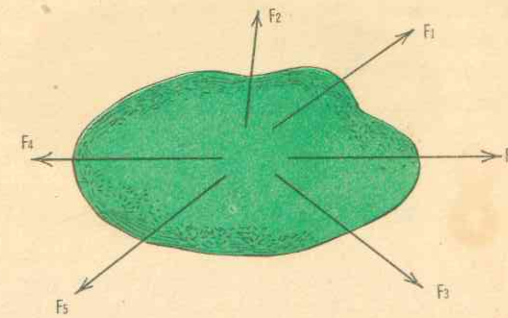


Fig. 2

Resultante *de un sistema de fuerzas es una fuerza que por sí sola es capaz de producir el mismo efecto que todo el sistema.* Así en la fig. 2, R es la resultante del sistema de fuerzas F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, porque actuando sobre el cuerpo C produce el mismo efecto que todo el sistema.

Es conveniente aclarar que hay muchos sistemas de fuerzas que no tienen resultante, es decir, que no pueden ser sustituídos por una sola fuerza.

2. DINAMOMETRO

En el No. 3, Cap. VII hemos indicado cómo se determina dinámicamente la medida de una fuerza. Además del método dinámico que es el más general, existe el proceso del dinamómetro aplicable a ciertos casos particulares y que explicaremos debido a su gran importancia.

El dinamómetro es un instrumento destinado a la medida de las fuerzas. Existen diversos tipos, siendo el más corriente el de muelle (fig. 3).

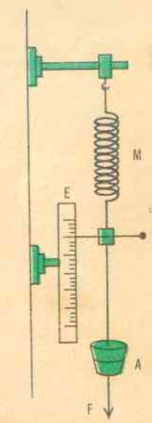


Fig. 3
Dinamómetro de muelle

Este dinamómetro consta de un muelle en cuyo extremo A se aplica la fuerza que se desea medir. Como el muelle es elástico el efecto de la fuerza sobre el mismo es una deformación. Ahora bien, más adelante veremos (Cap. XVI) que, dentro de ciertos límites, las deformaciones son proporcionales a las fuerzas aplicadas, de modo que si la fuerza se duplica, triplica, etc., la deformación también se duplica, triplica, etc. Disponiendo pues una escala E convenientemente graduada y una aguja indicadora, se puede determinar

Fig. 4

fácilmente la intensidad de la fuerza aplicada en función de la deformación del muelle. Usualmente y para mayor comodidad, el instrumento va encerrado en una caja metálica que además le sirve de protección (fig. 4).

3. COMPOSICION DE FUERZAS

La composición de fuerzas tiene por objeto, dado un sistema de fuerzas, hallar su resultante. Examinaremos diferentes casos particulares.

4. COMPOSICION DE DOS FUERZAS DE IGUAL DIRECCION

Si sobre el cuerpo C (fig. 5) actúan las dos fuerzas F_1 y F_2, que están aplicadas al mismo punto A, (o tienen la misma recta soporte) y actúan en la misma dirección, la resultante R actúa en la misma dirección y su intensidad es igual a la *suma* de las intensidades de las dos componentes. Es decir que:

$$R = F_1 + F_2$$

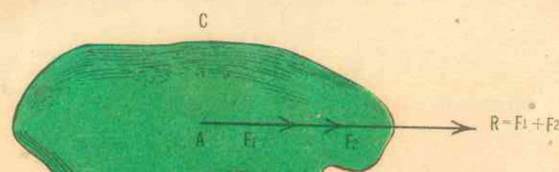


Fig. 5

5. COMPOSICION DE DOS FUERZAS DE DIRECCIONES CONTRARIAS

Si sobre el cuerpo C (fig. 6) actúan las dos fuerzas F_1 y F_2 que están aplicadas al mismo punto (o tienen la misma recta soporte), pero que actúan en direcciones contrarias, su resultante R actúa en la dirección de la mayor y su intensidad es igual a la *diferencia* de las intensidades de las componentes. Es decir que:

$$R = F_1 - F_2$$

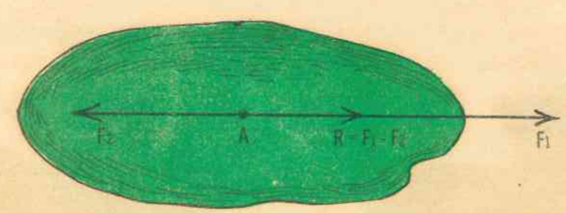


Fig. 6

6. COMPOSICION DE DOS FUERZAS CONCURRENTES

Si las dos fuerzas F_1 y F_2 están aplicadas al *mismo* punto A (fig. 7), la resultante R, está representada en magnitud y dirección por la diagonal AD del paralelogramo $ABDE$ construído sobre los vectores o segmentos que representan las fuerzas componentes, de acuerdo con la regla del paralelogramo para sumar dos vectores, (No. 2, Cap. V).

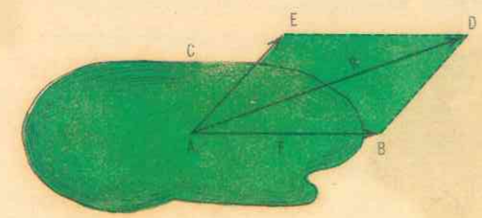


Fig. 7

Si las dos fuerzas F_1 y F_2 están aplicadas a puntos diferentes A y B de un cuerpo, pero sus líneas de acción se encuentran en C (fig. 8), se trasladan las dos fuerzas de modo que actúen en C y allí se componen de acuerdo con la regla del paralelogramo.

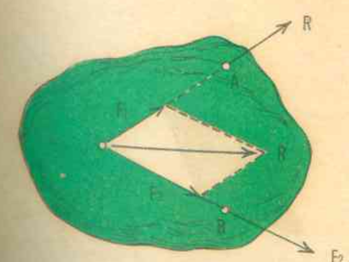
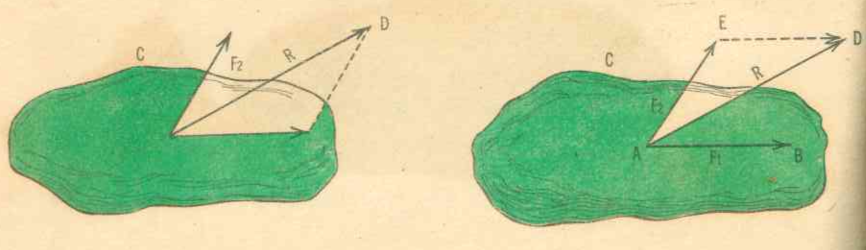


Fig. 8

En realidad no es necesario completar el paralelogramo y para hallar la resultante R de dos fuerzas angulares F_1 y F_2 aplicadas al punto A de un cuerpo, basta con trazar por el extremo B del vector AB que representa la fuerza F_1, un vector BD igual y paralelo a F_2; entonces el segmento AD que cierra el triángulo ABD, representa la fuerza resultante.

Al mismo resultado se llega aunque se cambie el orden en que se toman las fuerzas como puede verse en la fig. 9*b*. La operación es pues *conmutativa*.



(a) Fig. 9 (b)

7. COMPOSICION DE VARIAS FUERZAS CONCURRENTES

Si al punto A del cuerpo, se aplican varias fuerzas F_1, F_2, F_3, F_4 (fig. 10), la resultante se obtiene en la siguiente forma: por el extremo B del segmento que representa a la fuerza F_1, se traza un vector BC igual a la fuerza F_2, por el extremo C un vector CD igual a F_3 y así sucesivamente, obteniéndose una poligonal $ABCDE$. La resultante R queda representada en magnitud y dirección por el segmento AE, que cierra la poligonal uniendo su origen A con el extremo E. Este método es una generalización del triángulo de fuerzas. El polígono $ABCDE$ se llama *polígono de fuerzas.*

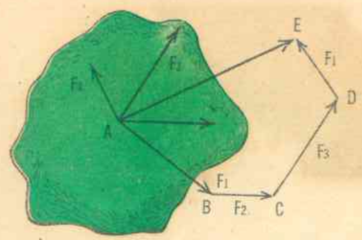


Fig. 10. Polígono de las fuerzas

Si las fuerzas actúan sobre puntos *diferentes* de un cuerpo se halla primero la resultante de dos de ellas como se indicó en la figura 8; esta resultante se combina con la tercera fuerza por el mismo método y así sucesivamente hasta la última fuerza. El procedimiento se ha ilustrado gráficamente en la fig. 11 en el caso de tres fuerzas. Siempre es válido si las fuerzas son coplanares.

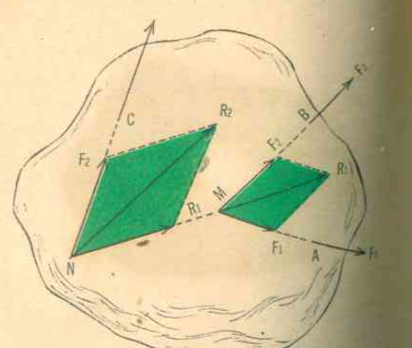


Fig. 11

8. COMPONENTES DE UNA FUERZA

Determinar las componentes de una fuerza en dos direcciones dadas, consiste en obtener dos fuerzas que actúen en esas direcciones y cuya resultante sea la fuerza dada.

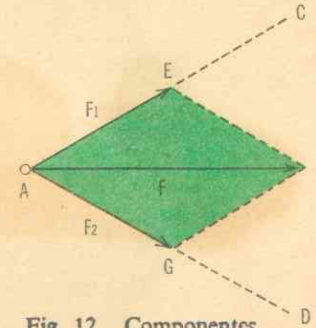


Fig. 12. Componentes de una fuerza

Así, si queremos hallar las componentes de la fuerza F (fig. 12), según las direcciones AC y AD, trazamos por el punto B, las paralelas BE y BG a las direcciones dadas, obteniéndose el paralelogramo $ABEG$. Los segmentos AE y AG representan las fuerzas componentes F_1 y F_2 de F en las direcciones pedidas.

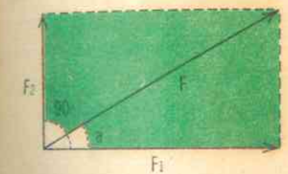


Fig. 13. Componentes rectangulares

Las componentes más importantes de una fuerza son sus *componentes rectangulares*, es decir, sus componentes según dos direcciones perpendiculares, (fig. 13).

Así por ejemplo, cuando un automóvil desciende por una calle inclinada (fig. 14), su peso P, que actúa verticalmente hacia abajo, se puede descomponer en las dos componentes F_1 y F_2 cuyas direcciones son perpendiculares. La componente F_2, que es perpendicular a la calle, comprime al automóvil contra ella y la componente F_1, paralela a la calle, es la que lo hace descender.

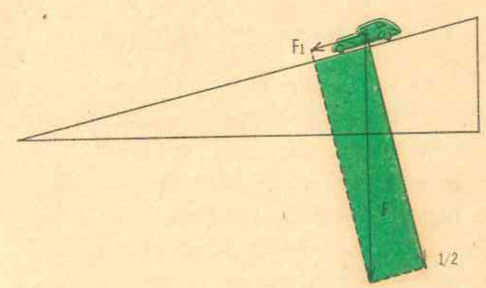


Fig. 14

9. MOMENTO O TORQUE DE UNA FUERZA

Examen.

Se llama *momento o torque de una fuerza con relación a un punto, al producto de la intensidad de la fuerza por la distancia del punto a la directriz de la fuerza.*

Así en la fig. 15 si F es la fuerza, O el punto (llamado centro de momento) y b la distancia del punto a la línea de acción de la fuerza y que

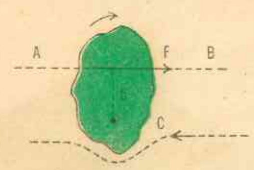


Fig. 15

se llama *brazo*, el momento o torque respecto punto O vendrá expresado por:

$$\text{Momento} = \text{Fuerza} \times \text{brazo}$$

$$M = Fb$$

En el sistema *CGS* la *unidad de momento* la dina-cm., que es el momento de una fuerza una dina cuyo brazo es 1 cm. En el sistema *MKS* la unidad de momen es el newton-m y en el inglés es el poundal-pie.

10. INTERPRETACION FISICA DEL MOMENTO

El momento o torque de una fuerza respecto a un punto es una mag nitud que mide el efecto rotativo sobre el cuerpo alrededor de dicho punto En efecto, si al cuerpo C representado en la fig. 15 y que tiene el punt fijo O, se aplica la fuerza F, el cuerpo girará alrededor de O en el sentid indicado por la flecha y el efecto rotativo de la fuerza dependerá de s intensidad F y de la distancia o brazo b de la fuerza respecto al punto O siendo este efecto proporcional a los valores de F y b.

Así, para abrir o cerrar una puerta, lo mejor es empujarla por un pun to lo más alejado de las bisagras porque de ese modo el brazo de la fuerz que ejercemos nosotros es mayor y nos es más fácil hacerla girar.

Obsérvese que si la directriz de la fuerza pasa por el punto O, e efecto rotativo es nulo y también lo es el momento respecto a ese punto por ser $b = 0$.

11. SIGNOS DEL MOMENTO

Como alrededor de un punto se puede girar en dos sentidos opuestos es conveniente distinguir los momentos correspondientes. Consideremos pues las dos fuerzas F_1 y F_2 actuando sobre el plano del papel (fig. 16). La fuerza F_1 tiende a hacer girar el plano alrededor de O en *sentido contrario* a la rotación de las agujas de un reloj, mientras que F_2 tiende a hacerlo girar en el *mismo sentido*. En el primer caso diremos que el momento de F_1 es *positivo* y en el segundo caso que es *negativo*.

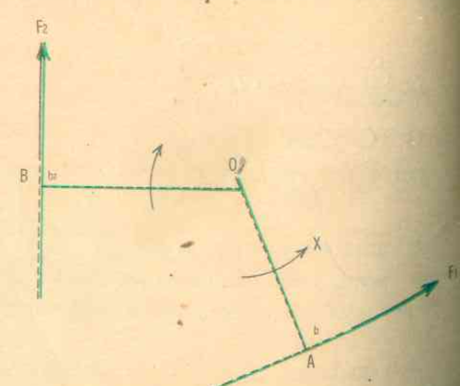


Fig. 16

De modo que: $M_1 = F_1b_1$, $M_2 = -F_2b_2$

Este criterio es convencional, pudiéndose si se quiere adoptar el contrario.

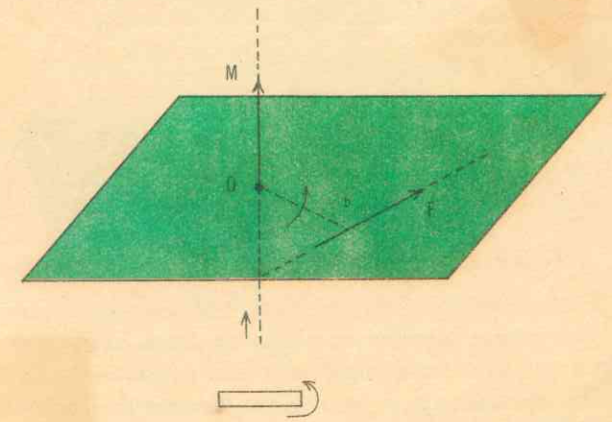


Fig. 17

12. REPRESENTACION VECTORIAL DEL MOMENTO

Resulta conveniente en muchos casos representar el momento o torque de una fuerza por un vector cuya medida está dada por $M = Fb$. La dirección del vector es perpendicular al plano determinado por la fuerza y el punto y está dada por el sentido de avance de un tirabuzón que gire en el mismo sentido que la fuerza, (fig. 17).

13. TEOREMA DE VARIGNON

Cuando sobre un cuerpo actúan varias fuerzas, el *momento resultante* es la suma de los momentos de cada una de las fuerzas. Por ejemplo, en la fig. 18 el momento resultante será:

$$M = M_1 + M_2 = F_1b_1 - F_2b_2$$

Es lógico pensar que entre el momento resultante de un sistema de fuerzas y la fuerza resultante del sistema exista alguna relación, ya que la fuerza resultante debe producir el mismo efecto que el sistema de fuerzas no sólo en lo referente a la traslación sino también a la rotación.

Esta relación está dada por el *Teorema de Varignon* cuya importancia es muy grande en el estudio de la Mecánica y que se enuncia en la siguiente forma:

En todo sistema de fuerzas coplanares (situadas en el mismo plano) que tenga resultante, la suma algebraica de los momentos de las fuerzas *componentes con relación a un punto de su plano, es igual al momento de la resultante respecto al mismo punto.*

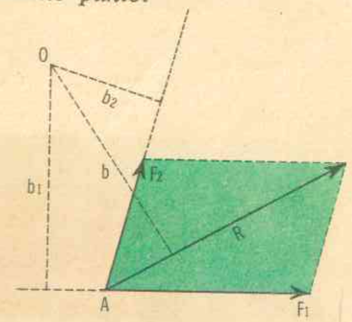


Fig. 18

El teorema también es válido en otros casos más generales reemplazando la palabra suma algebraica por suma vectorial.

Por ejemplo, en el caso de las fuerzas concurrentes de la fig. 18, si O es el centro de momentos, todos son positivos y se cumple que:

$$M_R = M_1 + M_2, \quad \text{o} \quad R \times b = F_1 \times b_1 + F_2 \times b_2$$

En la composición de fuerzas concurrentes el teorema de Varignon no es necesario porque se sabe que la fuerza resultante debe estar aplicada en el mismo punto que las fuerzas componentes. Pero cuando las fuerzas no son concurrentes, el teorema de Varignon es de gran utilidad para determinar la posición en que debe situarse la fuerza resultante de modo que su momento sea igual a la suma de los momentos de las fuerzas componentes.

Vamos a ilustrar la aplicación de este teorema a la composición de fuerzas paralelas.

14. COMPOSICION DE DOS FUERZAS PARALELAS DE LA MISMA DIRECCION

La resultante de dos fuerzas paralelas de la misma dirección, tiene una intensidad igual a la *suma* de las intensidades de las componentes, la misma dirección que ellas y su línea de acción está situada de modo que cada fuerza es proporcional al segmento determinado por las líneas de acción de las otras dos fuerzas, sobre cualquier transversal. Así (fig. 19), si F_1 y F_2 son las fuerzas dadas, R su resultante y AB, una transversal cualquiera, debe tenerse:

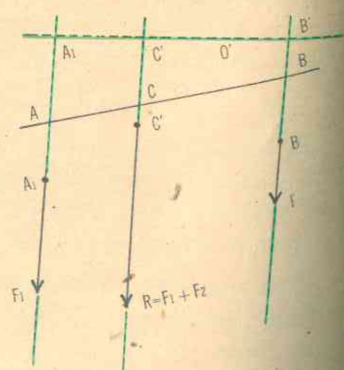


Fig. 19

$$R = F_1 + F_2 \tag{2}$$

$$\frac{F_1}{BC} = \frac{F_2}{AC} = \frac{R}{AB} \tag{3}$$

Demostración. Como las dos fuerzas tienen la misma dirección es natural $R = F_1 + F_2$ para producir la misma traslación.

Para tener equivalencia en la rotación es necesario además, que se cumpla el teorema de Varignon. Escogiendo un punto arbitrario O y trazando la perpendicular $A'B'$ común a las tres fuerzas tenemos que:

$$M_R = R \times OC', \; M_1 = F_1 \times OA', \; M_2 = -F_2 \times OB'$$

Como debe cumplirse que: $M_R = M_1 + M_2$, resulta que:

$$R \times OC' = F_1 \times OA' - F_2 \times OB'$$

de donde: $(F_1 + F_2) \times OC' = F_1 \times OA' - F_2 \times OB'$

Multiplicando:

$$F_1 \times OC' + F_2 \times OC' = F_1 \times OA' - F_2 \times OB'$$

Transponiendo términos:

$$F_2 \times OC' + F_2 \times OB' = F_1 \times OA' - F_1 \times OC'$$

o $\quad F_2 \times (OC' + OB') = F_1 \times (OA' - OC')$

o sea: $F_2 \times B'C' = F_1 \times A'C'$ que puede escribirse:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{B'C'}{A'C'}$$

Aplicando las relaciones de proporcionalidad que resultan cuando varias transversales cortan una serie de líneas paralelas:

$$\frac{B'C'}{A'C'} = \frac{BC}{AC}$$

Luego: $\quad \dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{BC}{AC} \quad \therefore \quad \dfrac{F_1}{BC} = \dfrac{F_2}{AC}$

Sumando antecedentes y consecuentes:

$$\frac{F_1}{BC} = \frac{F_2}{AC} = \frac{F_1 + F_2}{BC + AC} = \frac{R}{AB}$$

con lo que demuestra la fórmula (3).

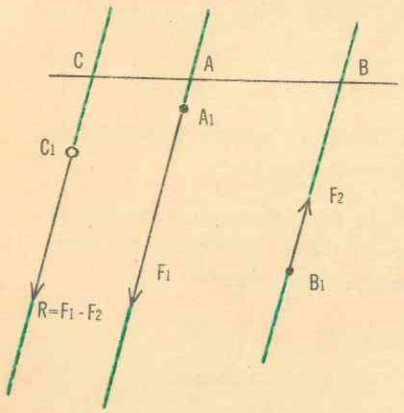


Fig. 20

15. COMPOSICION DE DOS FUERZAS PARALELAS DESIGUALES DE DIRECCIONES CONTRARIAS

La resultante de dos fuerzas paralelas desiguales de direcciones contrarias, tiene una intensidad igual a la *diferencia* de las intensidades de las componentes, actúa en la dirección de la mayor y su línea de acción está situada de modo que cada fuerza es proporcional al segmento determinado por las líneas de acción de las otras dos, sobre cualquier transversal. Así (fig. 20) si F_1 y F_2 son las dos fuerzas, tales que $F_1 > F_2$ y R es la resultante, se tiene:

$$R = F_1 - F_2 \qquad (4)$$

$$\frac{F_1}{BC} = \frac{F_2}{AC} = \frac{R}{AB} \qquad (5)$$

La demostración de estas relaciones se hace en la misma forma que para el caso de dos fuerzas en la misma dirección.

Obsérvese que cuando las fuerzas son paralelas de la misma dirección, la línea de acción de la resultante está situada entre las de las componentes y más próxima a la fuerza mayor y cuando son paralelas de direcciones contrarias, es exterior a las líneas de acción de las componentes y del lado de la fuerza mayor.

Ejemplo 1: Refiriéndonos a la fig. 19, $F_1 = 20$ kgf., $F_2 = 12$ kgf. y $AB = 50$ cm., calcular R y los segmentos BC y AC que determinan la posición de la resultante.

Por (1), $R = F_1 + F_2 = 20$ kgf. $+ 12$ kgf. $= 32$ kgf.

Substituyendo valores en la fórmula 2 tendremos:

$$\frac{20}{BC} = \frac{12}{AC} = \frac{32}{50}$$

$$BC = \frac{20 \times 50}{32} = 31.25 \text{ cm.} \qquad AC = \frac{12 \times 50}{32} = 18.75 \text{ cm.}$$

puede comprobarse que:

$$BC + AC = 31.25 + 18.75 = 50 \text{ cm.} = AB$$

Ejemplo 2: Resolver el problema anterior si las dos fuerzas son paralelas de dirección contraria. (Fig. 20).

En este caso $R = 20 - 12 = 8$ kgf. Substituyendo en la fórmula 4:

$$\frac{20}{BC} = \frac{12}{AC} = \frac{8}{50}$$

$$\therefore BC = \frac{20 \times 50}{8} = 125 \text{ cm.} \qquad AC = \frac{12 \times 50}{8} = 75 \text{ cm.}$$

puede comprobarse que:

$$BC - AC = 125 - 75 = 50 \text{ cm.} = AB$$

16. METODO GRAFICO PARA COMPONER DOS FUERZAS PARALELAS.

Para determinar *gráficamente* la posición de la línea de acción de la resultante de dos fuerzas paralelas, se procede en ambos casos en la siguiente forma, (fig. 21*a* y *b*): se dispone un segmento BE igual a la fuerza mayor F_1 en dirección opuesta a la fuerza menor F_2, y un segmento AD igual a la fuerza menor, sobre la fuerza mayor; se unen los extremos D y E de estos segmentos y el punto C donde esta recta corta a la recta AB, que une los puntos de aplicación de las fuerzas dadas, es por donde pasa la línea de acción de la resultante.

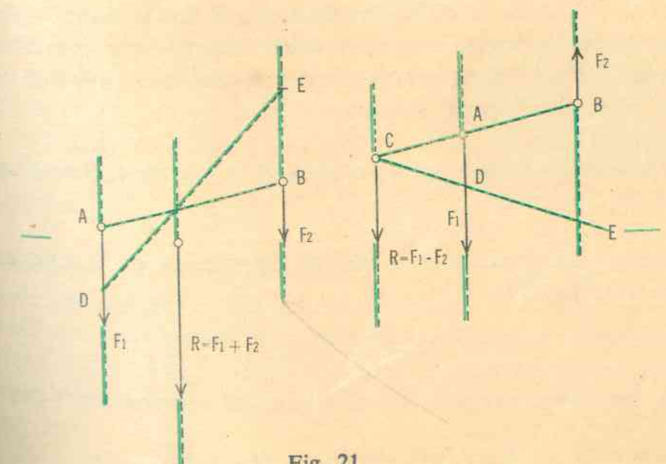


Fig. 21

17. COMPOSICION DE VARIAS FUERZAS PARALELAS

Si se trata de varias fuerzas paralelas, se determina primero la resultante de las fuerzas que actúan en una dirección y después la de las fuerzas de dirección contraria. Finalmente, se halla la resultante de estas dos fuerzas que es la resultante definitiva. Así se ha hecho en la fig. 22 donde $R_{12} = F_1 + F_2$ es la resultante de F_1 y F_2 y $R_{34} = F_3 + F_4$ la de F_3 y F_4. La resultante definitiva del sistema es $R = R_{12} - R_{34} = F_1 + F_2 - F_3 - F_4$. Si se toman como positivas las fuerzas que actúan en una dirección y como negativas las que actúan en dirección contraria, la medida algébrica de la resultante es igual a la suma algébrica de las fuerzas componentes.

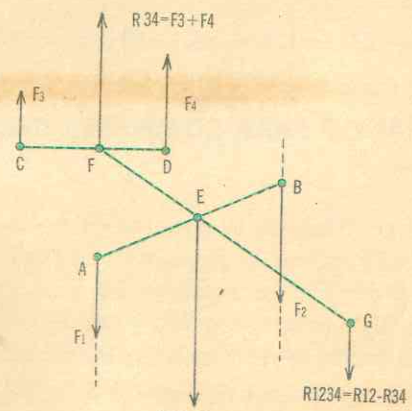


Fig. 22

El punto G donde se aplica la resultante R se llama *centro de fuerzas paralelas* y puede probarse que no cambia aunque se altere la dirección común de las fuerzas del sistema o se multipliquen por un factor constante las intensidades de las componentes.

También puede obtenerse la posición de la fuerza resultante aplicando el teorema de Varignon.

Ejemplo: Determinar la resultante del sistema de fuerzas aplicadas a la barra AD, (fig. 23).

$$R = F_1 + F_2 - F_3 + F_4 =$$

Para determinar su posición aplicamos el teorema de Varignon:

$$M_R = M_1 + M_2 + M_3 + M_4$$

Tomando como centro de momentos el punto A:

$$M_1 = O, \quad M_2 = F_2 \times AB, \quad M_3 = -F_3 \times AC, \quad M_4 = F_4 \times AD$$

Designando por X el punto de aplicación de R:

$$M_R = R \times AX$$

Luego: $$AX = \frac{F_2 \times AB - F_3 \times AC + F_4 \times AD}{R}$$

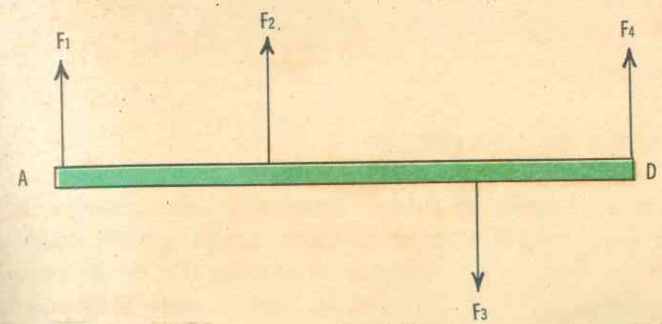


Fig. 23

18. PAR DE FUERZAS

Se llama par de fuerzas a un conjunto de dos fuerzas F_1 y F_2, paralelas, de igual intensidad y de direcciones contrarias aplicadas a un mismo cuerpo, (fig. 24).

Brazo del par es la distancia $AB = b$ que separa las directrices de las dos fuerzas. Se comprende que *el efecto de un par es producir rotación.* Así en la figura 24, el efecto que produce el par (F_1, F_2) aplicado al cuerpo C es una rotación cuyo sentido es el indicado por las flechas.

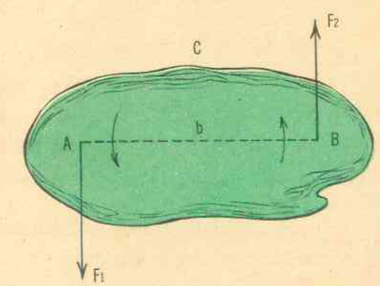


Fig. 24

El *momento o torque de un par, es el producto de una de las fuerzas por el brazo del par,* siendo positivo o negativo según que la rotación que tienda a producir sea en el sentido contrario de las agujas de un reloj o en el mismo sentido. El momento del par correspondiente a la fig. 24 es positivo y su valor es:

$$M = F_1 b \qquad (6)$$

Un par de fuerzas es un ejemplo de un sistema que no tiene resultante, es decir, que no puede substituírse por una sola fuerza que produzca el mismo efecto.

El momento de un par es independiente del centro de momentos. En efecto, tomando el punto O se ve que, como $F_1 = F_2$:

$$M = M_1 + M_2 = F_1 \times OA + F_2 \times OB$$
$$= F_1 \times OA + F_1 \times OB$$
$$= F \times (OA + OB) = F_1 \times AB$$

de acuerdo con (6).

19. CENTRO DE GRAVEDAD

La Tierra al atraer un cuerpo, atrae cada una de sus partículas con una fuerza proporcional a su masa. Aun cuando las directrices de estas fuerzas se interceptan en el centro de la Tierra, se pueden considerar *prácticamente* paralelas si las dimensiones del cuerpo no son muy grandes. *La fuerza resultante de atracción ejercida por la tierra sobre el cuerpo se llama peso del cuerpo* (No. 5, Cap. VII).

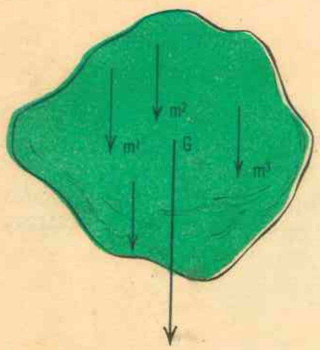


Fig. 25

El centro de gravedad es el punto de aplicación del peso del cuerpo. En la figura 25 es G. El CG también se llama *baricentro y centro de masa.*

Como el CG es un centro de fuerzas paralelas (No. 17), goza de sus mismas propiedades o sea que *el CG no varía porque se cambie la posición del cuerpo o porque se desplace el cuerpo de un lugar a otro de la superficie terrestre.*

A continuación indicamos la posición del CG de algunos cuerpos homogéneos muy simples:

a) barra delgada: es el punto medio.

b) lámina triangular: el punto de intersección de sus medianas.

c) lámina paralelográmica: el punto de intersección de sus diagonales.

d) lámina circular: su centro.

e) cilindro y prisma: punto medio de la recta que une los centros de sus bases.

f) cono y pirámide: sobre la recta que une el centro de la base con el vértice y a un cuarto de su longitud medida a partir de la base (Fig. 26).

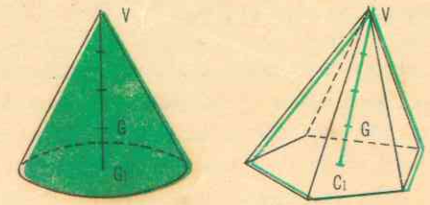


Fig. 26

PREGUNTAS

1. ¿Cómo debe medirse una fuerza dinámicamente?
2. ¿Cuántos datos son necesarios para especificar completamente una fuerza?
3. ¿Es indiferente que una locomotora se enganche al principio del tren o se disponga detrás de todos los vagones o entre ellos? ¿Por qué?
4. Se tiene un cuerpo que pesa 1 kgf., un saco de azúcar de peso desconocido, una regla y un muelle que no está calibrado. ¿Cómo puede obtenerse el peso del saco de azúcar?
5. Un cuerpo está colgado del centro de un cable cuyos otros extremos están fijos. ¿Cuándo es mayor la tensión en el cable: cuando ambas partes están casi en línea recta o cuando forman un ángulo mucho menor de 180°?
6. Trace una poligonal abierta de tres lados y determine gráficamente su CG.
7. Dos fuerzas concurrentes de 8 lbf. y 6 lbf. forman un ángulo de 60°. Determinar gráficamente su resultante. Escogiendo un punto cualquiera del papel, trace y mida los brazos de las fuerzas y compruebe el teorema de Varignon.

PROBLEMAS

(Todos los problemas de este grupo deben resolverse en general, gráficamente).

1. Calcular la resultante de dos fuerzas concurrentes de 40 kgf. y 30 kgf. cuyas direcciones forman un ángulo de *a*) 0°; *b*) 70°; *c*) 90°; *d*) 130°; *e*) 180°. *R.* 70 kgf., 57.78 kgf., 50 kgf., 30.9 kgf., 10 kgf.

2. Para hacer avanzar un bote en un río se emplean dos caballos, uno en cada orilla, tirando de sendas cuerdas unidas a la proa del bote. Si el ángulo entre las cuerdas es de 40° y las fuerzas ejercidas por cada caballo son de 200 kgf. y 250 kgf. ¿cuál es la fuerza resultante sobre el bote? Si el bote avanza con movimiento uniforme ¿cuál es la resistencia del agua? *R.* 423 kgf.

3. Sobre un cuerpo cuya masa es 10 kg. actúan fuerzas de 30 newtons, 40 newtons, 20 newtons y 50 newtons. Los ángulos entre cada dos de ellas son 50°, 30°, 60°. Calcular la fuerza resultante. ¿Cuál es la aceleración del cuerpo? ¿Qué fuerza adicional es necesario aplicar a la partícula para que esté en equilibrio? *R.* 84.6 newt., 8.46 m./seg.

4. Paralelamente a los lados de un triángulo equilátero actúan fuerzas de 200 dinas, 80 dinas y 120 dinas. Determinar la resultante y su línea de acción. Las fuerzas se toman en el mismo orden que los lados. *R.* 250 dinas.

5. Paralelamente a los lados de un cuadrado de 5 cm. de lado actúan fuerzas de 10 kgf., 8 kgf., 20 kgf. y 12 kgf. Determinar la resultante y su línea de acción. Las fuerzas se toman en el mismo orden que los lados. *R.* 10.8 kgf.

6. En el vértice A de un rectángulo $ABCD$ cuyos lados son $AB = 4$ cm. y $BC = 6$ actúan tres fuerzas: una de 6 newtons según AB, otra de 4 newtons según AC y otra de 3 newtons según AD. En el vértice C actúan dos fuerzas: una de 5 newtons según CD y otra de 4 newtons según BC. Hallar la fuerza resultante. *R.* 3.95 newtons.

7. Un automóvil que pesa 1,000 kgf. desciende por una calle cuya inclinación es 30°. Determinar la fuerza que ejerce el automóvil contra la calle y la fuerza que lo hace descender. *R.* 866 kgf., 500 kgf.

8. Para sostener verticalmente un poste de teléfonos, se emplea un cable uno de cuyos extremos va unido al poste en un punto a 10 m. de altura mientras que el otro extremo está fijo en el suelo en un punto a 7 m. de la base del poste. Si la tensión en el cable es de 500 lbs. ¿cuáles son la fuerza horizontal y la fuerza vertical ejercidas sobre el poste? *R.* 410 lb , 285 lb.

9. Un plano inclinado tiene 2 m. de altura y 5 m. de longitud. Sobre el plano se encuentra un bloque de piedra que pesa 10 kgf. el cual no resbala porque tropieza con un obstáculo fijo en el plano. Hallar la fuerza ejercida por el bloque sobre el plano y sobre el obstáculo. *R.* 4 kgf., 9.2 kgf.

10. Se tiene una puerta rectangular de 2 m. de base y 3 m. de altura. Su peso es de 100 lb. y está aplicado en su centro. La puerta se sostiene por dos bisagras fijas en los extremos de un lado vertical. Hallar la fuerza que la puerta ejerce sobre cada bisagra. *R.* 90.1 lb.

11. Un bloque que pesa 6 kgf. descansa sobre una superficie horizontal pulimentada. Se le empuja mediante una varilla que forma un ángulo de 30° con la horizontal, en el extremo de la cual se ejerce una fuerza de 6 kgf. (*a*) ¿Cuál es la fuerza total perpendicular a la superficie? (*b*) ¿Cuál es la fuerza paralela a la superficie? *R.* 9. kgf., 5.2 kgf.

12. Resolver el problema anterior suponiendo que en lugar de empujar el cuerpo, se tira de él mediante una cuerda que tiene la misma inclinación. *R.* 3 kgf., 5.2 kgf.

13. Hallar la resultante de dos fuerzas paralelas de 40 kgf. y 20 kgf. cuyas líneas de acción están separadas 60 cm. (*a*) cuando tienen el mismo sentido, (*b*) cuando tienen sentidos opuestos. Solución analítica también. *R.* (a) 60 kgf., 20 cm., (b) 20 kgf., 60 cm.

14. Dos fuerzas paralelas del mismo sentido de 6 y 8 kgf. están situadas de modo que la distancia entre sus líneas de acción es 7 cm. Hallar la magnitud y posición de la resultante. *R.* 14 kgf., 3 cm.

15. La resultante de dos fuerzas paralelas y del mismo sentido es de 10 kgf. y las distancias de su línea de acción a las de las componentes son de 12 cm. y 18 cm. Hallar las componentes. *R.* 6 kgf., 4 kgf.

16. Una regla de un metro de longitud tiene un peso de 3 lbf. y en sus extremos se han suspendido dos cuerpos que pesan 2 lb. y 4 lb. Determinar la magnitud y la posición de la fuerza resultante sobre la regla (soluciones gráfica y analítica aplicando el T. de Varignon). *R.* 9 lb., 61 cm.

17. Sobre una regla graduada de 2 m. de longitud y cuyo peso es despreciable actúan hacia abajo fuerzas de 30 dinas, 20 dinas y 15 dinas a 0 cm., 50 cm. y 200 cm. de un extremo y hacia arriba fuerzas de 50 dinas y 80 dinas a 20 cm. y 100 cm. del mismo extremo. Determinar la magnitud y la posición de la resultante. ¿Qué intensidad debe tener y dónde debe situarse la equilibrante del sistema? (Soluciones gráfica y analítica). *R.* 65 dinas, 76 cm.

18. Una de las componentes de dos fuerzas paralelas y del mismo sentido es de 13 newtons. La distancia entre las componentes es de 20 cm. y la distancia de la resultante a la otra componente es de 8 cm. Hallar la resultante y la otra componente. *R.* 19.5 newt., 32.5 newt.

19. Las dos componentes de un sistema de fuerzas paralelas y del mismo sentido son de 20 y 30 newtons y la distancia entre la resultante y la mayor es de 8 cm. Hallar la distancia entre las fuerzas. *R.* 50 newtons, 12 cm.

20. Resolver los problemas 14, 15, 18 y 19 suponiendo que las fuerzas son paralelas y de sentido contrario. *R.* 2 kgf., 21 cm.; 30 kgf., 20 kgf.; 32.5 newt., 45.5 newt., 4 cm.

capítulo 9 Estática

1. REPOSO Y EQUILIBRIO

Una partícula está en *reposo* cuando su *velocidad* es nula. Una partícula está en *equilibrio* cuando su *aceleración* es nula. Una partícula en equilibrio se encuentra en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme. En resumen:

reposo: velocidad $= 0$
equilibrio: aceleración $= 0$

En el caso de un cuerpo que puede girar alrededor de un eje, está en reposo si las velocidades de todos sus puntos son nulas y en equilibrio si las aceleraciones lineales de sus puntos son cero.

Por ejemplo, un libro colocado sobre una mesa se encuentra a la vez en reposo y en equilibrio porque tanto su velocidad como su aceleración son nulas. Un cuerpo animado de movimiento rectilíneo uniforme no está en reposo pero sí en equilibrio porque su aceleración es cero. Finalmente, si se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba, al llegar al punto más alto de su trayectoria su velocidad es cero y en esa posición se encuentra momentáneamente en reposo; sin embargo, no está en equilibrio porque posee una aceleración, la de la gravedad, producida por su peso.

2. ESTATICA

La ESTATICA tiene por objeto el estudio general del equilibrio de los cuerpos y de los métodos de solución de los diversos problemas que se presentan. Aquí solamente consideraremos algunos ejemplos sencillos donde sólo aparecen fuerzas concurrentes o paralelas.

Para que una partícula esté en equilibrio es necesario que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre ella sea cero. En efecto, de acuerdo con el segundo principio de la Dinámica, $F = ma$, y como $a = 0$ si hay equilibrio resulta que $F = 0$. Si la partícula en equilibrio no se encuentra sometida a fuerza alguna se dice que es *libre*. (Recordar No. 2, Cap. VII).

Si se trata de un cuerpo, las fuerzas no están en general, aplicadas a un mismo punto y la condición de que la resultante sea cero no es suficiente para asegurar el equilibrio porque el cuerpo puede estar girando. *Para que un cuerpo esté en equilibrio es necesario que:* 1) *la resultante de todas las fuerzas aplicadas al cuerpo sea nula, y* 2) *la suma de los momentos de todas las fuerzas con relación a cualquier punto sea cero.*

3. TEOREMAS GENERALES

A partir de los principios de la Dinámica y utilizando algunas definiciones adicionales se puede obtener una serie de conclusiones sumamente importantes. Entre ellas podemos citar las siguientes:

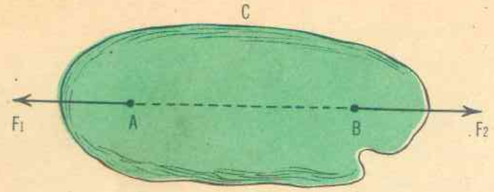


Fig. 1.

1) *Dos fuerzas iguales y directamente contrarias aplicadas a un mismo punto o a dos puntos de un cuerpo forman un sistema en equilibrio.* Así (fig. 1) las dos fuerzas F_1 y F_2 que son iguales y directamente contrarias (con la misma recta soporte) aplicadas al cuerpo C, tienen una resultante nula y por tanto la aceleración resultante también es nula.

Además, los momentos de las dos fuerzas respecto a cualquier punto como 0 son iguales pero de signos contrarios de modo que el momento resultante es nulo. Luego el cuerpo está en equilibrio.

2) *El estado de un cuerpo no altera porque se introduzca o se suprima en el cuerpo un sistema de fuerzas en equilibrio.* En efecto como el sistema de fuerzas está en equilibrio, la resultante es nula y por consiguiente no se produce efecto alguno sobre el cuerpo al introducir o suprimir tal sistema.

3) *Una fuerza actuando sobre un cuerpo puede desplazarse a lo largo de su línea de acción sin que altere el efecto que produce sobre el cuerpo.*

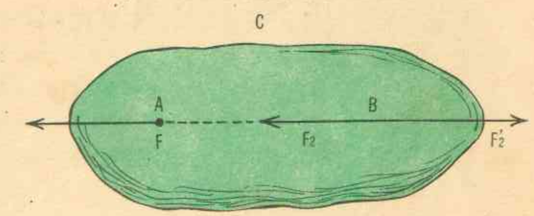


Fig. 2.

Sea la fuerza F actuando en el punto A del cuerpo (fig. 2) y B un punto cualquiera de su línea de acción; apliquemos en B las dos fuerzas F_2 y F_2' iguales y directamente contrarias, con la misma línea de acción que F y de igual medida que F. Esto puede hacerse porque F_2 y F_2' forman un sistema en equilibrio. Ahora bien F y F_2' se pueden suprimir porque forman un sistema en equilibrio. Luego nos quedamos con la fuerza F_2 que es igual a F, pero que está aplicada al punto B.

4) *En todo sistema de fuerzas en equilibrio, una cualquiera de las fuerzas es igual y directamente contraria a la resultante de las demás.*

Esto quiere decir que si el sistema de fuerzas F_1, F_2, F_3, F_4 que actúa sobre el cuerpo C (fig. 3) está en equilibrio, una cualquiera de las fuerzas, por ejemplo F_1, es igual y directamente contraria a la resultante R_{234} de las otras tres. Por eso cada una de las fuerzas es la equilibrante de las demás.

5) *Cuando un cuerpo que tiene un punto fijo está sometido a una fuerza, el equilibrio requiere que la dirección de la fuerza pase por el punto fijo,* porque sólo así el momento de la fuerza respecto al punto es cero.

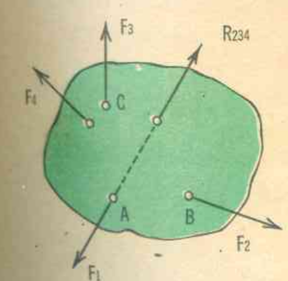


Fig. 3.

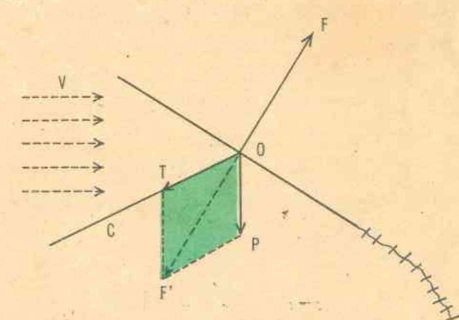


Fig. 4. Papalote en equilibrio.

Ejemplo 1: Estudio de las fuerzas que mantienen un papalote en equilibrio. Estas fuerzas son (fig. 4): su peso P dirigido hacia abajo, la tensión T de la cuerda que tiene la dirección de ésta y la fuerza F debida al viento V y que es perpendicular al papalote. Si éste se encuentra en equilibrio, la fuerza F debe ser igual y contraria a la resultante F_1 de T y P. Si es menor el papalote desciende y si es mayor se eleva.

Ejemplo 2: Estudio de las fuerzas que mantienen un avión en equilibrio. El movimiento del avión de derecha a izquierda, da lugar al mismo efecto que si el avión estuviera quieto y el viento soplara de izquierda a derecha, de modo que

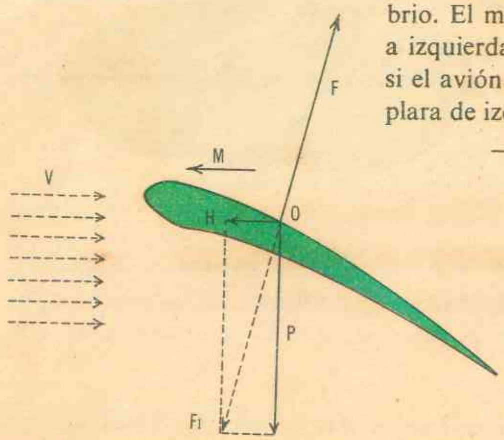


Fig. 5. Fuerzas sobre el ala de un avión.

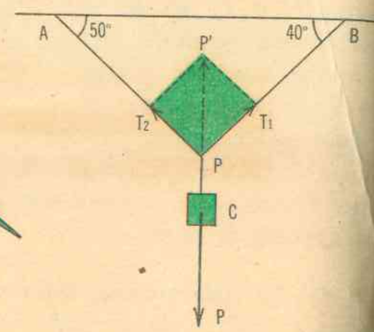


Fig. 6.

este problema es del todo semejante al anterior: F es la fuerza debida al viento. Esta fuerza debe ser igual y contraria a la resultante F_1 del peso P del avión y la fuerza H debida a las hélices, (fig. 5).

Ejemplo 3: Se tiene un cuerpo C suspendido, mediante dos cuerdas de los puntos A y B del techo, de modo que forman ángulos de 40° y 50° con el mismo. Si el cuerpo pesa 13 kgf. calcular las tensiones en las cuerdas (fig. 6).

Las tres fuerzas que intervienen en el problema son el peso $P = 13$ kgf. del cuerpo y las tensiones T_1 y T_2. Como la resultante de T_1 y T_2 debe ser igual y contraria a P se dibuja una fuerza P' igual y contraria a P. Sus componentes paralelas a DA y DB son T_2 y T_1 respectivamente. Midiendo en la figura resulta:

$$T_1 = 10 \text{ kgf.}, \qquad T_2 = 8.5 \text{ kgf.}$$

Ejemplo 4: Calcular las fuerzas F_1 y F_2 que se ejercen en los apoyos A y B para equilibrar la barra de la figura 7. $AB = 2m.$, $AD = 1.60$ m.

Para que la resultante sea nula debe cumplirse que:

$$F_1 + F_2 - P = 0$$

$$\text{o} \quad F_1 + F_2 = 40 \text{ kgf.}$$

Para que el momento resultante sea nulo se requiere que $M_1 + M_2 + M_p = 0$. Tomando momentos respecto a A, $M_1 = 0$, $M_2 = F_2 \times AB$, $M_p = -P \times AC$. Luego, $F_2 \times AD - P \times AC = 0$.

$$\therefore \; F_2 = \frac{P \times AC}{AD} = 25 \text{ kgf.}, \qquad F_1 = 40 - F_2 = 15 \text{ kgf.}$$

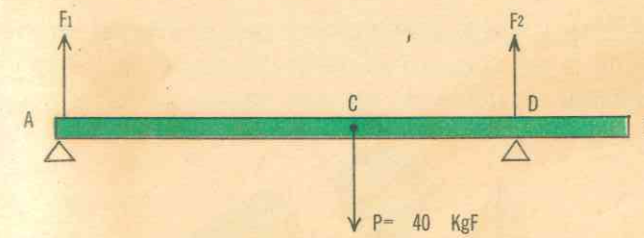


Fig. 7.

4. EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS SUSPENDIDOS Y APOYADOS

Un cuerpo puede encontrarse en equilibrio en tres condiciones diferentes que dan lugar a tres clases de equilibrio:

1) *equilibrio estable:* si al separarlo ligeramente de su posición de equilibrio tiende a recuperarla;
2) *equilibrio inestable:* si al separarlo ligeramente de su posición de equilibrio tiende a alejarse cada vez más de ella;
3) *equilibrio indiferente:* si al separarlo ligeramente de su posición de equilibrio, la nueva posición alcanzada es también de equilibrio quedándose en ella.

Consideremos primero el caso de los cuerpos apoyados. El cono de la fig. 8, en la posición *a* está en equilibrio estable, porque si lo desviamos ligeramente de esta posición tiende a recuperarla; en *b* su equilibrio es inestable porque si lo desviamos ligeramente de esta posición, tiende a alejarse cada vez más; en *c* su equilibrio es indiferente porque si lo desviamos ligeramente de su posición, permanece en equilibrio y no tiende a recuperarla.

Consideremos ahora el caso de un cuerpo suspendido en equilibrio (fig. 9 *a*, *b* y *c*). En cualquiera de los tres casos P es el peso del cuerpo aplicado en su centro de gravedad G y C es centro o eje de suspensión.

Cuando un cuerpo suspendido se encuentra en equilibrio, la vertical que pasa por el CG pasa también por el centro de suspensión.

Este requisito es necesario para que el momento del peso con relación al centro de suspensión sea nulo. Además, el peso queda contrarrestado por una fuerza igual y contraria producida por el centro de suspensión.

El *equilibrio es estable* si el *CG* está por *debajo* del centro o eje de suspensión *C* (fig. 9 *a*), porque si se desvía ligeramente el cuerpo de su posición de equilibrio, el cuerpo tiende a recuperar esta posición.

El *equilibrio es inestable* si el *CG* está por *encima* del centro o eje de suspensión (fig. 9 *b*) porque si se desvía ligeramente el cuerpo de su posición de equilibrio se aleja cada vez más de ella.

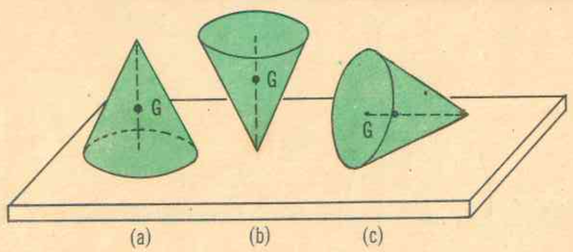


Fig. 8.

El *equilibrio es indiferente* si el *CG* coincide con el centro o eje de suspensión (fig. 9 *c*), porque si se desvía el cuerpo de su posición de equilibrio, pasa a una nueva posición de equilibrio y no hay tendencia a recuperar su posición primitiva.

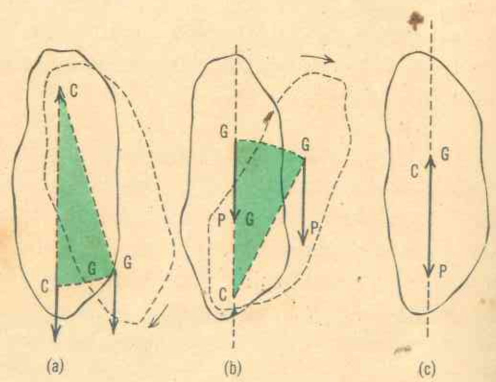


Fig. 9.

Si se trata de un cuerpo apoyado sobre varios puntos no situados en línea recta se llama *polígono de sustentación* al polígono convexo que resulta de unir sus puntos de apoyo más exteriores. Entonces el cuerpo está

en equilibrio si la vertical que pasa por su *CG* pasa por un punto interior del polígono de sustentación. Por ejemplo, en el caso de una silla, el polígono de sustentación es el cuadrilátero determinado por los cuatro puntos de apoyo; si el piso está tan inclinado que la vertical que pasa por el *CG* cae fuera del polígono de sustentación la silla se cae.

PREGUNTAS

1. Indique varios ejemplos de cuerpos en equilibrio pero no en reposo.
2. Indique algún ejemplo de un cuerpo en reposo pero no en equilibrio.
3. De varios ejemplos de cuerpos en reposo y a la vez también en equilibrio.
4. Señale algunos ejemplos de cuerpos que no están en reposo ni en equilibrio.
5. Investigue cómo sería posible determinar experimentalmente el *CG* de una lámina suspendiéndola en dos posiciones diferentes.

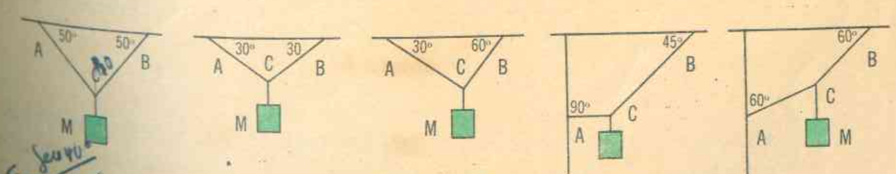
0.766

PROBLEMAS

1. Un avión que pesa 1,000 kgf avanza horizontalmente con M. U. siendo la fuerza debida a las hélices igual a 500 kgf. ¿Qué fuerza ejerce el viento sobre las alas del avión? (Calcularla analíticamente también). *R.* 1,118 kgf.

0.98

2. Tres cuerdas *A*, *B* y *C* tienen un extremo común *D*. Si en las cuerdas *A* y *B* se ejercen fuerzas de 300 newtons y 400 newtons, ¿qué fuerza debe ejercerse en *C* para que *D* esté en equilibrio (*a*) si las cuerdas *A* y B tienen la misma dirección; (*b*) si tienen direcciones opuestas; (*c*) si son perpendiculares. *R.* (*a*) 700 newtons, (*b*) 100 newtons en la dirección de *A*, (*c*) 500 newtons.
3. Determinar las tensiones en los hilos *AC* y *BC* si el peso de *M* es 40 lbf. *R.* (*a*) 26.3 lbf., 26.3 lbf., (*b*) 40 lbf., 40 lbf., (*c*) 20 lbf., 34.6 lbf., (*d*) 40 lbf., 56.4 lbf., (*e*) 40 lbf., 69.2 lbf.

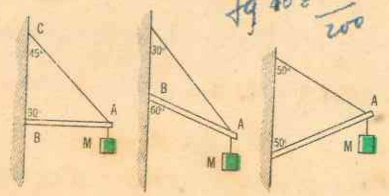


Problema 3.

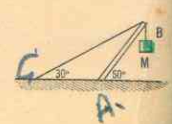
4. Un muchacho se sostiene con ambos brazos de una barra horizonta
Si el muchacho pesa 120 lbf. ¿qué fuerza ejerce cada brazo (*a*) si so
paralelos; (*b*) si cada uno forma un ángulo de 30° con la vertical
R. a) 60 lbf., (b) 69.2 lbf.

5. Determinar las fuerzas que la viga *BA* y el cable *AC* ejercen sobre
suponiendo que *M* tiene un peso de 50 kgf. y que la cuerda y la vig
tienen pesos despreciables. *R.* (a) 50 kgf., 70.7 kgf., (b) 50 kgf
86.6 kgf.; (c) 39 kgf.

$tg\ 40 = \frac{F_1}{200}$



Problema 5.



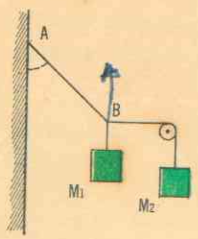
Problema 6.

6. Calcular la tensión en *BC* y la reacción en *AB* si *M* pesa 200 newtons
y *AB* carece de peso. *R.* 200 newt., 346 newt.

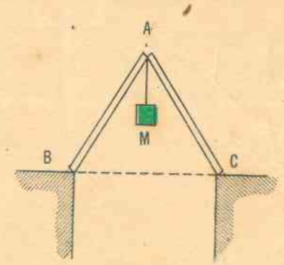
7. Calcular el ángulo θ y la tensión en el hilo *AB* si M_1 pesa 300 gf. y
M_2 pesa 400 gf. *R.* 53°, 500 gf.

8. Calcular las fuerzas ejercidas en *A* por las barras *AB* y *AC* si *AB* =
= *AC* = 20 pies, *BC* = 30 pies y *M* = 200 kgf. *R.* 150 kgf.

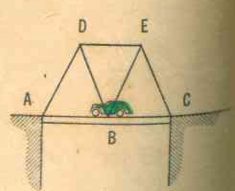
9. Si el automóvil pesa 1,000 kgf. y todos los miembros del puente tienen
una longitud de 30 pies, ¿cuáles son las reacciones en *A* y en *C* cuando
se encuentra en la posición indicada. Resolverlo también si el auto-
móvil está a 20 pies de *A*. *R.* 500 kgf., 333.3 kgf., 666.7 kgf.



Problema 7



Problema 8



Problema 9

10. Un puente tiene 100 m. de longitud y pesa 10,000 kgf. Estando soste-
nido por dos columnas en sus extremos. ¿Cuáles son las reacciones

en dichas columnas cuando sobre el puente se encuentran tres automóviles a 30 m., 60 m. y 80 m. de un extremo siendo sus pesos respectivos 1,500 kgf., 1,000 kgf. y 1,200 kgf.? *R.* 6,690 kgf., 7,010 kgf.

11. Entre dos hombres llevan mediante una vara un cuerpo que pesa 80 lbs. Si el de adelante soporta un peso de 50 lbs., ¿qué fuerza soporta el de atrás y cuál es la posición del cuerpo si la vara tiene 1.50 m. de largo? *R.* 30 lbs., 0.562 m.

12. Un muchacho que pesa 60 lbs. está sentado en un columpio. Calcular la fuerza horizontal que es necesario ejercer sobre el muchacho y la tensión en las cuerdas que sostienen el columpio si forman un ángulo de 30° con la vertical. *R.* 69.3 lb., 34.6 lb.

13. Dos varillas tienen un extremo común y los otros están empotrados en una pared. La primera es horizontal y la segunda está por debajo de la primera y forma un ángulo de 40° con la pared. Del extremo común pende una lámpara que pesa 6 lb. Calcular la fuerza ejercida por cada varilla. *R.* 7.8 lb., 5.0 lb.

capítulo 10 Fricción

1. FRICCION

Es un hecho experimental bien conocido que siempre que tratamos de mover un cuerpo en contacto con otro encontramos cierta resistencia. Por ejemplo, si tenemos un libro sobre una mesa y lo empujamos, vemos que se detiene después de recorrer cierta distancia, indicio que ha estado sometido a una fuerza que se opuso al movimiento.

Por tanto, FRICCION *es la fuerza que aparece en la superficie de contacto de dos cuerpos diferentes en movimiento relativo, oponiéndose siempre a dicho movimiento.*

Puede ser por deslizamiento, por rodadura y por viscosidad.

2. FRICCION POR DESLIZAMIENTO

Si se trata de dos cuerpos sólidos y uno se desliza sobre el otro, se tiene la *fricción por deslizamiento.* Este es el caso de un libro que se desliza sobre una mesa y que explicamos anteriormente. Si se desea que continúe deslizándose es necesario ejercer sobre el libro una fuerza para vencer la fuerza de fricción. Como la superficie de los cuerpos, aún cuando parezcan muy pulimentadas presentan muchas rugosidades o irregularidades si se las examina microscópicamente, la fricción por deslizamiento se debe en parte, a que al reposar un cuerpo sobre otro (fig. 1) las irregularidades de

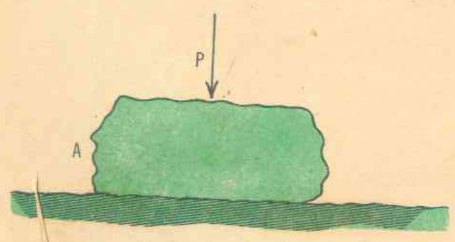


Fig. 1

la superficie del primero se entrelazan o traban con las del segundo dificultándose así el movimiento relativo de ambos, lo que dinámicamente equivale a una fuerza opuesta a dicho movimiento. La fricción depende, además, de la fuerza de adhesión que se produce entre las moléculas de las superficies en contacto.

Para que el cuerpo se deslice con movimiento uniforme es necesario aplicarle una fuerza igual y contraria a la de fricción. Este es el modo experimental de medir la fricción por deslizamiento.

3. LEYES DE LA FRICCION POR DESLIZAMIENTO

Las *leyes de la fricción por deslizamiento* son:

1) la fricción por deslizamiento depende de las substancias en contacto.

2) la fricción por deslizamiento depende del estado en que se encuentren las superficies (grado de pulimentación, barnizado, grasa, etc.).

3) la fricción por deslizamiento es independiente de la forma y el área de la superficie de contacto. O sea la fuerza de fricción de la fig. 2*a* es la misma que en la fig. 2*b* aunque la superficie es el doble porque la fuerza normal es la misma en ambos casos.

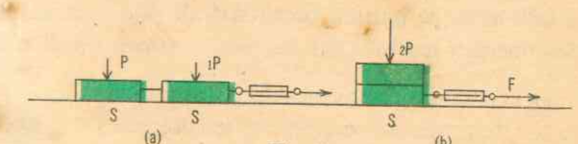


Fig. 2

4) la fricción por deslizamiento es proporcional a la fuerza que se ejerce perpendicularmente a las superficies de contacto. O sea, si N es la fuerza normal a las superficies y F la fuerza de fricción:

$$F = \mu N \tag{1}$$

donde μ (mu) es el *coeficiente de fricción.*

Por ejemplo, en el caso de la fig. 3*b*, la fricción es el doble que en la fig. 3*a* porque la fuerza normal es el doble, y en la fig. 3*c* es el triple.

El coeficiente de fricción depende de la naturaleza de las substancias en contacto. Para cedro sobre cedro oscila entre 0.4 y 0.5 y para un metal sobre otro está comprendido entre 0.15 y 0.3.

Además, la fricción por deslizamiento disminuye al aumentar la velocidad relativa de los cuerpos en contacto, lo cual se comprende porque entonces tienen menos oportunidad de trabarse las irregularidades.

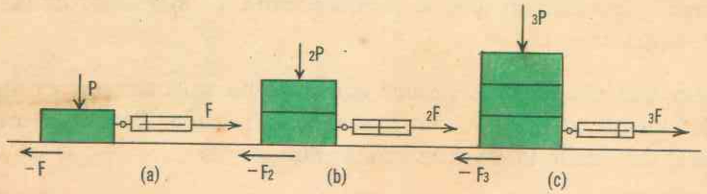


Fig. 3

4. FRICCION POR RODADURA

Cuando un cuerpo rueda sobre otro se tiene *fricción por rodadura*. Este es el caso de una esfera o de un cilindro que ruedan sobre una superficie plana; la experiencia enseña que si no se ejerce ninguna fuerza sobre ellos se detendrán después de recorrer una distancia más o menos larga y esto se debe a la fricción por rodadura. El origen de la fricción por rodadura está en la pequeña deformación que sufren la esfera o el cilindro y el plano en la zona de contacto.

La fricción por rodadura es siempre mucho más pequeña que la fricción por deslizamiento. Por ello, cuando sea posible, debe substituirse en los mecanismos la fricción por deslizamiento por una de rodadura. Ya los egipcios, hace 3,000 años se habían percatado de ello y en la construcción de sus pirámides movían los bloques de piedra sobre rodillos o cilindros.

Para atenuar la fricción en los ejes de las máquinas que están animados de rotación, se emplean los cojinetes de bolas o de cilindros, substituyendo la fricción por deslizamiento de los ejes con las chumaceras por la fricción por rodadura de las bolas o los cilindros, (fig. 4).

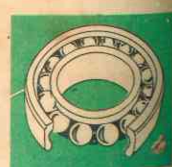


Fig. 4. Cojinetes de bolas.

5. VISCOSIDAD

Si uno de los cuerpos o ambos son líquidos o gases la fricción recibe el nombre de *viscosidad*. Este caso se presenta cuando, por ejemplo, un bote se mueve sobre el agua o un dirigible en el aire; también si un líquido se mueve en un tubo.

La viscosidad en los líquidos se debe fundamentalmente a las fuerzas de adhesión o de cohesión que tratan de oponerse al movimiento relativo del sólido y el líquido o de dos capas del líquido. En los gases, sin embargo, es más bien una consecuencia de la agitación molecular.

6. OBSERVACIONES

La fricción es casi siempre un elemento negativo en todo mecanismo ya que su existencia requiere la introducción de fuerzas adicionales para vencerla reduciendo así la eficiencia del mismo. Sin embargo, no siempre la fricción es perjudicial sino que algunas veces es hasta indispensable. Sin ella nos sería imposible caminar y un automóvil no podría avanzar o frenar. Es bien conocido que cuando el pavimento está húmedo los automóviles "patinan" o resbalan debido simplemente a la disminución de la fricción resultando peligroso por dificultarse el dirigirlos. Sin fricción también serían inútiles los clavos.

El sistema de transmisión automática usado en los automóviles y llamado "dynaflow" emplea la viscosidad de un líquido para transmitir la fuerza del motor a las ruedas.

Para atenuar la fricción por deslizamiento se emplean los *lubricantes* que son generalmente, aceites o grasas, algunas veces mezclados con grafito y que se interponen entre las superficies en contacto. La viscosidad del lubricante es un factor muy importante.

Ejemplo 1: Se tiene una caja de cedro que pesa 20 lbf. descansando sobre una mesa también de cedro. Determinar la fuerza que es preciso ejercer para ponerla en movimiento. Coef. de fricción = 0.4.

$$P = N = 20 \text{ lbs.}, \quad \mu = 0.4, \quad F = x$$
$$F = \mu N = 0.4 \times 20 \text{ lbf.} = 8 \text{ lbf.}$$

Ejemplo 2: En el ejemplo anterior calcular la aceleración del cuerpo si se le aplica una fuerza de 12 lbf.

La fuerza resultante aplicada sobre el cuerpo es ahora la diferencia entre la fuerza aplicada, que es de 12 lbf., y la de fricción que calculamos anteriormente que es igual a 8 lbf. Luego:

$$F = 12 \text{ lbf.} - 8 \text{ lbf.} = 4 \text{ lbf.} = 128.8 \text{ poundals.}$$

Luego la aceleración será:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{128.8 \text{ poundals}}{20 \text{ lb.}} = 6.44 \frac{\text{pie}}{\text{seg.}^2}$$

PREGUNTAS

1.—¿Cuál es la característica fundamental de la fuerza de fricción?

2.—Cite varios ejemplos en los cuales la fricción es útil y otros ejemplos en los que es perjudicial y debe evitarse.

de la naturaleza de las sustancias en contacto

3.—¿De qué factores depende la fricción por deslizamiento?

4.—¿Por qué la fricción dinámica es algo menor que la fricción estática?

PROBLEMAS

1. Sobre un plano horizontal se tiene un cuerpo que pesa 10 kgf. ¿Qué fuerza es necesario aplicarle para que se mueva (*a*) con MU, (*b*) con una aceleración de 3 m./seg.^{2}? Coef. de fricción: 0.6. *R.* 58.8 newt., 88.8 newt.

2. Un trineo pesa 150 kgf. y es arrastrado por una calle horizontal cubierta con una capa de hielo. Si la fuerza aplicada es de 9 kgf., ¿cuál es el coeficiente de fricción? *R.* 0.06.

3. Un bloque que pesa 5 kgf. es comprimido contra una pared vertical mediante una fuerza perpendicular a la misma. ¿Qué valor ha de tener esa fuerza para que el cuerpo no caiga si el coeficiente de fricción es 0.50? *R.* 10 kgf.

4. Un bloque de madera de 20 kg. se lanza con una velocidad inicial de 12 m./seg. sobre un piso horizontal. Si se detiene después de recorrer 10 m., calcular la fuerza de fricción y el coeficiente de fricción *R.* 144 newt., 0.73.

5. Un cuerpo cuya masa es de 10 kg. se desliza sobre una superficie horizontal. Su velocidad inicial es de 20 m./seg. y el coeficiente de fricción es 0.2. Calcular su velocidad después de recorrer 30 m. *R.* 16.8 m./seg.

capítulo 11 Trabajo y energía

1. TRABAJO

Además del concepto de fuerza, los otros conceptos fundamentales de la dinámica son trabajo, potencia y energía.

El TRABAJO *de una fuerza es el producto de la intensidad de la fuerza por la distancia recorrida en su dirección.* O sea:

$$\text{trabajo} = \text{fuerza} \times \text{distancia}$$

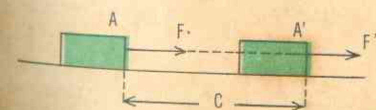


Fig. 1.

Por ejemplo, si tenemos una fuerza F horizontal actuando sobre un cuerpo A que puede moverse en un plano horizontal (fig. 1), el trabajo realizado por la fuerza al desplazar el cuerpo la distancia $e = AA'$ es:

$$T = Fe \tag{1}$$

(Compárese con el concepto industrial de trabajo que se mide por la labor útil realizada por un obrero).

En el ejemplo anterior, las direcciones de la fuerza y del desplazamiento coinciden. Cuando la dirección de la fuerza forma un ángulo θ con la dirección del desplazamiento (fig. 2), hay que multiplicar la fuerza F por la componente del desplazamiento $A\,A'$ en la dirección de F, en este caso AB; luego:

$$T = F \times AB \tag{2}$$

Alternativamente, para calcular el trabajo cuando la fuerza y el desplazamiento no tienen la misma dirección, se puede multiplicar el desplazamiento por la componente f de la fuerza en la dirección del desplazamiento, o sea:

$$T = f \times AA'$$

La equivalencia de los dos casos se comprueba porque los triángulos AfF y ABA' son semejantes y por tanto:

$$\frac{AF}{Af} = \frac{AA'}{AB} \quad \text{o} \quad F \times AB = f \times AA'$$

pues $AF = F$ y $Af = f$.

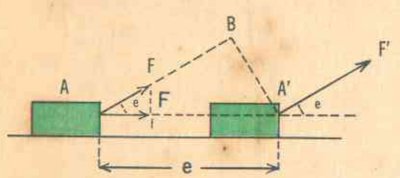


Fig. 2.

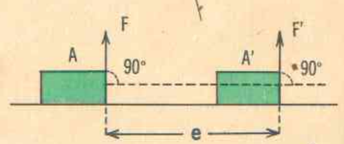


Fig. 3.

Cuando la fuerza es *perpendicular* al desplazamiento (fig. 3) el trabajo es *nulo* porque en este caso el desplazamiento no tiene componente en la dirección de la fuerza, o lo que es igual, la fuerza no tiene componente a lo largo del desplazamiento. Por ejemplo, cuando una bola rueda sobre una mesa horizontal, el trabajo de su peso es cero.

La expresión $T = Fe$ da el trabajo cuando la fuerza es constante **y actúa en la misma dirección del desplazamiento.** Si la fuerza es variable, entonces es necesario usar para F su valor medio durante el recorrido.

Se puede probar que cuando se tiene un sistema de fuerzas concurrentes el trabajo de la resultante es igual a la suma de los trabajos de las fuerzas componentes.

2. TRABAJO MOTOR Y RESISTENTE

Si el cuerpo se mueve en el *mismo sentido* en que actúa la fuerza, el *trabajo es motor*, pero si el cuerpo se mueve en *sentido contrario* a la fuerza el *trabajo es resistente*. El trabajo motor se considera *positivo* y el trabajo resistente *negativo*.

Consideremos, por ejemplo, un cuerpo A (fig. 4*a*), en movimiento sobre un plano bajo la acción de la fuerza F. El trabajo de F es motor (positivo) pero el trabajo de la fuerza F_1, que representa la fricción entre el cuerpo y el plano, es resistente (negativo). Análogamente la fuerza F (fig. 4*b*), empleada, para subir un cuerpo, realiza trabajo motor, pero el peso P del cuerpo hace trabajo resistente. Lo contrario ocurriría si el cuerpo descendiera.

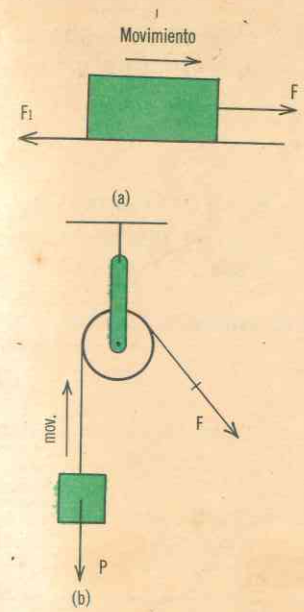


Fig. 4. Trabajo motor y resistente.

3. UNIDADES DE TRABAJO

De (1) puede verse que la *unidad de trabajo* es el trabajo efectuado por la unidad de fuerza al mover su punto de aplicación la unidad de distancia en su propia dirección.

La unidad C.G.S. de trabajo es el ERG. y es el trabajo efectuado por una dina al mover su punto de aplicación un centímetro en su propia dirección. O sea:

$$\text{erg} = \text{dina} \times \text{cm.}$$

o, recordando el significado de dina dado en el No. 4 del Cap. VII:

$$\text{erg} = \frac{\text{gm.} \times \text{cm.}^2}{\text{seg.}^2}$$

La unidad M.K.S. de trabajo es el JOULE y es el trabajo efectuado por un newton al mover su punto de aplicación un metro en su propia dirección. O sea:

$$\text{joule} = \text{newton} \times \text{metro}$$

Puede probarse que:

$$1 \text{ JOULE} = 10^7 \text{ ERG.}$$

En efecto, como 1 newton = 100,000 dinas y 1 m. = 100 cm. resulta que 1 joule = 100,000 dinas $\times$ 100 cm. = 10,000,000 erg. = 10^7 ergs.

El nombre de joule se adoptó en honor del físico inglés James P. Joule (1818-1869), cervecero de profesión, pero a quien su acomodada posición económica, permitió hacer notables investigaciones en la Física.

La unidad inglesa de trabajo es el POUNDAL-PIE (foot-poundal) y es el trabajo de una fuerza de un poundal al mover su punto de aplicación un pie en su propia dirección. O sea:

$$\text{poundal-pie} = \text{poundal} \times \text{pie} = 0.0421 \text{ joules.}$$

También es unidad de trabajo la LIBRA-PIE (foot-pound) que es el trabajo de una libra-fuerza al mover su punto de aplicación un pie en su propia dirección. O sea:

$$\text{libra-pie} = \text{lbf.} \times \text{pie} = 1.356 \text{ joules.}$$

Otra unidad de trabajo muy empleada es el KILOGRAMETRO (kgm.) que es el trabajo efectuado por un kilogramo-fuerza al mover su punto de aplicación un metro en su propia dirección. O sea:

$$\text{kgm.} = \text{kgf.} \times \text{metro} = 9.8 \text{ joules.}$$

porque 1 kgf. = 9.8 newtons.

Ejemplo 1: Calcular el trabajo efectuado por una fuerza de 20 dinas al mover su punto de aplicación 3 m. en su propia dirección.

$$F = 20 \text{ dinas}, \qquad e = 3 \text{ m.} = 300 \text{ cm.}$$
$$T = Fe = 20 \text{ dinas} \times 300 \text{ cm.} = 6{,}000 \text{ ergs.}$$

Ejemplo 2: Calcular la distancia recorrida por el punto de aplicación de una fuerza de 4.5 newtons si el trabajo efectuado es de 13.5 joules.

$$T = 13.5 \text{ joules}, \qquad F = 4.5 \text{ newtons}$$

$$e = \frac{T}{F} = \frac{13.5 \text{ joules}}{4.5 \text{ newtons}} = 3 \text{ m.}$$

4. TRABAJO DE LA GRAVEDAD

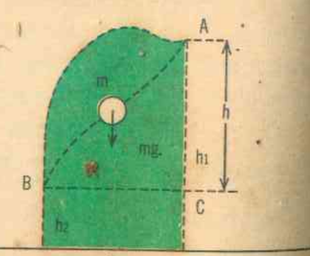


Fig. 5.

Un caso importante de trabajo es el de la fuerza de la gravedad. Supongamos que un cuerpo de masa m (fig. 5) se mueve bajo la acción de la gravedad y posiblemente otras fuerzas desde A hasta B. La fuerza de la gravedad es $P = mg$ y el desplazamiento en la dirección de la fuerza es $AC = h = h_1 - h_2$. Luego el trabajo de la gravedad es:

$$T = P \times AC = mgh = mg\,(h_1 - h_2) \tag{3}$$

Obsérvese que el trabajo depende exclusivamente del desnivel o distancia vertical entre el punto de partida y el de llegada, siendo independiente de la trayectoria seguida. Si el cuerpo describe una trayectoria cerrada regresando al punto de partida el trabajo es nulo por serlo h. Las fuerzas que tienen esta propiedad se llaman *fuerzas conservativas.*

5. POTENCIA

Es el trabajo efectuado por una fuerza en la unidad de tiempo, o sea:

$$\text{potencia} = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}} \quad \text{o} \quad P = \frac{T}{t} \tag{4}$$

donde T es el trabajo realizado en el tiempo t.

Recordando que $T = Fe$ resulta, substituyendo en (4)

$$P = \frac{Fe}{t}$$

y como e/t es la velocidad media (No. 3 del Cap. IV), del cuerpo sobre el cual actúa la fuerza resulta finalmente:

$$P = F\bar{v} \quad \text{o} \quad \text{potencia} = \text{fuerza} \times \text{velocidad media} \tag{5}$$

Si se tiene un mecanismo cuya potencia es determinada, la fórmula (5) indica que la fuerza ejercida será tanto mayor cuanto menor sea la velocidad. Por eso en los automóviles la máxima fuerza posible se ejerce en la "primera", cuando la velocidad es pequeña.

La potencia de un mecanismo es un concepto muy importante pues en un motor, por ejemplo, lo que interesa no es la cantidad total de trabajo que puede hacer hasta que se descomponga sino la rapidez con que puede entregar el trabajo, o sea el trabajo que puede hacer en cada unidad de tiempo, que es precisamente la potencia.

6. UNIDADES DE POTENCIA

De (4) se concluye que la *unidad de potencia* es la potencia de un mecanismo que hace la unidad de trabajo en la unidad de tiempo.

La unidad C.G.S. de potencia es el ERG POR SEGUNDO y es la potencia de una máquina que realiza un trabajo de un erg. en un segundo. Apenas se usa porque es muy pequeña.

La unidad M. K. S. de potencia es el WATT y es la potencia de una máquina que realiza un trabajo de un joule en un segundo. O sea:

$$\text{watt} = \frac{\text{joule}}{\text{segundo}}$$

También se usan el kilowatt y el kilográmetro por segundo

$$1 \text{ kilowatt (Kw.)} = 1{,}000 \text{ watts}, \qquad 1 \frac{\text{kgm.}}{\text{seg.}} = 9.8 \text{ watts},$$

porque 1 kgm. = 9.8 joules.

Otra unidad de potencia muy importante es el HORSE-POWER (H. P.) que es la potencia de una máquina que realiza un trabajo de 550 lb.-pie en un segundo. O sea:

$$1 \text{ H. P.} = 550 \frac{\text{lb.-pie}}{\text{seg.}} = 745.7 \text{ watts} = 76 \frac{\text{kgm.}}{\text{seg.}} \text{ (aprox.)}.$$

Estas equivalencias se obtienen recordando que 1 lbf.-pie = 1.356 joules y que 1 kgm. = 9.8 joules.

Suele usarse también el *caballo de vapor* (C. V.) definido por:

$$1 \text{ C.V.} = 75 \frac{\text{kgm.}}{\text{seg.}} = 735 \text{ watts (aprox.)}$$

Despejando T en (4)

$$T = Pt$$

Esta relación permite definir una nueva unidad de trabajo, el kilowatt-hora.

Un KILOWATT-HORA (Kw-h) es el trabajo realizado en una hora por una máquina cuya potencia es un kilowatt.

$$1 \text{ kilowatt-hora} = 1{,}000 \text{ watts} \times 1 \text{ hora} = 3{,}600{,}000 \text{ joules} =$$
$$= 3.6 \times 10^6 \text{ joules, porque } 1 \text{ watt} = 1 \text{ joule/seg. y } 1 \text{ hora} = 3{,}600 \text{ seg.}$$

El nombre de watt es en honor del ingeniero mecánico inglés James Watt (1736-1819), quien perfeccionó la máquina de vapor. El fue además, quien introdujo la unidad horse-power observando que esa era la potencia promedio de los caballos empleados en las minas de carbón de Gales.

Ejemplo 1: Un motor efectúa un trabajo de 1,800,000 joules en un cuarto de hora. Calcular su potencia.

$$T = 1{,}800{,}000 \text{ joules}, \qquad t = 15 \text{ min.} = 900 \text{ seg.}$$

$$P = \frac{T}{t} = \frac{1{,}800{,}000 \text{ joules}}{900 \text{ seg.}} = 2{,}000 \text{ watts} = 2.68 \text{ H. P.}$$

Ejemplo 2: Calcular la potencia del motor de un automóvil que desarrolla una fuerza de 500 kgf. cuando su velocidad es 72 km./hora.

$$F = 500 \text{ kgf.}, \quad v = 72 \frac{\text{km.}}{\text{hora}} = 72 \times \frac{1{,}000 \text{ m.}}{3{,}600 \text{ seg.}} = 20 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

$$P = Fv = 500 \text{ kgf.} \times 20 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}} = 10{,}000 \frac{\text{Kgm.}}{\text{seg.}} = 131.5 \text{ H. P.}$$

La última reducción se efectúa dividiendo por 76.

7. ENERGIA

Es la capacidad o aptitud que tiene un cuerpo para realizar un trabajo. Por consiguiente *la energía de un cuerpo se mide por el trabajo que es capaz de realizar en condiciones determinadas.*

Si un cuerpo realiza un trabajo, su energía disminuye porque utiliza una cantidad de energía igual al trabajo realizado. Pero si sobre el cuerpo se realiza un trabajo, su energía aumenta en una cantidad igual al trabajo recibido. Por tanto:

Cambio de energía = trabajo realizado

El concepto de energía es probablemente el concepto más importante de la Física, aun más importante que el de fuerza, pues resulta en general, más cómodo y simple describir los procesos que ocurren en la naturaleza mediante los cambios de energía que se producen.

Conviene distinguir dos clases de energía: energía cinética y energía potencial.

8. ENERGIA CINETICA

Es la aptitud que tiene un cuerpo para realizar un trabajo en virtud de su velocidad.. Luego un cuerpo posee energía cinética cuando se encuentra en movimiento, como un automóvil en una carretera o una molécula en un gas.

La energía cinética está dada por la expresión:

$$E_c = \tfrac{1}{2} mv^2 \qquad (6)$$

donde m es la masa y v la velocidad del cuerpo.

Se obtiene calculando el trabajo que debe hacerse sobre un cuerpo que parte del reposo para que adquiera la velocidad v. En efecto, sea F la fuerza aplicada, e el espacio recorrido por el cuerpo y a su aceleración; el trabajo realizado por la fuerza es:

$$T = Fe = mae = \tfrac{1}{2}mv^2$$

porque $F = ma$ y $v^2 = 2ae$, de donde, $v^2 = \tfrac{1}{2}ae$.

La energía se mide en las mismas unidades que el trabajo porque es una magnitud de la misma especie. Luego se expresa en ergs. si la masa está en gm. y la velocidad en cm./seg., en joules si la masa está en kg. y la velocidad en m./seg., y en poundals-pie si la masa está en lb. y la velocidad en pie/seg.

Los átomos y moléculas de los cuerpos están en continuo estado de agitación y por tanto, poseen energía cinética. Esta energía cinética está relacionada con dos conceptos muy importantes: temperatura y calor.

9. ENERGIA POTENCIAL

La *energía potencial* es la aptitud que tiene un cuerpo para realizar un trabajo en virtud de su posición o configuración a causa de las fuerzas que actúan sobre el mismo.

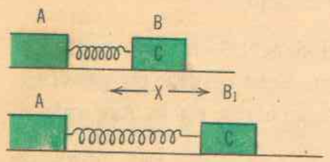


Fig. 6.

Por ejemplo, un muelle comprimido AB (fig. 6) posee energía potencial porque si se deja actuar libremente sobre un cuerpo C realiza un trabajo al estirarse hasta su longitud normal. AB_1.

La fuerza para estirar un muelle es proporcional a la longitud que ha sido estirado, o sea:

$$F = kx \quad (7)$$

La fuerza *media* para estirarlo, la longitud x es por tanto, $F = \tfrac{1}{2}kx$. Y el trabajo requerido para estirarlo será por tanto $T = \bar{F}x = (\tfrac{1}{2}kx)x = \tfrac{1}{2}kx^2$. Este trabajo deberá ser igual a la energía potencial. Por tanto, la energía potencial de un muelle estirado la distancia x será:

$$E_p = \tfrac{1}{2}kx^2 \quad (8)$$

Análogamente un cuerpo a la altura $h = AB$ (fig. 7) tiene energía potencial porque puede realizar un trabajo al caer. El valor de su energía potencial es:

$$E_p = mgh \quad (9)$$

En efecto, su peso $P = mg$ realiza al caer el cuerpo el trabajo $T = Ph = mgh$.

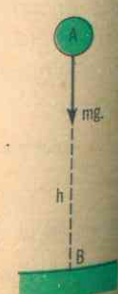


Fig. 7.

Existen diversas formas de energía potencial según la naturaleza de las fuerzas que actúan sobre los cuerpos. Así, (9) puede considerarse como energía potencial de la gravedad. La *energía eléctrica* es simplemente energía potencial debida a las fuerzas eléctricas entre cuerpos cargados eléctricamente. La *energía química* es la energía potencial de las moléculas de un cuerpo debida a las fuerzas entre sus átomos. La *energía nuclear* es la energía potencial debida a las fuerzas nucleares que actúan en los núcleos atómicos.

10. ENERGIA POTENCIAL Y EQUILIBRIO

En el No. 4 del Cap. IX examinamos diversos casos de equilibrio estable, inestable e indiferente. Si examinamos las figs. 8 y 9 de la pág.124, observamos que el equilibrio estable se produce cuando el centro de gravedad se encuentra lo más bajo posible. Recordando que la energía potencial debida a la gravedad depende de la altura concluímos que: *para que un cuerpo esté en equilibrio estable, su energía potencial tiene que ser un mínimo.*

Del mismo modo, el equilibrio inestable se produce cuando el centro de gravedad está lo más alto posible y por tanto, su energía potencial es un máximo. Finalmente, en los ejemplos de equilibrio indiferente el centro de gravedad permanece a la misma altura y por tanto, la energía potencial no varía.

Estos resultados son completamente generales y se aplican no solo a la energía potencial gravitatoria, sino a cualquier clase de energía potencial.

11. ENERGIA TOTAL

Un cuerpo puede poseer a la vez diversas formas de energía. Por ejemplo, un avión que se mueve a cierta altura, posee a la vez energía cinética y energía potencial. La *energía total* de un cuerpo es la suma de todas las formas de energía que posee.

En el caso de un cuerpo de masa m que se mueve con velocidad v a la altura h, como el avión del ejemplo anterior, su energía total es:

$$E = E_c + E_p = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgh \quad (10)$$

Ejemplo 1: Un cuerpo tiene una masa de 2 kg. y una velocidad de 3 m./seg. Calcular su E.C.

$$m = 2 \text{ kg.} \quad v = 3 \text{ m./seg.}$$

$$E_c = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2} \times 2 \text{ kg.} \times 9 \frac{m^2}{\text{seg.}^2} = 9 \text{ joules}$$

Ejemplo 2: Un cuerpo posee una energía de 50 joules. Si sobre él se hace un trabajo de 18 joules, ¿cuál será su energía? ¿cuál será si es él el que efectúa el trabajo sobre otro cuerpo?

En el primer caso su energía aumenta en una cantidad igual al trabajo recibido. Luego:

$$E = 50 \text{ joules} + 18 \text{ joules} = 68 \text{ joules}$$

En el segundo caso disminuirá en una cantidad igual al trabajo efectuado. Luego:

$$E = 50 \text{ joules} - 18 \text{ joules} = 32 \text{ joules}$$

Ejemplo 3: Calcular la energía potencial de un farol que pesa 4 kgf. y está colgado a 5 m. del suelo.

Como el peso del farol es 4 kgf. su masa será 4 kg. Luego:

$$m = 4 \text{ kg.} \quad h = 5 \text{ m.} \quad g = 9.8 \text{ m./seg.}^2$$

$$E_p = mgh = 4 \text{ kg.} \times 9.8 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2} \times 5 \text{ m.} = 196 \text{ joules}$$

12. ENERGIA INTERNA DE UN CUERPO

En el Cap. VII estudiamos que sobre un sistema de partículas, tal como las moléculas de un cuerpo, actúan fuerzas internas y externas. Por tanto, en general, un agregado de partículas posee dos clases de energía potencial. La *energía potencial interna* E_p (int.), está asociada con las fuerzas internas, mientras que la *energía potencial externa* E_p (ext.), corresponde a las fuerzas exteriores.

Por ejemplo, si consideramos el sistema Tierra-Luna, la energía potencial debida a las fuerzas entre estos dos cuerpos es interna mientras que la energía potencial debida a la atracción del Sol es externa.

Análogamente, en el caso de una molécula compuesta de varios átomos, la energía potencial debida a las fuerzas interatómicas es interna mientras que la energía potencial debida a las fuerzas ejercidas por otras moléculas próximas es externa.

La *energía interna* (E_i) *de un cuerpo, es la suma de la energía cinética de sus componentes y de la energía potencial interna*, o sea: energía interna = energía cinética + energía potencial interna.

$$E_i = E_c + E_p \text{ (int.)} \tag{11}$$

Este concepto es de gran importancia, especialmente en Termodinámica, como veremos más adelante.

13. TRANSFORMACION Y CONSERVACION DE LA ENERGIA

En el universo, como consecuencia de los innumerables fenómenos que en él ocurren contínuamente, se está produciendo sin cesar una *transformación* o intercambio de energía entre los cuerpos. Veamos algunos ejemplos: En los molinos de viento la energía cinética de las moléculas de aire se transforma en energía potencial del agua que el molino eleva.

En un cuerpo que cae hay transformación de energía potencial en energía cinética, porque pierde altura y gana velocidad.

En una represa (fig. 8), la energía potencial del agua, que se encuentra en un embalse a gran altura, se transforma en energía cinética al caer en el fondo de la represa. Allí gran parte de su energía cinética se transforma en energía cinética de las turbinas que hace mover. Esta energía cinética se transforma a su vez en energía eléctrica en los generadores conectados a las turbinas. La energía eléctrica se distribuye, mediante alambres conductores, a las ciudades vecinas. Durante este proceso de distribución, parte de la energía eléctrica se transforma en energía calorífica que se manifiesta en el calentamiento de los alambres. Ya en la ciudad el resto de la energía eléctrica continúa transformándose en más energía calorífica, en planchas, cocinas eléctricas, etc., en energía radiante en las lámparas eléctricas, en energía cinética en los motores, y así podríamos seguir indefinidamente la historia y evolución de cada una de estas formas de energía a través del espacio y del tiempo.

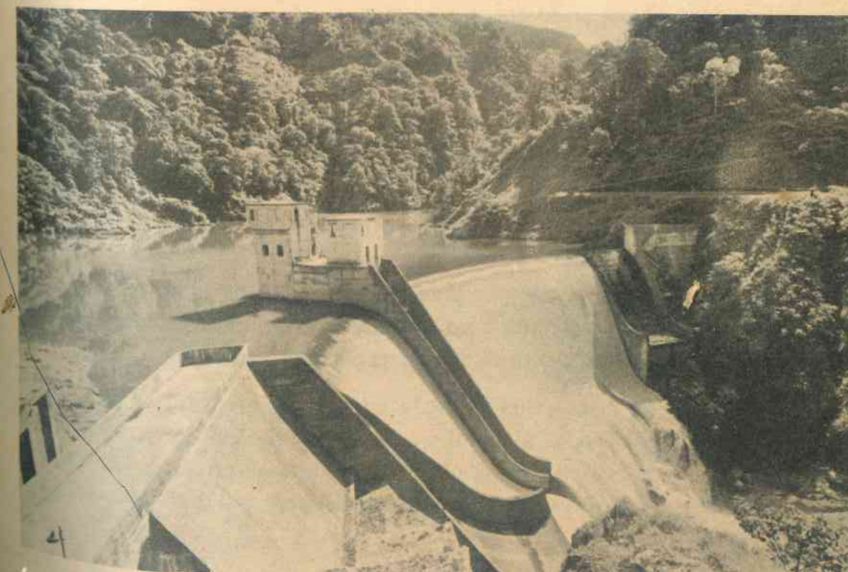


Fig. 8. Represa. Transforma la energía potencial del agua en energía eléctrica.

Si en cualquier transformación de energía se miden las cantidades de energía de cada forma que intervienen en el proceso, se comprueba que *siempre que desaparece cierta cantidad de energía de una forma determinada aparece una cantidad equivalente de otra o varias formas de energía.*

Este resultado nos conduce a un enunciado muy importante:

Principio de Conservación de la Energía: La cantidad total de energía del Universo es constante; ni se crea ni se destruye; únicamente se transforma.

Este principio fue enunciado en 1842 por el físico alemán *Robert Mayer* (1814-1878).

14. ANALISIS DEL PRINCIPIO DE CONSERVACION DE LA ENERGIA

Si designamos por E_c la energía cinética que hay en el universo y por E_p su energía potencial interna, el principio de conservación de la energía se expresa escribiendo:

$$E_{univ} = E_c + E_p = \text{const.}$$

Un ejemplo de la conservación de la energía es el análisis de los cambios de energía que experimenta un cuerpo que cae. Inicialmente su velocidad es cero y carece de energía cinética. Toda su energía es potencial e igual a:

$$E_p = mgh$$

A medida que cae, su altura disminuye y su velocidad aumenta, de modo que pierde energía potencial y gana cinética. Al llegar a la superficie terrestre su velocidad es $v^2 = 2gh$, por (9) del Cap. IV. Luego su energía cinética será:

$$E_c = \tfrac{1}{2} mv^2 = \tfrac{1}{2} m(2gh) = mgh = E_p$$

lo que nos prueba que la energía cinética que ganó es igual a la energía potencial que perdió y por tanto, no ha cambiado la energía total del universo, y en este caso tampoco la del cuerpo considerado.

El principio de conservación de la energía es otro de los principios fundamentales de la Física, al igual que el principio de conservación del momentum. Hasta el presente no se conoce ningún caso en que no se cumpla y por tanto su aplicación es una regla usada siempre por los físicos al examinar un fenómeno.

En realidad, el principio de conservación de la energía en la forma que lo hemos enunciado, es un caso particular de otro principio más ge-

12. Un caballo enganchado de un carro tira del mismo con una fuerza de 50 kgf., recorriendo una pista circular de 6 m. de radio. Si da 5 vueltas cada 6 minutos y trabaja 8 horas diarias calcular (*a*) su potencia; (*b*) su trabajo diario. *R.* 26.167 Kgm./seg., 753,610 Kgm.

13. Sobre un cuerpo que describe con movimiento uniforme una circunferencia de 40 cm. de radio a razón de 120 r.p.m. actúa una fuerza de 500 dinas. Calcular la potencia y el trabajo efectuado en 20 seg. *R.* 0.0251 watt, 0.502 joule.

14. Un motor tiene una potencia de 25 Kw. ¿Con qué velocidad subirá un elevador que pesa 1,000 kgf.? *R.* 2.56 m./seg.

15. Un aeroplano, cuya masa es de 3,200 kg. necesita una potencia de 600 H. P. cuando vuela horizontalmente a una velocidad de 300 km./hora. ¿Cuál será la potencia total requerida si además asciende con una velocidad de 30 km./hora? *R.* 950.87 H. P.

16. ¿Cuál es la potencia de un motor que eleva 50 litros de agua por minuto a una altura de 6 m.? *R.* 49 watts.

17. Un elevador ha subido 10 pasajeros, cada uno de los cuales pesa 80 kgf., una altura de 300 m. en 3 minutos. Si el peso del elevador es 1,000 kgf. ¿cuál es la potencia del motor que lo mueve? *R.* 39.46 H. P.

18. Si el kilowatt-hora de energía eléctrica cuesta $0.10, ¿cuánto costará hacer funcionar durante tres horas un motor cuya potencia es 12 H. P.? *R.* $2.68.

19. ¿Cuál es la energía cinética de un automóvil cuya masa es 1,600 kg. si posee una velocidad de 72 km./hora? *R.* 32×10^4 joules.

20. Un cuerpo cae en 5 seg. partiendo del reposo. ¿Cuál será su energía cinética al llegar al suelo, si tiene una masa de 10 g.? *R.* 12 joules.

21. ¿Qué trabajo debe hacerse para elevar un cuerpo que pesa 10 kgf. desde un punto a 2 m. del suelo a un punto a 8 m.? ¿Cuál ha sido el aumento de energía potencial? *R.* 60 kgm.

22. Desde un avión cuya velocidad es de 270 km./hora se deja caer una bomba de 10 kg. Si el avión se encuentra a una altura de 1,000 m. calcular (*a*) su energía cinética inicial (*b*) su energía potencial inicial; (*c*) su energía total; (*d*) la velocidad con que llegará al suelo. *R.* 28,125 joules, 98,000 joules, 126,125 joules, 158.8 m./seg.

23. En el problema anterior calcular la velocidad de la bomba cuando se encuentra a 500 m. de altura. *R.* 124.2 m./seg.

Esta ecuación combinada con (14), nos permite determinar las velocidades después del choque si conocemos las velocidades antes.

Las ecuaciones que hemos expuesto son de gran aplicación en física nuclear.

Ejemplo: Dos cuerpos cuyas masas son 6 g. y 8 g. se mueven en la misma dirección con velocidades de 20 cm, /seg. y 4 cm. /seg. Calcular sus velocidades después del choque si éste es elástico.

$$m_1 = 6\text{g}, \quad m_2 = 8\text{g}, \quad u_1 = 20\ \text{cm./seg.}, \quad u_2 = 4\ \text{cm./seg.}$$

a) conservación del momentum,

$$6\ v_1 + 8\ v_2 = 6 \times 20 + 8 \times 4 = 152,$$

o $\quad 3\ v_1 + 4\ v_2 = 76;$

b) conservación de la energía ($Q = 0$),

$$\tfrac{1}{2} \times 6 \times v_1^2 + \tfrac{1}{2} \times 8 \times v_2^2 = \tfrac{1}{2} \times 6 \times 20^2 + \tfrac{1}{2} \times 8 \times$$
$$\times\ 4^2 = 1{,}264 \quad \text{o} \quad 3\ v_1^2 + 4\ v_2^2 = 1{,}264.$$

Resolviendo este sistema de dos ecuaciones resulta:

$$v_1 = 1.7\ \text{cm./seg.} \qquad v_2 = 17.7\ \text{cm./seg.}$$

PREGUNTAS

1. ¿Qué alteración sufre el valor del trabajo si la distancia se duplica y la intensidad de la fuerza (*a*) se reduce a la mitad, (*b*) se duplica?
2. Dé un ejemplo de fuerza que actúa sobre un cuerpo en movimiento sin hacer trabajo.
3. Un hombre sube una escalera y la baja después. ¿Qué trabajo ha hecho la gravedad? ¿Qué trabajo han hecho los músculos del hombre?
4. ¿Cómo debe medirse en general la energía que posee un cuerpo?
5. ¿Cómo debe medirse la energía cinética?
6. ¿Qué quiere decir que un motor tiene una potencia de 4 Kw.?
7. Explique el significado del principio de conservación de la energía. Cite algunos ejemplos. Analícelos
8. ¿Qué magnitud puede medirse en kilowatts y cuál en kilowatts-hora?
9. El perfil de una carretera tiene la forma ilustrada en la figura. Indicar los lugares donde un cuerpo puede encontrarse en equilibrio estable, inestable, indiferente.

PROBLEMAS

1. ¿Qué trabajo hace una fuerza de 87 dinas cuando mueve su punto de aplicación 14 cm. en su propia dirección? *R.* 1,218 ergs.
2. ¿Qué trabajo hace una fuerza de 12 newtons cuando mueve su punto de aplicación 7 m. en su propia dirección? *R.* 84 joules.
3. ¿Qué fuerza realiza un trabajo de 150 libras-pies al mover su punto de aplicación 30 pies en su propia dirección? *R.* 5 lbf.
4. Entre varios hombres suben un piano que pesa 50 kgf. hasta un tercer piso de una casa que está a una altura de 8 m. respecto a la calle. ¿Qué trabajo harán? *R.* 400 kgm. = 3,920 joules.
5. ¿Qué distancia se debe mover el punto de aplicación de una fuerza de 10 kgf. para que el trabajo realizado sea de 400 joules? *R.* 4.08 m.
6. ¿Qué trabajo es necesario efectuar para sacar de un pozo un cubo que contiene 10 dm.³ de agua, si la superficie del líquido se encuentra a una profundidad de 3 m.? *R.* 294.3 joules.
7. ¿Qué trabajo por km. debe hacer el motor de un camión que tiene una masa de 12 toneladas si ejerce una fuerza de propulsión igual a 500 kgf.? *R.* 49 $\times$ 10⁵ joules.
8. ¿Qué trabajo ha realizado un hombre que arrastra un saco de harina que pesa 65 kgf. a lo largo del piso una distancia de 10 m., ejerciendo una fuerza de tracción de 25 kgf. y después lo sube a un camión cuya plataforma está a 75 cm. del suelo? *R.* 298.75 kgm.
9. ¿Qué potencia han desarrollado los hombres del problema 4 si han subidó el piano en 3 minutos? *R.* 21.77 watts.
10. ¿Cuál es la potencia del motor del camión del problema 7 si su velocidad es de 54 km. /hora? *R.* 98.5 H. P.
11. ¿Qué potencia desarrolló el hombre del problema 8 si efectuó su trabajo en 6 minutos? *R.* 8.13 watts.

15. MASA Y ENERGIA

Aunque a primera vista los conceptos de masa y energía parecen ser completamente independientes, están estrechamente ligados. La masa m de un cuerpo está ligada con su energía interna por la relación.

$$E = mc^2 \qquad \text{o} \qquad m = \frac{E}{c^2} \tag{13}$$

donde c es la velocidad de la luz, cuyo valor es:

$$c = 3 \times 10^{10} \text{ cm./seg.}$$

La fórmula anterior, obtenida por Einstein, expresa que *siempre que un cuerpo gana o pierde energía su masa aumenta o disminuye.*

Por ejemplo, al acelerar un cuerpo y aumentar su velocidad y por tanto, su energía cinética, también se aumenta su masa. En las reacciones químicas en las que hay absorción o emisión de energía, la masa de los cuerpos que resultan no es exactamente igual a la masa de los cuerpos que había inicialmente. Debido al gran valor numérico del factor c^2, los cambios de masa son prácticamente imperceptibles para la mayoría de los procesos que ocurren en la Tierra. Por ello por mucho tiempo se pensó que el principio de conservación de la masa era independiente del principio de conservación de la energía, pero actualmente sabemos que el único principio general es el de conservación de la energía.

La relación (13) se hace más patente en los procesos que ocurren en los núcleos de los átomos. En estos casos, los cambios de energía son tan grandes, que las variaciones de masa son apreciables. Por ejemplo, la energía solar proviene de un proceso en el cual cuatro átomos de hidrógeno se juntan para formar uno de helio, con pérdida apreciable en la masa, que se convierte en energía radiante.

Ejemplo: Calcular la variación de masa de un cuerpo cuya energía varía en a) 10 ergs; b) 10^7 ergs; c) 10^{14} ergs; d) 10^{21} ergs. aplicando $m = E/c^2$.

a) $$m = \frac{10}{9 \times 10^{20}} = 1.11 \times 10^{-20}\text{g.}$$

b) $$m = \frac{10^7}{9 \times 10^{20}} = 1.11 \times 10^{-14}\text{g}$$

c) $$m = \frac{10^{14}}{9 \times 10^{20}} = 1.11 \times 10^{-7}\text{g.}$$

d) $$m = \frac{10^{21}}{9 \times 10^{20}} = 1.11\text{g.}$$

Se comprueba así que se requieren energías extraordinariamente grandes para producir un cambio apreciable en la masa. Estas energías sólo se producen en el laboratorio en las grandes máquinas aceleradoras de partículas como el bevatrón. También se producen en la fisión del uranio. Por ejemplo, cuando se fisionan 1,000 g. de uranio, se desprenden 8.25×10^{20} ergs, que corresponden a una pérdida de masa de 0.92 g. Por el contrario, en la combustión de 1,000 g. de gasolina se desprenden 5.66×10^{14} ergs, que corresponden a una pérdida de masa de 6.23×10^{-7} g., que es imperceptible.

16. CHOQUE ELASTICO

Hemos explicado anteriormente que en el choque entre dos cuerpos siempre hay conservación del momentum. También hay conservación de la energía total, pero no necesariamente de la energía cinética. Designando por u_1 y u_2 las velocidades antes del choque y v_1 y v_2 las velocidades después, resulta que:

momentum total antes: $m_1u_1 + m_2u_2$

momentum total después: $m_1v_1 + m_2v_2$

con lo que la conservación del momentum nos da:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2 \tag{14}$$

Análogamente:

energía cinética antes $= \frac{1}{2} m_1u_1^2 + \frac{1}{2} m_2u_2^2$

energía cinética después: $= \frac{1}{2} m_1v_1^2 + \frac{1}{2} m_2v_2^2$

con lo que la conservación de la energía nos da:

$$\tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 = \tfrac{1}{2}m_1u_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2u_2^2 + Q \tag{15}$$

donde Q representa la variación de energía potencial interna del sistema. Si Q es negativa hay transformación de energía cinética en energía interna. Cuando $Q = 0$ hay conservación de energía cinética y se dice que el choque es elástico. Entonces

$$\tfrac{1}{2}m_1v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_2^2 = \tfrac{1}{2}m_1u_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2u_2^2 \tag{16}$$

neral que establece que *todo cambio de energía interna de un cuerpo es igual al trabajo realizado sobre el cuerpo por las fuerzas externas*, o sea: aumento de energía *interna* = trabajo realizado sobre el cuerpo por las fuerzas *externas*.

$$\triangle E_i = T_{ext} \qquad (12)$$

Evidentemente, en todo sistema *aislado*, como es el caso del universo, no hay fuerzas externas y por tanto, el segundo miembro de la ecuación anterior es nulo dando como resultado que el cambio de la energía interna es también cero.

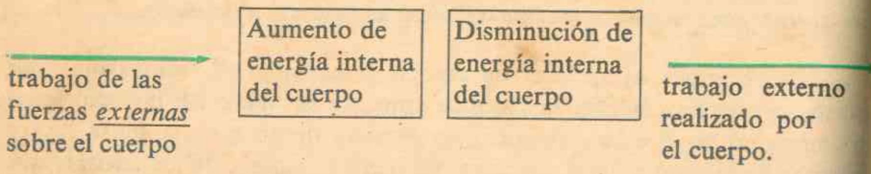


Fig. 9.

Ejemplo 1: Una bomba cuya masa es de 20 kg. se lanza desde un avión cuya velocidad es de 200 km./hora y se encuentra a 800 m. de altura. Calcular la energía mecánica total de la bomba y la velocidad con que llegará al suelo.

En este problema no se tiene en cuenta la energía química de la bomba debida a los explosivos que contiene.

$$m = 20 \text{ kg.}, \quad v = 200 \frac{\text{km.}}{\text{hora}} = 55.5 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}, \quad h = 800 \text{ m.}$$

$$\text{Energía total} = \tfrac{1}{2}mv^2 + mgh = \tfrac{1}{2} \times 20 \text{ kg.} \times \left(55.5 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}\right)^2 +$$

$$+ 20 \text{ kg.} \times 9.8 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}^2} \times 800 \text{ m.} = 187{,}666 \text{ joules.}$$

Esta energía se ha transformado toda en cinética al llegar al suelo, de modo que si V es su velocidad en ese momento debe tenerse en virtud del principio de conservación de la energía, suponiendo que la bomba no ha transmitido energía al aire que la rodea, lo que siempre ocurre, que:

$$\tfrac{1}{2} \times 20 \text{ kg.} \times V^2 = 187{,}666 \text{ joules} \therefore V = 137 \frac{\text{m.}}{\text{seg.}}$$

24. ¿Cuál será la altura de la bomba cuando su energía cinética haya aumentado en un 30% de su valor inicial? Hallar también su altura cuando su velocidad es de 100 m./seg. *R.* 913.9 m., 776.8 m.

25. ¿Cuál es la velocidad de un móvil cuya energía cinética es 1,800 ergs., si tiene una masa de 4 g? *R.* 30 cm./seg.

26. Establezca la relación entre el joule y la libra-pie.

27. Sobre un cuerpo cuya masa es 10 g. actúa una fuerza de 60 dinas durante 12 seg. Si la velocidad inicial del cuerpo era de 60 cm./seg. calcular (*a*) el trabajo efectuado por la fuerza; (*b*) la potencia desarrollada; (*c*) la energía cinética final; (*d*) el aumento de energía cinética. *R.* 69,120 ergs., 5,760 erg./seg., 87,120 ergs.

28. Un cuerpo cuyo peso es de 20 kg. es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 50 m./seg. Calcular (*a*) sus E.C., E.P. y E.T. iniciales; (*b*) sus E.C. y E.P. a los 3 seg. de estar subiendo; (*c*) sus E.C. y E.P. cuando está a 100 m. de altura; (*d*) su altura cuando su E.C. se ha reducido a un 80% de su valor inicial. *R.* (*a*) 25,000 joules, 0, 25,000 joules, (*b*) 4,243.6 joules, 20,756.4 joules, (*c*) 5,400 joules, 19,600 joules, (*d*) 25.5 m.

29. Un trineo pesa 50 kgf. y es arrastrado por una calle horizontal cubierta con una capa de hielo. Calcular el trabajo necesario para arrastrarlo una distancia de 200 m. Coef. de fricción: 0.03. ¿Qué potencia se ha desarrollado si el trineo se movió con una velocidad de 60 cm./seg. *R.* 300 kgm., 8.82 watts.

30. Un cuerpo cuya masa es de 10 kg. se desliza sobre una superficie horizontal. Su velocidad inicial es de 20 m./seg. y el coeficiente de fricción es 0.2. Calcular su velocidad después de recorrer 30 m. *R.* 16.8 m./seg.

31. La masa de un átomo de hidrógeno es 1.67×10^{-27} kg., y la de uno de helio es 6.68×10^{-27} kg. Calcular la pérdida de masa y la energía total desprendida cuando todos los átomos en 1 g. de hidrógeno se unen para formar helio.

capítulo 12 Gravitación universal

1. Examen LEY DE LA GRAVITACION UNIVERSAL

Uno de los problemas que ha intrigado al hombre desde que comenzó a estudiar la naturaleza ha sido el del movimiento de los astros y en particular el de los planetas que integran el sistema solar. Por mucho tiempo esta cuestión fue de interés solo para los astrónomos, pero actualmente con el lanzamiento de satélites artificiales y la posibilidad de viajes interplanetarios, este asunto ha cobrado de nuevo interés para los físicos.

Las fuerzas entre el Sol y los planetas o entre la Tierra y los cuerpos próximos a su superficie son simplemente manifestaciones de una propiedad general de la materia, descubierta en 1666 por Newton con el objeto precisamente de explicar el movimiento planetario y llamada Ley de la Gravitación (o atracción) Universal, cuyo enunciado es el siguiente:

Examen *Ley de la Gravitación Universal: Dos partículas materiales cualesquiera se atraen con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.*

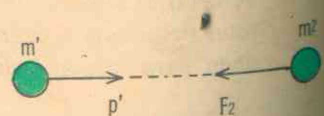


Fig. 1

O sea, si m_1 y m_2 son las masas de dos partículas separadas la distancia r (fig. 1) la magnitud de la fuerza F con que cada una de ellas atrae a la otra es:

$$F = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (1)$$

donde G es una constante de proporcionalidad la misma para todos los cuerpos, llamada constante de Cavendish en honor a este físico inglés a quien se debe la primera determinación precisa de la misma. Cuando F se mide en dinas, m_1 y m_2 en gm. y r en cm. el valor de G es:

$$G = 6.67 \times 10^{-8}\ \frac{\text{dina} \times \text{cm.}^2}{\text{gm.}^2} \quad \text{o} \quad \frac{\text{cm.}^3}{\text{gm. seg.}^2}$$

Debido al pequeño valor de G, la fuerza de gravitación sólo es sensible cuando se trata de masas muy grandes o de distancias muy pequeñas.

Ejemplo 1: Calcular la fuerza de atracción entre dos masas de 200 gm. y 300 gm., separadas 5 cm.

$$m_1 = 200 \text{ gm.}, \quad m_2 = 300 \text{ gm.}, \quad d = 5 \text{ cm.}$$

$$F = 6.67 \times 10^{-8} \times \frac{200 \text{ gm.} \times 300 \text{ gm.}}{25 \text{ cm.}^2} = 1.604 \times 10^{-3} \text{ dinas}$$

Como se ve, la fuerza de atracción es muy pequeña.

Ejemplo 2: Calcular la atracción que se ejerce entre la Tierra y la Luna si la masa de ésta es 7.5×10^{25} gm. y la de la Tierra es 59.7×10^{26} gm. siendo la distancia entre ambas de 38.22×10^9 cm.

$$m_1 = 7.5 \times 10^{25} \text{ gm.}, \quad m_2 = 59.7 \times 10^{26} \text{ gm.}, \quad d = 38.22 \times 10^9 \text{ cm.}$$

$$F = 6.67 \times 10^{-8} \times \frac{7.5 \times 10^{25} \text{ gm.} \times 59.7 \times 10^{26} \text{ gm.}}{1{,}460 \times 10^{18} \text{ cms.}^2} = 20.45 \times 10^{22} \text{ dinas}$$

$$= 20.45 \times 10^{17} \text{ newtons} = 2.09 \times 10^{17} \text{ kgf.}$$

2. Examen LEYES DEL MOVIMIENTO PLANETARIO

Los astrónomos griegos y egipcios estudiaron el movimiento de los planetas y el sol con relación a la tierra, utilizando a esta última como sistema de referencia. La consecuencia fue que obtuvieron resultados muy complejos que dificultaron describir leyes generales. (Fig. 2). A principios del siglo XVI, el astrónomo polaco Nicolás Copérnico sugirió que podrían obtenerse resultados más sencillos y generales si se referían los movimientos de los planetas y la tierra con relación al sol, o sea si se usaba el sol como sistema de referencia.

Como consecuencia de la hipótesis de Copérnico y las observaciones astronómicas de Tycho Brabe y otros, el astrónomo Juan Kepler, natural de Praga, formuló, un siglo después, las leyes del movimiento planetario que son las siguientes:

I. *Los planetas describen órbitas elípticas ocupando el sol uno de los focos.*

II. *La recta que une un planeta con el Sol (radio vector) describe áreas iguales en tiempos iguales.*

III. *Los cuadrados de los períodos de revolución son proporcionales a los cubos de sus distancias medias al Sol.*

La elipse (fig. 3), es una curva muy parecida a un óvalo cuyas propiedades se estudian en cursos avanzados de Matemática. Posee un centro C y dos focos F y F', en uno de los cuales se supone situado el Sol. El círculo es un caso particular de elipse que se presenta cuando los dos focos coinciden con el centro. En lo sucesivo y para mayor sencillez supondremos siempre que la órbita es un círculo.

Para aclarar la segunda ley supongamos al planeta en A y que al cabo de un tiempo dado, un mes por ejemplo, se encuentra en B. El área descrita por una recta imaginaria que lo une al Sol, o radio vector, es el sector AFB. Si ahora volvemos a observar el planeta durante el *mismo* tiempo a partir de cualquier otra posición C comprobaremos que el área descrita CFD es igual a la de AFB. Es decir, las áreas descritas en tiempos iguales son iguales. Usando razonamientos matemáticos algo complejos, puede demostrarse que esta ley es equivalente a afirmar que *la fuerza ejercida sobre cada planeta es central y dirigida siempre hacia el Sol.*

Designando por T el período de revolución de un planeta y por D su distancia media al Sol ya que, como puede verse de la fig. 3, está unas veces más cerca y otras más lejos del Sol, la tercera ley puede expresarse matemáticamente en la forma:

$$T^2 = kD^3 \tag{2}$$

donde k es una constante de proporcionalidad común para todos los planetas que giran alrededor del Sol.

Ejemplo 1: En la tabla a continuación, se dan los períodos de revolución y las distancias medias de los planetas al Sol. Comprobar la tercera ley calculando T^2/D^3 para cada planeta.

PLANETA	T (Segs.)	D (m)	$k = T^2/D^3$
Mercurio	7.60×10^{6}	5.79×10^{10}	2.981×10^{-19}
Venus	1.94×10^{7}	1.08×10^{11}	2.983×10^{-19}
Tierra	3.16×10^{7}	1.49×10^{11}	2.981×10^{-19}
Marte	5.94×10^{7}	2.28×10^{11}	2.981×10^{-19}
Júpiter	3.74×10^{8}	7.78×10^{11}	2.980×10^{-19}
Saturno	9.30×10^{8}	1.43×10^{12}	2.982×10^{-19}
Urano	2.66×10^{9}	2.87×10^{12}	2.981×10^{-19}
Neptuno	5.20×10^{9}	4.50×10^{12}	2.967×10^{-19}
Plutón	7.82×10^{9}	5.90×10^{12}	2.977×10^{-19}

3. DERIVACION DE LA LEY DE GRAVITACION UNIVERSAL

La contribución principal de Newton fue demostrar que la única fuerza capaz de producir un movimiento que siguiera las leyes de Kepler tenía que ser de la forma dada por (1), o sea inversamente proporcional al cuadrado de la distancia y directamente proporcional a las masas.

Considerando para mayor sencillez una órbita circular de radio r tenemos que si la fuerza es central, es necesariamente perpendicular a la velocidad, con lo que el movimiento será circular uniforme, lo que incidentalmente concuerda con la ley de las áreas. En este caso la única aceleración es centrípeta y la fuerza estará dada por una cualquiera de las fórmulas señaladas en (11) del Cap. VII. Usando la tercera fórmula y designando por m_1 la masa del cuerpo tenemos que:

$$F = \frac{4\pi^2 m_1 r}{T^2}$$

La distancia media D al Sol es ahora igual al radio r con lo que la tercera ley de Kepler es entonces:

$$T^2 = kr^3$$

que substituída en la ecuación anterior nos da:

$$F = \frac{4\pi^2 m_1 r}{k\, r^3} = \frac{4\pi^2 m_1}{kr^2} \tag{3}$$

Si m_2 es la masa de la partícula que hemos supuesto en el centro, resulta que el mismo razonamiento puede aplicarse para calcular la fuerza que m_1 ejerce sobre m_2 resultando:

$$F' = \frac{4\pi^2 m_2}{k' r^2} \tag{4}$$

Por el principio de la acción y reacción $F = F'$. Luego:

$$\frac{4\pi^2 m_1}{kr^2} = \frac{4\pi^2 m_2}{k'r^2}$$

de donde:

$$\frac{m_1}{k} = \frac{m_2}{k'}$$

o $\quad k'm_1 = km_2 = \dfrac{4\pi^2}{G}$

habiéndose designado por $4\pi^2/G$ el valor común de ambos términos, siendo G una nueva constante. Luego:

$$k' = \frac{4\pi^2}{Gm_1}, \qquad k = \frac{4\pi^2}{Gm_2}$$

que substituída en las expresiones F y F' nos dan la ley de Newton (1). Con el valor anterior de k la relación entre T y r resulta ser:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{Gm_2} r^3 \tag{5}$$

Esta fórmula, por ejemplo, permite calcular la masa m_2 de un planeta que tiene un satélite pues basta con medir T y r.

Ejemplo 1: Calcular la masa del Sol. La distancia del Sol a la Tierra es $r = 1.5 \times 10^8$ Km. $= 1.5 \times 10^{11}$ m., y el período de revolución de la Tierra es $T = 365$ días $= 3.15 \times 10^7$ seg. Luego, despejando m_2:

$$m_2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times 1.5^3 \times 10^{33}}{6.6 \times 10^{-11} \times 3.15^2 \times 10^{14}}$$

$= 2.0 \times 10^{30}$ kg.

Ejemplo 2: Calcular la masa de la Tierra. Podemos ahora utilizar dos procedimientos diferentes. Considerando que la distancia de la Tierra a la Luna es 3.82×10^8m, y el período de revolución de la Luna es 27.32 días $= 2.36 \times 10^6$ seg. Luego aplicando la misma fórmula:

$$m_2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times 3.82^3 \times 10^{24}}{6.67 \times 10^{-11} \times 2.36^2 \times 10^{12}} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg.}$$

Comparando este resultado con el del ejemplo anterior, vemos que la masa del Sol es 300,000 veces mayor que la de la Tierra.

Un segundo método es el siguiente: Consideremos un cuerpo de masa m_1 en la superficie terrestre. La fuerza de atracción de la Tierra es:

$$F = \frac{G\, m_1\, m_2}{r^2}$$

Pero por otra parte, esta fuerza debe ser igual al peso $P = m_1 g$. Luego haciendo $F = P$:

$$\frac{Gm_1m_2}{r^2} = m_1 g \quad \therefore \quad \frac{Gm_2}{r^2} = g$$

o, como el radio de la tierra es 6.34×10^6 m,

$$m_2 = \frac{gr^2}{G} = \frac{9.81 \times 6.37^2 \times 10^{12}}{6.67 \times 10^{-11}} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg.}$$

en concordancia con el resultado anterior. Esta es una de las mejores verificaciones de las ideas de Newton.

4. VARIACION DEL PESO DE UN CUERPO

Según se explicó en el Cap. VII, el peso de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae. Por consiguiente, el peso de un cuerpo varía con su distancia al centro de la tierra.

En primer lugar, el peso de los cuerpos disminuye al elevarnos sobre la superficie terrestre, debido al aumento de la distancia, según se ilustra en la fig. 4. El peso de los cuerpos también disminuye al penetrar en el interior de la Tierra, como también se ha ilustrado en la fig. 4. A primera vista podría pensarse que el peso del cuerpo debía aumentar por disminuír la distancia al centro. Pero como al acercarse al centro disminuye la masa efectiva de la Tierra que produce la atracción, resulta que, en definitiva, se produce una disminución en el peso.

5. SATELITES ARTIFICIALES

Los satélites artificiales son cuerpos lanzados desde la superficie terrestre, de modo que en algún momento tengan en magnitud y dirección una velocidad tal, que describan una trayectoria cerrada alrededor de la

Tierra, la Luna o algún otro planeta. Considerando el caso de un satélite terrestre (fig. 5), el movimiento se calcula de modo que desde *A* hasta *B* su velocidad aumenta por consumo del combustible, como se explicó en el No. 9 del Cap. VII. Al propio tiempo, va cambiando de dirección y todo se arregla para que al llegar al punto *B* tenga la velocidad necesaria para describir la trayectoria elíptica o circular que se haya previsto. A partir de ese momento y si el movimiento es fuera de la atmósfera terrestre de modo que no hay resistencia debida al aire, no es necesario consumir más combustible, pues el movimiento prosigue bajo la acción combinada de la fuerza gravitatoria y la velocidad impresa en *B*.

En el caso de una órbita circular la velocidad es:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

El período *T* se calcula en función del radio de la órbita aplicando (5). Por tanto, la velocidad v está determinada por el radio r de la trayectoria. Esta relación se obtiene directamente aplicando la primera fórmula de (11) del Cap. VII para la fuerza centrípeta, o sea:

$$F = \frac{m_1 v^2}{r} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

de donde:

$$v^2 = \frac{Gm_2}{r} \qquad (6)$$

Comúnmente se dice que en el interior de un satélite artificial el peso de un cuerpo es nulo. Esto no significa en realidad, que la atracción de la Tierra sea nula a esa distancia, como algunos piensan erróneamente. Lo que sucede es que en un satélite, toda la atracción de la Tierra se emplea en la fuerza centrípeta requerida para que describa la trayectoria circular, mientras que en el caso de los cuerpos terrestres, solo una pequeñísima fracción de la atracción terrestre se emplea en producir la fuerza centrípeta requerida por la rotación de la Tierra. La fuerza en exceso es la que produce la caída de los cuerpos con la aceleración g.

Ejemplo 1: Calcular la altura y la velocidad de un satélite que describe una órbita circular con un período igual a un día.

Aplicando (5) con $T = 1$ día $= 8.6 \times 10^4$ seg. y m_2 igual a la masa de la Tierra,

$$r^3 = \frac{Gm_2T^2}{4\pi^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24} \times (8.6 \times 10^4)^2}{(2 \times 3.14)^2} =$$

$$= 54.65 \times 10^{21} \quad \therefore \quad r = 3.79 \times 10^7\ m = 37{,}900 \text{ km.},$$

de modo que el satélite se encuentra a 31,200 km. de altura sobre la superficie terrestre. Su velocidad será:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times 3.79 \times 10^7}{8.6 \times 10^4} = 2.75 \times 10^3 \text{ m./seg.}$$

Estos satélites se llaman también plataformas espaciales porque como tienen el mismo período de revolución que la Tierra, permanecen fijos frente al mismo lugar de la Tierra. Se considera que una red de estos satélites puede desempeñar un papel importante en las telecomunicaciones.

Ejemplo 2: Comparar el peso de un cuerpo de masa m kg. con la fuerza centrípeta necesaria para que el mismo cuerpo situado en el ecuador gire con la Tierra.

Como el período de revolución es $T = 1$ día $= 8.6 \times 10^4$ seg., resulta que:

$$w = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{8.6 \times 10^4} = 7.3 \times 10^{-5} \text{ rad./seg.}$$

Luego:

$$F_c = m\omega^2 r = m \times (7.3 \times 10^{-5})^2 \times 6.37 \times 10^6 = 3.40 \times 10^{-2}\ m \text{ newt.}$$

El peso del mismo cuerpo es $P = mg = 9.8$ newt. que es alrededor de 300 veces mayor que la fuerza centrípeta. Por ello los cuerpos próximos a la superficie terrestre tienen una aceleración resultante hacia abajo. Sin embargo, en un satélite $P = F_c$ y por ello, la única aceleración es la centrípeta dando como resultado que el peso aparente es cero.

6. ENERGIA POTENCIAL GRAVITATORIA

Todo cuerpo sometido a la acción de la gravitación universal posee energía potencial gravitatoria. Si consideramos dos cuerpos de masa m_1 y m_2 separados la distancia r, la energía potencial debida a la atracción gravitatoria entre ambos es:

$$E_p = -G\frac{m_1 m_2}{r} \qquad (7)$$

Por tanto, si v_1 y v_2 son las velocidades respectivas de los dos cuerpos la energía total del sistema será:

$$E_t = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 - G\frac{m_1 m_2}{r} \qquad (8)$$

Esta suma permanece constante durante el movimiento.

En algunos casos uno de los cuerpos, m_2 por ejemplo, tiene una mas mucho mayor que el otro y puede suponerse que permanece en repos Este es, por ejemplo, el caso de un satélite artificial alrededor de la Tierr Luego, eliminando el término correspondiente a la energía cinética de m queda:

$$E_t = \tfrac{1}{2}m_1v_1^2 - G\frac{m_1m_2}{r}$$

que es la forma usual para las aplicaciones.

Demostración de la fórmula: Consideremos un cuerpo de masa m a la distancia r de otro de masa m_2 (fig. 6). La fuerza sobre m_1 (que es igu a la fuerza sobre m_2) es:

$$F = G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

Si el cuerpo m_1 se mueve desde A hasta A', la fuerza F realiza un tra bajo T y la energía potencial de m_1 disminuye cumpliéndose que:

$$E_p - E_p' = T$$

Para calcular el trabajo T no podemos multiplicar F por la distanci $e = r - r'$. Puesto que F varía durante el movimiento, hay que usar e valor medio de F, como se explicó en el Cap. XI. Este se obtiene substitu yendo r^2 por rr' en el denominador de F. Luego,

$$E_p - E_p' = T = Fe = \left(G\frac{m_1m_2}{rr'}\right)(r - r') =$$

$$= G\frac{m_1m_2}{r'} - G\frac{m_1m_2}{r} =$$

$$= \left(-G\frac{m_1m_2}{r}\right) - \left(-G\frac{m_1m_2}{r'}\right)$$

que nos indica que E_p está dada por (7).

Ejemplo 1: Calcular la energía total de un satélite que describe una órbita circular.

Aplicando (6), la energía cinética es:

$$E_c = \tfrac{1}{2}m_1v^2 = \tfrac{1}{2}m_1\left(G\frac{m_2}{r}\right) = G\frac{m_1m_2}{2r}$$

Luego la energía total será:

$$E = E_c + E_p = G\frac{m_1m_2}{2r} - G\frac{m_1m_2}{r} = -G\frac{m_1m_2}{2r}$$

Obsérvese que el resultado es negativo y depende sólo del radio de la órbita. Por tanto, cuanto mayor es el radio de la órbita, mayor es la energía.

Ejemplo 2: Calcular la velocidad de escape de un cuerpo lanzado desde la superficie terrestre.

Por velocidad de escape se entiende la velocidad mínima con que hay que lanzarlo para que no vuelva a caer sobre la superficie terrestre. La energía total es:

$$E = \tfrac{1}{2}m_1v^2 - G\frac{m_1m_2}{r} = \text{const.}$$

y por permanecer constante resulta que al aumentar r disminuye v. Para que el cuerpo se escape es necesario que v se anule a una distancia muy grande ($r = \infty$), pues si se anula antes, el cuerpo vuelve a caer sobre la Tierra, igual que una piedra que lanzamos con la mano. Haciendo $v = 0$ y $r = \infty$ en E vemos que resulta E = const. = 0. Luego la energía total mínima para poder escapar es cero. Esto puede parecer extraño, pero se debe a que siendo la energía potencial negativa, debe estar compensada por una cantidad igual de energía cinética, que siempre es positiva. Luego haciendo cero la expresión para E,

$$\tfrac{1}{2}m_1v^2 - G\frac{m_1m_2}{r} = 0 \quad \therefore \quad \tfrac{1}{2}m_1v^2 = G\frac{m_1m_2}{r}$$

de donde, simplificando:

$$v^2 = \frac{2Gm_2}{r}$$

PROBLEMAS

1. ¿Con qué fuerza se atraen dos masas de 5.000 g. y 10.000 g. separadas una distancia de 2 cm.? *R.* 0.834 dinas.
2. La masa del sol es 330.000 veces la de la tierra y su distancia a la tierra 1.494×10^{10} cm. Calcular la atracción entre los dos astros, si la masa de la tierra es 50×10^{26} g. *R.* 10.85×10^{10} newtons.
3. ¿A qué distancia se encuentran dos masas de 10.000 y 20.000 g. si se atraen con una fuerza de 5 dinas? *R.* 1.63 cm.
4. Calcular la constante de Cavendish en newton $\frac{m^2}{kg^2}$. *R.* 6.67×10^{-11}.
5. Los grandes barcos ingleses Queen Mary y Queen Elizabeth tienen masas iguales a 75.000 toneladas (1 tonelada = 1.000 kg.) ¿Cuál

será la atracción entre ellos cuando están separados una distancia de 300 m., suponiendo sus masas concentradas en sus centros?
R. 4.17 newtons.

6. ¿Cuál será el peso de un hombre si se eleva (*a*) a una altura de 3.000 Km. sobre la superficie terrestre; (*b*) a una altura igual al radio de la tierra si su peso al nivel del mar es 80 kgf? *R.* 37 kgf., 20 kgf.

7. ¿Cuál será el peso de un hombre que pesa 70 kgf. si el radio de la tierra se duplicara (*a*) permaneciendo constante la masa de la tierra (*b*) permaneciendo constante su densidad media? *R.* 17.5 kgf., 140 kgf.

8. Se tienen tres masas de 45 kg., 50 kg., y 80 kg. situadas en línea recta. La distancia entre las dos primeras es de 2 cm. y entre la segunda y la tercera es de 1 cm. Calcular la fuerza resultante sobre la tercera masa debida a las dos primeras. *R.* 293.48 dinas.

9. En el problema anterior calcular la fuerza resultante sobre la segunda masa debida a la primera y la tercera. *R.* 229.28 dinas.

capítulo 13 Máquinas

1. DEFINICIONES GENERALES

Máquina es todo mecanismo que es capaz de transmitir la acción de una fuerza de un lugar a otro, modificando en general la magnitud de la fuerza, su dirección o bien ambas características. Así en el motor de un automóvil, la fuerza debida a la explosión de la gasolina en los cilindros, se transmite a las ruedas traseras a las que hace girar.

Entre las distintas fuerzas que actúan sobre una máquina, las más importantes son: la *fuerza aplicada o motriz F*, que algunos llaman potencia y *la carga Q* llamada también *resistencia.*

La FUERZA APLICADA F es aquella cuya acción va a transmitir la máquina modificando además, en general, su intensidad y dirección.

La CARGA O RESISTENCIA Q es la fuerza ejercida sobre la máquina por el cuerpo que la máquina trata de mover, deformar, etc. Esta fuerza es igual y directamente contraria a la fuerza ejercida por la máquina sobre el cuerpo y que es la *fuerza efectiva* o transmitida por la máquina. La fuerza efectiva es en general distinta en intensidad y dirección a la fuerza aplicada. En el ejemplo citado del motor del automóvil, la fuerza aplicada es la debida a la expansión del vapor en los cilindros, la fuerza efectiva o transmitida es la que se ejerce sobre el eje de las ruedas traseras para hacerlo girar, mientras que la carga o resistencia es la reacción del eje y se ejerce sobre la máquina.

2. LEY DE EQUILIBRIO

Se llama *ecuación* o *ley de equilibrio de una máquina* a la fórmula que relaciona la fuerza aplicada con la carga o resistencia cuando la máquina está en equilibrio. En ella aparecen en general, ciertos elementos geométricos de la máquina. Esta fórmula se puede obtener aplicando al sistema de fuerzas que actúa sobre la máquina, alguna de las condiciones generales aplicables al equilibrio de los sistemas de fuerzas que se estudiaron en la Estática.

En todo nuestro estudio sobre las máquinas supondremos que: 1) los diferentes miembros que componen la máquina son cuerpos rígidos cuyo peso es despreciable y 2) no existe fricción o rozamiento entre los diferentes miembros que componen la máquina.

3. VENTAJA MECANICA

Es la relación que existe entre la carga o resistencia Q y la fuerza aplicada F, cuando la máquina se encuentra en equilibrio. De modo que:

$$VM = \frac{Q}{F} = \frac{\text{resistencia}}{\text{fuerza aplicada}} \qquad (1)$$

La ventaja mecánica obtenida supuestas las condiciones ideales antes mencionadas (miembros rígidos desprovistos de peso, ausencia de fricción, etc.), se llama *teórica* (VMT) y se puede deducir a partir de la ley de equilibrio de la máquina. La ventaja mecánica que existe en la realidad se llama *práctica* (VMP), es inferior a la teórica y sólo puede determinarse experimentalmente después de construída la máquina, dependiendo de muchos factores.

Se llama *eficiencia* o *rendimiento* de una máquina a la relación entre su VMP y su VMT, de modo que:

$$E = \frac{VMP}{VMT} \qquad (2)$$

esta eficiencia es siempre menor que la unidad y por esta razón suele expresarse en forma de porcentaje, definiéndose entonces por la fórmula:

$$E = 100 \, \frac{VMP}{VMT} \, \% \qquad (3)$$

En nuestro estudio calcularemos siempre la VMT la que expresaremos simplemente por la notación VM. La VM es la característica más importante de una máquina.

Ejemplo 1: Una máquina tiene una VM de 15. Calcular la carga o resistencia si la fuerza aplicada es de 20 kgf.

$$VM = 15 \qquad F = 20 \text{ kgf.} \qquad Q = x$$

$$VM = \frac{Q}{F} \quad \therefore \quad 15 = \frac{Q}{20} \quad \text{de donde } Q = 300 \text{ kgf.}$$

4. TRABAJOS MOTOR Y RESISTENTE EN UNA MAQUINA

En toda máquina desprovista de fricción, el trabajo T_F efectuado por la fuerza aplicada F para cualquier desplazamiento de la máquina, tiene que ser igual, pero de signo contrario al trabajo T_Q efectuado por la carga o resistencia Q ya que una máquina no puede crear ni destruir energía. De modo que:

$$T_F = - T_Q \qquad (4)$$

por tanto:

$$T_F + T_Q = 0 \qquad (5)$$

Es decir, que para cualquier desplazamiento de la máquina, sucede que:

Trabajo de la fuerza aplicada + Trabajo de la resistencia = 0

Este principio se puede utilizar en la deducción de la ley de equilibrio de cualquier máquina desprovista de fricción.

5. PALANCA

Una palanca es una barra rígida que puede girar alrededor de un punto o eje fijo llamado *punto de apoyo* o *fulcro.*

En la fig. 1 la palanca es la barra AOB y O es el fulcro. Las fuerzas que actúan sobre ella son: la fuerza aplicada F, que actúa en B, la carga o resistencia Q que se ejerce en A y que es el peso del cuerpo suspendido; además actúa la reacción R del apoyo.

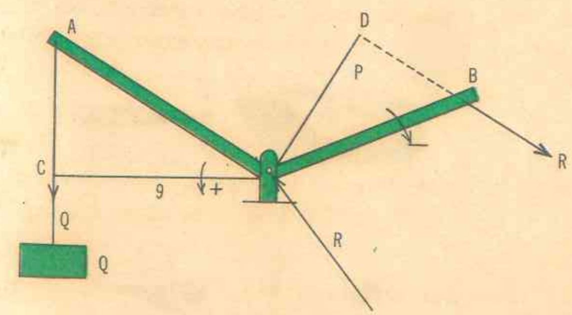


Fig. 1

Si $OD = p$ (brazo de la fuerza aplicada) y $OC = q$ (brazo de la resistencia), son las distancias del fulcro a las directrices de las fuerzas F y Q, la ley de equilibrio de la palanca será:

$$Fp = Qq \tag{6}$$

es decir que:

fuerza aplicada × su brazo = resistencia × su brazo

A partir de (6) obtenemos la *VM*,

$$\mathrm{VM} = \frac{Q}{F} = \frac{p}{q} = \frac{\text{brazo de la fuerza aplicada}}{\text{brazo de la resistencia}} \tag{7}$$

de modo que cuanto mayor sea el brazo de la fuerza aplicada en relación con el de la resistencia tanto más ventajosa será la palanca.

Demostración: Cuando la palanca está en equilibrio, la suma de los momentos de todas las fuerzas con relación a un punto cualquiera debe ser cero (No. 6, Cap. IX). Escogiendo como centro de momentos el punto O tendremos:

$$M_oF + M_oQ + M_oR = 0 \tag{8}$$

pero: $M_oF = -Fp, \quad M_oQ = Qq, \quad M_oR = 0$

substituyendo en (8):

$$-Fp + Qq = 0 \quad \therefore \quad Fp = Qq$$

6. CLASIFICACION DE LAS PALANCAS

Teniendo en cuenta la posición relativa que ocupa el punto de apoyo, respecto a la fuerza aplicada y la resistencia, las palancas pueden ser de primero, segundo y tercer género.

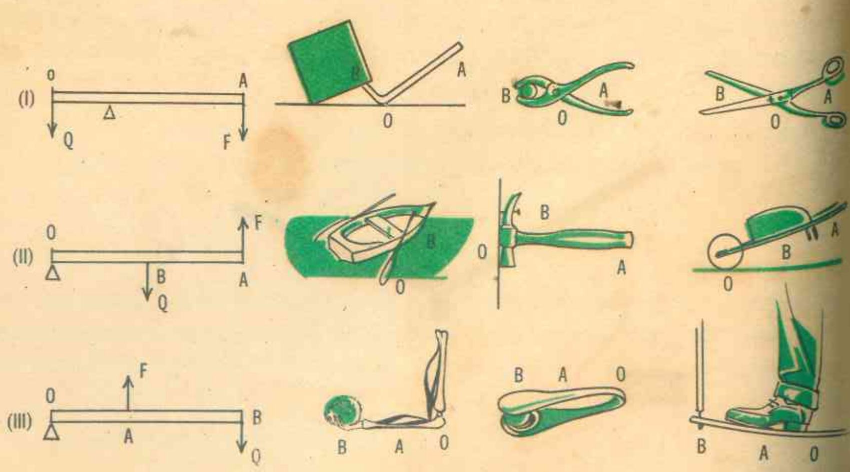


Fig. 2

En las palancas de *primer género*, el punto de apoyo está entre la fuerza aplicada y la resistencia, fig. 2 (I); en las de *segundo género* la resistencia está entre el punto de apoyo y la fuerza aplicada, fig. 2 (II) y en las de *tercer género*, la fuerza aplicada está entre el punto de apoyo y la resistencia, fig. 2 (III).

Como en las palancas de segundo género siempre $p > q$, su VM será siempre mayor que la unidad, mientras que en las de tercer género $p < q$, y por tanto su VM será menor que la unidad.

Ejemplo 1: En una palanca el brazo de la fuerza aplicada es de 12 cm. y el de la resistencia es de 3 cm. Calcular la VM y el valor de la fuerza necesaria para equilibrar un cuerpo que pesa 80 lb.

$$p = 12 \text{ cm.} \qquad q = 3 \text{ cm.} \qquad Q = 80 \text{ lb.}$$

$$Fp = Qq \quad \therefore \quad F = \frac{Qq}{p} = \frac{80 \times 3}{12} = 20 \text{ lb.}$$

$$\mathrm{VM} = \frac{p}{q} = \frac{12}{3} = 4$$

7. BALANZAS

De todas las aplicaciones de la palanca, la más importante es la determinación del peso de los cuerpos, constituyendo así las *balanzas*, de las que nos ocuparemos en el No. 16. Describiremos ahora un tipo muy sencillo que es el llamado *romana*, (fig. 3). Consiste en una barra llamada *astil* o *cruz*, en uno de cuyos extremos se ha dispuesto la masa M de modo que el CG del conjunto esté situado en O. Si suspendemos la barra por O estará en equilibrio (No. 3, Cap. IX).

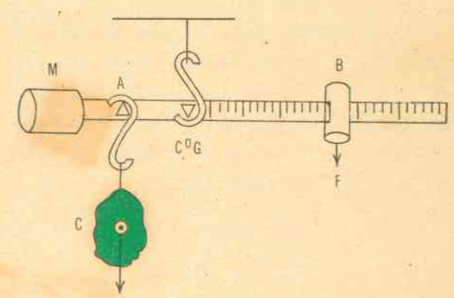


Fig. 3 - Romana

En A se dispone una cuchilla y un gancho para que se pueda suspender el cuerpo cuyo peso se desea conocer. A la derecha de O se puede deslizar a lo largo de la barra el cuerpo B cuyo peso F es *conocido*. El cuerpo B se corre hasta que la palanca está en equilibrio, cuando el cuerpo C está suspendido de A. Entonces:

$$P \times OA = F \times OB \quad \therefore \quad P = \frac{F \times OB}{OA}$$

Como F y OA son fijos, el peso P es proporcional a OB. Usualmente la barra está graduada, de modo que se puede leer directamente el peso en lbf. o kgf.

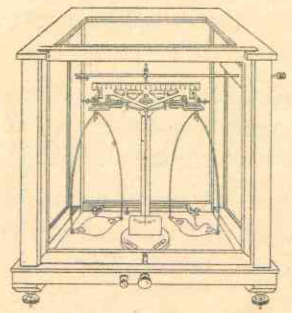


Fig. 4. Balanza sencilla.

También se utiliza mucho la *balanza analítica* que fundamentalmente es una palanca de primer género con los brazos iguales (fig. 4). Consta de una barra rígida, llamada cruz, apoyada en su centro mediante una cuchilla que descansa sobre una superficie plana. Lleva en sus extremos otras cuchillas de las que están suspendidos sendos platillos en los que se coloca los cuerpos cuyos pesos se desean comparar. Si la balanza está bien construída la cruz debe encontrarse en posición horizontal cuando se colocan pesos iguales en los platillos. La posición de la cruz se indica mediante una aguja larga llamada fiel.

8. TORNO

El torno (fig. 5) está constituído esencialmente por un cilindro C, que puede girar alrededor de un eje horizontal XX' mediante la acción de una fuerza F que se ejerce en el manubrio, actuando tangencialmente a la circunferencia descrita por el extremo del manubrio. El torno se apoya por su eje en dos chumaceras, no representadas en la figura, pero situadas en A y B respectivamente.

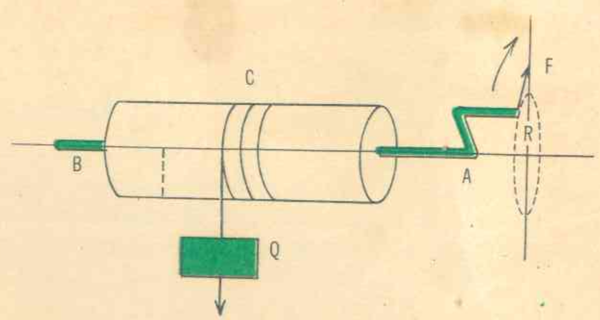


Fig. 5

La resistencia Q, que es la carga que se desea elevar, actúa tangencialmente a la superficie del cilindro del torno. Además, sobre el torno actúan las reacciones de las chumaceras que se ejercen a través de los puntos A y B.

Si R es el radio del manubrio y r el del cilindro, cuando la máquina se encuentra en equilibrio, se verifica:

$$FR = Qr \tag{9}$$

o sea:

Fuerza aplicada $\times$ radio del manubrio = resistencia $\times$ radio de cilindro, que es la ley de equilibrio del torno.

La VM deducida de la expresión (9) será:

$$\text{VM} = \frac{Q}{F} = \frac{R}{r} \tag{10}$$

Como en general el torno se diseña de modo que $R > r$, tenemos que su VM es mayor que la unidad.

El torno se puede utilizar en la práctica, por ejemplo, para extraer el agua de un pozo. También se puede utilizar para preparar piezas cilíndricas, pero en este caso, la resistencia la ofrece una cuchilla en contacto con el cilindro que es la misma pieza que se desea tornear.

Demostración: Si se da al torno una vuelta completa en el sentido indicado y recordamos que trabajo = fuerza $\times$ espacio, tenemos que $T_F = F \times 2\pi R$, donde $2\pi R$ es la longitud de la circunferencia descrita por el punto de aplicación de F; así mismo $T_Q = -Q \times 2\pi r$. Substituyendo estos resultados en (5) tendremos:

$$F \times 2\pi R - Q \times 2\pi r = 0 \quad \therefore \quad FR = Qr$$

que es la ley de equilibrio.

Ejemplo 1: El cilindro de un torno tiene un radio de 2 cm. y el radio del manubrio es de 40 cm. Calcular la carga que se puede equilibrar con una fuerza de 25 lb. ¿Cuál es la VM?

$$R = 40 \text{ cm.} \qquad r = 2 \text{ cm.} \qquad F = 25 \text{ lb.}$$

$$FR = Qr \;\therefore\; Q = \frac{FR}{r} = \frac{25 \times 40}{2} = 500 \text{ lb.}$$

$$\text{VM} = \frac{Q}{F} = \frac{R}{r} = \frac{40}{2} = 20$$

9. POLEA

La polea es una rueda que puede girar libremente alrededor de su eje, que es una recta perpendicular a la rueda y que pasa por su centro. Por el borde de la rueda pasa una correa o cuerda. En este último caso el borde está acanalado para evitar que se resbale. Las poleas pueden ser *fijas* o *móviles* según que su eje sea fijo o móvil.

10. POLEA FIJA

La polea representada en la fig. 6 es *fija* porque su eje está inmóvil. Las fuerzas que intervienen en el equilibrio de la polea son: la fuerza aplicada F, la resistencia Q que es el peso que se quiere equilibrar y la reacción R sobre el eje de la polea y que actúa a través del punto O.

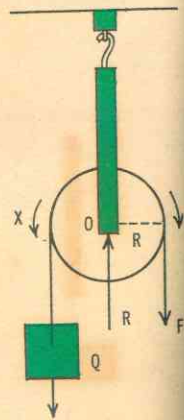


Fig. 6

Cuando la polea fija está en equilibrio se tiene que

$$F = Q \qquad (11)$$

es decir:

fuerza aplicada = resistencia

La VM será:

$$VM = \frac{Q}{F} = 1 \qquad (12)$$

En otras palabras, con la polea fija sólo se puede equilibrar una fuerza de igual intensidad que la fuerza aplicada; luego lo único que se gana es comodidad al aplicar la fuerza.

Demostración: Como la polea está en equilibrio, la suma de los momentos de todas las fuerzas con relación a cualquier punto debe ser cero. Si 0 es el centro de momentos:

$$M_oF + M_oQ + M_oR = 0 \qquad (13)$$

Si r es el radio de la polea y el sentido positivo de rotación es el indicado en la fig. 5,

$$M_oF = -Fr \qquad M_oQ = Qr \qquad M_oR = 0$$

substituyendo en (13):

$$-Fr + Qr = 0 \therefore F = Q$$

que es la ley de equilibrio.

11. POLEA MOVIL

En la polea móvil (fig. 7*a*), la resistencia Q es el peso que se quiere equilibrar y se aplica directamente al eje de la polea. La fuerza aplicada F actúa tangencialmente a la polea en B y se ejerce en el cordón que pasa por su garganta. Además actúa la tensión T que se ejerce en la rama AT del cordón. Suponiendo que las ramas del cordón son paralelas, cuando la polea está en equilibrio se verifica que:

$$F = \frac{Q}{2} \qquad (14)$$

que es la ley de equilibrio. La VM será:

$$VM = \frac{Q}{F} = 2 \qquad (15)$$

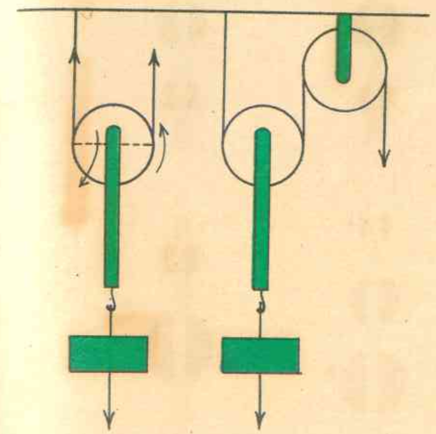


Fig. 7

Para mayor comodidad al aplicar la fuerza F se puede utilizar el esquema representado en la fig. 7*b* combinando la polea fija con una móvil.

Demostración: Aplicando el teorema de los momentos con relación al punto A tendremos:

$$M_AF + M_AQ + M_AT = 0 \qquad (16)$$

Si r es el radio de la polea y el sentido positivo para los momentos es el opuesto a la rotación de las agujas de un reloj, tendremos:

$$M_AF = F \times 2r \qquad M_AQ = -Qr \qquad M_AT = 0$$

Substituyendo en (16) y efectuando operaciones se obtiene (14).

12. POLIPASTOS O. APAREJOS

Un aparejo es en general, una combinación de poleas fijas y móviles. Sólo estudiaremos dos de los más corrientes.

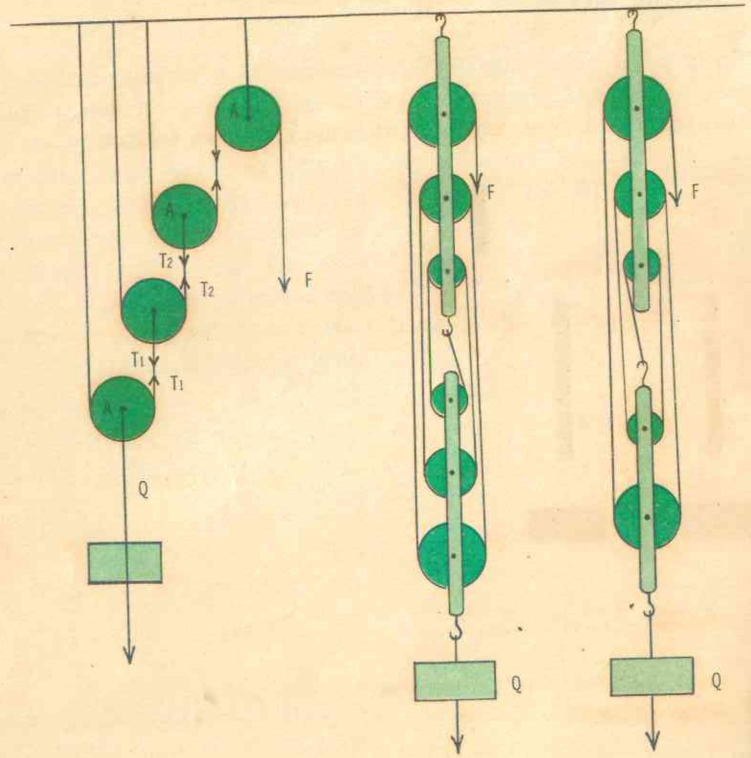


Fig. 8. Polipastos

Así el de la fig. 8*a* está formado por la combinación de 3 poleas móviles y una fija. Suponiendo los cabos paralelos su ley de equilibrio será:

$$F = \frac{Q}{2^3}$$

porque la resistencia en el eje de cada polea es la mitad de la resistencia en el eje de la polea inmediata inferior y hay tres poleas móviles.

Si hay n poleas móviles tendremos:

$$F = \frac{Q}{2^n} \tag{17}$$

Luego su VM será:

$$\text{VM} = \frac{Q}{F} = 2^n \tag{18}$$

Para el representado en la fig. 8*b* se tiene que:

$$F = \frac{Q}{6}$$

porque la resistencia Q se reparte por igual entre los 6 hilos.

Del mismo modo, para el correspondiente a la fig. 8*c*:

$$F = \frac{Q}{5}$$

La ley de equilibrio de estos dos últimos se puede resumir en una sola expresión:

$$F = \frac{Q}{n} \tag{19}$$

siendo n el número total de poleas entre los dos bloques. Su VM será:

$$\text{VM} = \frac{Q}{F} = n \tag{20}$$

13. PLANO INCLINADO

I) *Fuerza aplicada paralela al plano.* Sea el cuerpo de peso Q situado sobre el plano inclinado AB (fig. 9). El cuerpo se sostiene en equilibrio sobre el plano mediante la acción de un sistema de fuerzas formado por el peso del cuerpo, que es la resistencia Q, la reacción N del plano sobre el cuerpo, la cual se ejerce normalmente al plano porque suponemos éste liso, y la fuerza aplicada F, que se ejerce paralelamente al plano.

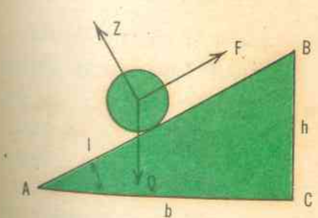


Fig. 9

Si $AB = l$ es la longitud del plano, $AC = b$ es su base y $BC = h$ la altura, cuando el cuerpo se encuentra en equilibrio sobre el plano se verifica que:

$$Fl = Qh \tag{21}$$

o sea: fuerza aplicada $\times$ longitud $=$ resistencia $\times$ altura

que es la ley de equilibrio del plano inclinado cuando la fuerza aplicada F es paralela al plano. La VM será:

$$\text{VM} = \frac{Q}{F} = \frac{l}{h} \tag{22}$$

Como siempre $l > h$, la VM es mayor que la unidad.

II) *Fuerza aplicada paralela a la base.* Este caso es semejante al anterior con la única diferencia de que la fuerza aplicada F se ejerce paralela a la base del plano.

Cuando el cuerpo está en equilibrio sobre el plano (fig. 10) se verifica que:

$$Fb = Qh \qquad (23)$$

que es la ley de equilibrio. La VM será:

$$VM = \frac{Q}{F} = \frac{b}{h} \qquad (24)$$

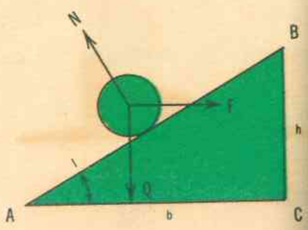


Fig. 10

Comparando las fórmulas (22) y (24), vemos que puesto que $l > b$, la VM será mayor cuando la fuerza aplicada es paralela al plano, que cuando es paralela a su base.

Demostración: I) Fuerza aplicada paralela al plano. Si movemos el cuerpo desde A a B, (fig. 9), tendremos que $T_F = Fl$ y $T_Q = -Qh$. El trabajo de N es nulo porque es perpendicular al desplazamiento. Substituyendo en (5) resulta:

$$Fl - Qh = 0 \;\therefore\; Fl = Qh$$

que es la ley de equilibrio.

II) Fuerza aplicada paralela a la base. Si movemos el cuerpo desde A a B (fig. 10), se tiene que $T_F = Fb$ y $T_Q = -Qh$ substituyendo en (5)

$$Fb - Qh = 0 \;\therefore\; Fb = Qh$$

que es la ley de equilibrio en este caso.

14. TORNILLO

Supongamos que sobre la superficie de un lápiz cilíndrico (fig. 11) desarrollamos la superficie de un triángulo rectángulo ABC, manteniendo el cateto AB en contacto con una generatriz del lápiz. La curva que adopta la hipotenusa BC se llama *hélice*. El *paso* de la hélice es la distancia entre dos intersecciones consecutivas de la hélice con una generatriz. Se representa por h.

Un *tornillo* es un cilindro sobre el cual se ha grabado un saliente delgado, que tiene la forma de una hélice. Este borde saliente se denomina

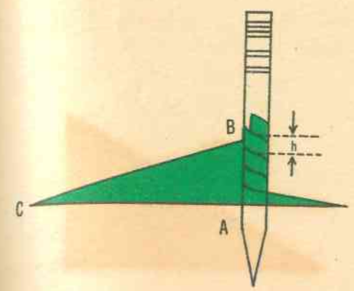


Fig. 11

filete y puede ajustar en el interior de un cilindro hueco llamado *tuerca* (fig. 12).

Cuando se da al tornillo una vuelta completa éste avanza o retrocede según el sentido de giro, una distancia igual al paso h; de modo que, también puede decirse que *paso de un tornillo es lo que éste avanza o retrocede al dar una vuelta completa.*

El tornillo se emplea para elevar un cuerpo situado sobre su cabeza o para comprimirlo como en las prensas.

La fuerza aplicada F se ejerce en el extremo del manubrio, cuyo radio es R, y actúa tangencialmente a la circunferencia descrita por el extremo del manubrio, la resistencia Q es el peso que se desea elevar y actúa según el eje del tornillo (fig. 12).

Estando el tornillo en equilibrio se verifica que:

$$2\pi RF = Qh \qquad (25)$$

que es su ley de equilibrio. La VM será:

$$VM = \frac{Q}{F} = \frac{2\pi R}{h} \qquad (26)$$

donde vemos que puede obtenerse una VM grande si hacemos R grande y h muy pequeño.

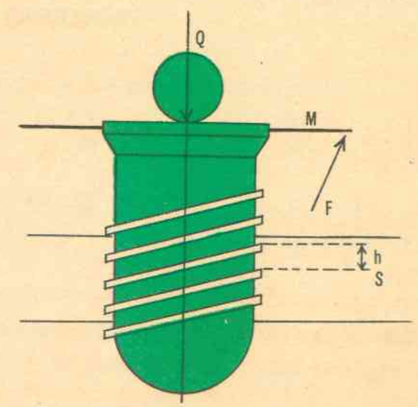


Fig. 12

Demostración: Si damos al tornillo una vuelta completa se tiene que $T_F = F \times 2\pi R$ pues el extremo del manubrio recorre la distancia $2\pi R$. Así mismo $T_Q = -Qh$, porque al dar una vuelta al tornillo, éste sube la distancia h. Substituyendo en (5) tendremos:

$$F\,2\pi R - Qh = 0 \;\therefore\; 2\pi RF = Qh$$

que es la ley de equilibrio.

Ejemplo 1: Se tiene un tornillo cuyo paso es de 3 mm. y está accionado por un manubrio de 30 cm. de radio. Calcular la carga que se puede elevar con una fuerza de 40 lbf. aplicada al manubrio y calcular la VM.

$$h = 3 \text{ mm.} = 0.3 \text{ cm.}, \qquad R = 30 \text{ cm.}, \qquad F = 40 \text{ lbf.}$$

$$2\pi RF = Qh \quad \therefore \quad Q = \frac{2\pi RF}{h} = \frac{2 \times 3.14 \times 30 \times 40}{0.3} = 25{,}120 \text{ lbf.}$$

$$\text{VM} = \frac{Q}{F} = \frac{2\pi R}{h} = \frac{2 \times 3.14 \times 30}{0.3} = 628$$

PREGUNTAS

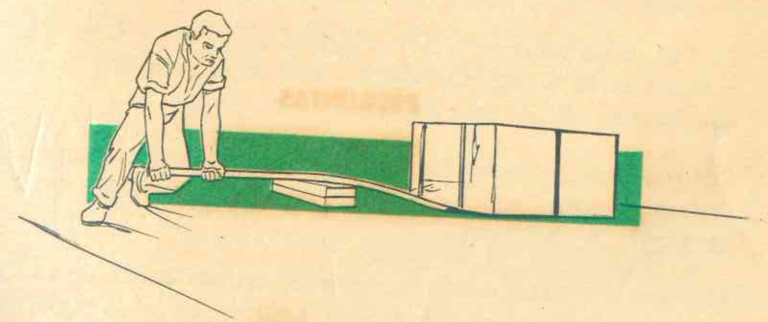
1. ¿Puede una máquina dar más energía de la que se le suministra? ¿Puede dar menos? ¿Por qué?
2. ¿Puede determinarse experimentalmente la VMT? No sin sólo ...
3. ¿Puede calcularse teóricamente la VMP? no, sólo experimentalmente

PROBLEMAS

1. La VMT de una máquina es 80. ¿Cuál es el peso del cuerpo que puede equilibrarse con una fuerza aplicada de 10 lbs? ¿Cuál será el peso si la máquina tiene una eficiencia de 0.4? *R.* 800 lbs., 320 lbs.
2. Una máquina tiene una VMT de 20. ¿Cuál es su eficiencia si con ella una fuerza aplicada de 40 lbf. sólo puede equilibrar una fuerza de 600 lbf.? *R.* 75%.
3. ¿Cuál es la VMT de una máquina cuya eficiencia es 80% si puede equilibrarse una fuerza de 560 lbf. con una de 20 lbf? *R.* 35.
4. Para elevar con una máquina cierto cuerpo que pesa 100 kgf. una altura de 2 m. es necesario que la fuerza aplicada recorra una distancia de 10 m. Si la máquina tiene una eficiencia de 0.8, ¿cuál es su VMT? ¿Cuál es su VMP? ¿Cuál es el valor de la fuerza aplicada? *R.* 6.25, 5, 20 kgf.

B

5. Una barra de peso despreciable y de 2 m. de longitud está apoyada en un punto a 0.60 m. de un extremo en el cual hay colgado un cuerpo que pesa 20 kgf. (*a*) ¿cuál es la VM de esta palanca? (*b*) ¿Qué fuerza es necesario ejercer en el otro extremo para equilibrar la palanca? *R.* 7/3, 8.57 kgf.
6. Para mover una piedra que pesa 180 kgf. emplea un hombre una tabla de 3 m. de longitud apoyada en un punto a 30 cm. del extremo donde está apoyada la piedra. ¿Qué fuerza debe ejercer el hombre? *R.* 20 kgf.



Problema 6

7. ¿Dónde debe situarse el punto de apoyo de una palanca de primer género que tiene 2 m. de longitud para equilibrar una resistencia de 40 lbs. con un peso de 10 lbs.? ¿Cuál es la fuerza ejercida sobre el punto de apoyo si las dos fuerzas son paralelas? *R.* a 40 cm. de la 2a. fuerza, 50 lb.
8. Un hombre mueve una piedra de 100 kgf. mediante una barra que tiene 2.80 m. de longitud apoyada en un punto a 0.8 m. del extremo correspondiente a la piedra. Si el extremo donde el hombre actúa desciende 30 cm., ¿qué fuerza ejerce el hombre? ¿cuál es la VM de la palanca empleada? ¿qué altura sube la piedra? *R.* 40 kgf., 2.5, 12 cm.
9. Se tiene una palanca de 2.70 m. de longitud. ¿Dónde debe situarse el punto de apoyo para que su VM sea igual a 3? *R* 67 cm.
10. Se tiene una palanca sin peso de 7 pies de longitud en cuyos extremos actúan fuerzas de 6 kgf. y 8 kgf. ¿Dónde debe situarse el punto de apoyo? ¿De qué lado se inclinará la palanca si cada fuerza aumenta en 1 kgf.? *R.* A 3 pies de la 2a. fuerza.

11. Dos muchachos que pesan 60 kgf. y 80 kgf. están sentados sobre una tabla de 3 m. de longitud apoyada en su centro. Si el primer muchacho está sentado en un extremo ¿dónde debe sentarse el segundo? *R.* 1.125 m.

Problema 11

12. Un campesino saca agua de un pozo mediante un torno cuyo eje tiene un diámetro de 20 cm. y cuyo manubrio tiene 80 cm. de longitud. ¿Qué fuerza debe ejercer si el agua contenida en el cubo pesa 15 kgf? ¿Cuál es la VM del torno? *R.* 1.875 kg., 8.

13. La VM de un torno es 5. Si el eje tiene un radio de 4 cm. y la fuerza aplicada es de 10 kgf. calcular el radio del manubrio y la resistencia equilibrada. *R.* 20 cm., 50 kgf.

14. Los radios de un torno son de 15 cm. y 3 cm. respectivamente. ¿Qué resistencia puede equilibrarse con una fuerza aplicada igual a 100 newtons? *R.* 500 newt.

15. Mediante un torno puede equilibrarse una resistencia de 15 kgf. con una fuerza aplicada de 2 kgf. Si el radio del eje es de 5 cm. ¿cuál es el radio del manubrio? *R.* 37.5 centímetros.

16. En un torno puede equilibrarse una fuerza de 30 kgf. con otra de 80 kgf. ¿Cuál es el radio del cilindro si el del manubrio es 40 cm.? *R.* 15 cm.

17. En un sistema de 4 poleas móviles análogo al de la figura 7*a* la fuerza aplicada es de 4 kgf. ¿Cuál es el peso del cuerpo equilibrado? *R.* 64 kgf.

18. ¿Cuántas poleas móviles se requieren para equilibrar una fuerza de 40 kgf. con una de 5 kgf.? *R.* 3.

19. En un aparejo análogo a los de la figura 7*b* el grupo fijo consta de dos poleas mientras que el móvil consta de una sola. ¿Cuál es su VM? ¿Qué fuerza puede equilibrarse con una de 2 kgf? *R.* 6 kgf., 3.

20. Resolver el problema anterior suponiendo que el grupo móvil consta de dos poleas. *R.* 8 kgf., 4.

21. Un plano inclinado tiene 9 m. de longitud y 3 m. de altura. ¿Cuál es su VM con la fuerza paralela al plano? ¿Qué fuerza es necesario ejercer paralelamente al plano para equilibrar un cuerpo que pesa 240 kgf.? *R.* 3; 80 kgf.

22. La base de un plano inclinado es de 12 m. y la altura de 5 m. ¿Qué fuerza es necesario aplicar paralelamente a la base para equilibrar un cuerpo que pesa 100 kgf.? ¿Qué fuerza haría falta si se aplicara paralela al plano? *R.* 41.6 kgf., 38.4 kgf.

23. Un hombre es capaz de ejercer una fuerza de 50 kgf. ¿Qué longitud debe tener la tabla más corta que él puede emplear para subir con seguridad un barril que pesa 150 kgf. hasta un camión cuya plataforma está a 1.20 m. sobre la calle? *R.* 3.6 m.

24. La VM de un plano inclinado cuando la fuerza se aplica paralela al plano es 4. ¿Cuál es su altura si su longitud es de 8 m.? ¿Qué fuerza es necesaria para elevar un cuerpo que pesa 200 lbf.? *R.* 2 m., 50 lbf.

25. Dos planos inclinados que tienen la misma altura están dispuestos de modo que sus alturas coinciden. El primero tiene una longitud de 2.2 m. y el segundo de 1.6 m. En cada plano se encuentra un cuerpo estando ambos unidos por un hilo que pasa por el vértice común de los dos planos. Si los cuerpos están en equilibrio y el primero pesa 12 kgf. ¿cuánto pesa el segundo?, ¿cuál es la VM de la máquina así formada? *R.* 8.6 kgf., 1.3.

capítulo 14 Movimiento armónico simple. Péndulo

1. MOVIMIENTO VIBRATORIO

Un móvil está animado de *movimiento vibratorio* u *oscilatorio* cuando se desplaza a uno y otro lado de una posición fija siguiendo una ley cualquiera. El émbolo de una locomotora, por ejemplo, está animado de movimiento oscilatorio. Entre los infinitos tipos de movimientos vibratorios que existen en la naturaleza el más importante es el *movimiento armónico simple*.

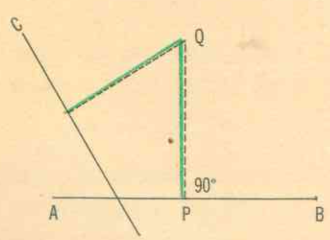


Fig. 1.

2. PROYECCION DE UN PUNTO

Previamente recordaremos una definición geométrica. Consideremos un punto Q y una recta AB (fig. 1). La *proyección* de Q sobre AB es el pie P de la perpendicular QP trazada desde el punto a la recta. Igualmente su proyección sobre CD es P'. Es claro que si Q se mueve siguiendo una trayectoria cualquiera, su proyección P se desplaza sobre AB.

3. MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE (M. A. S.)

El (M.A.S.) *es el movimiento oscilatorio de la proyección sobre el diámetro cualquiera de un punto que se mueve con movimiento circular uniforme.*

Así, por ejemplo, en la figura 2 el móvil Q recorre la circunferencia con m. c. u. ocupando sucesivamente las posiciones 1', 2', 3', ... 12' mientras que su proyección P recorre el diámetro AB con m. a. s. pasando por las posiciones 1, 2, 3, ... 12. Q se llama *móvil de referencia.*

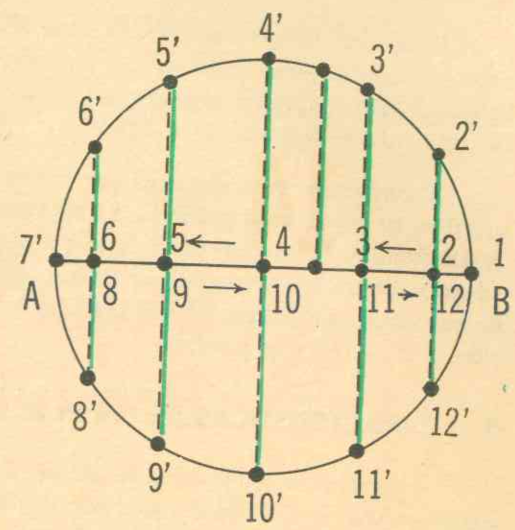


Fig. 2. M. A. S.

4. ELEMENTOS DE UN M. A. S.

A continuación definiremos los elementos más importantes de un *M. A. S.*

OSCILACION SENCILLA es el movimiento de un extremo al otro de la trayectoria. Por ejemplo, en una oscilación sencilla el móvil va desde A hasta B o desde B hasta A, (fig. 2).

OSCILACION COMPLETA es el movimiento de un extremo al otro de la trayectoria y regreso hasta el punto de partida. Mientras P describe una oscilación o vibración completa, el móvil de referencia da una vuelta completa.

PERIODO *es el tiempo que tarda el móvil en dar una oscilación completa.* Este período es igual al del móvil de referencia. *El m.a.s. es periódico* porque se reproduce exactamente cada vez que transcurre un intervalo de tiempo determinado.

FRECUENCIA *es el número de oscilaciones completas descritas en la unidad de tiempo.* Si N es la frecuencia y T el período, estas magnitudes están relacionadas por las mismas fórmulas explicadas en el movimiento circular uniforme:

$$N = \frac{1}{T} \quad \text{o} \quad NT = 1 \qquad (1)$$

El punto O (fig. 3) que es el centro de la trayectoria se llama *posición de equilibrio* porque si se estudia el movimiento dinámicamente se puede probar que la fuerza que lo produce es nula en ese punto.

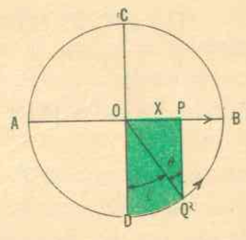


Fig. 3.

FASE *es el tiempo transcurrido desde la última vez que el móvil pasó por su posición de equilibrio moviéndose en sentido positivo,* o sea, de izquierda a derecha en la figura 3.

ELONGACION *es la distancia que separa al móvil en su posición de equilibrio.* La elongación se considera positiva o negativa según que el móvil se encuentre a uno u otro lado de la posición de equilibrio. En la figura 3 cuando el móvil se encuentra en P su elongación es $x = OP$ y es positiva.

5. CARACTERISTICAS DE UN M. A. S.

AMPLITUD *es el mayor valor de la elongación.* En la figura 3 la amplitud es $OA = OB$. Se designa por A y como se ve es igual al radio del círculo descrito por el móvil de referencia.

Volviendo a la figura 2 observamos que aun cuando P emplea el mismo tiempo en ir de 1 a 2 que en ir de 2 a 3 o de 3 a 4 etc., los espacios recorridos en estos tiempos iguales son tanto mayores cuanto más próximo a su posición de equilibrio se encuentra el móvil. Concluimos pues que *en el m.a.s. la velocidad del móvil es tanto mayor cuanto más lejos se encuentra el móvil de los extremos de su trayectoria siendo nula en estos puntos y máxima en el centro.*

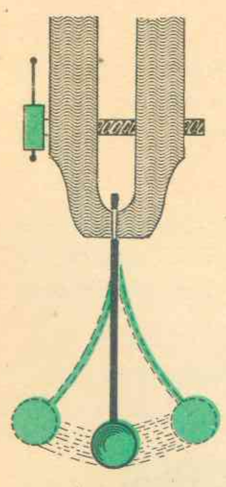


Fig. 4. M. A. S. de una varilla elástica.

Por consiguiente, mientras el móvil va de B a O (fig. 3) su movimiento es acelerado ya que su velocidad va en aumento por acercarse al centro, es retardado mientras va de O a A por alejarse del centro, vuelve a ser acelerado mientras va de A a O y de nuevo retardado desde O a B. Resumiendo pues *en el m.a.s.* el movimiento es acelerado siempre que el móvil se dirige hacia el centro o posición de equilibrio y retardado siempre que se aleja de ella.

En la naturaleza encontramos el m.a s. a cada paso. Si por ejemplo, tenemos una lámina delgada de acero con un extremo C fijo (fig. 4) y en el otro extremo un cuerpo O de gran masa y desplazamos este cuerpo hasta una posición B soltándolo después, observaremos que comienza a vibrar con m.a.s. entre B y una posición A simétrica con relación a O. En este caso la amplitud OB depende del desplazamiento inicial.

6. ELONGACION, VELOCIDAD, ACELERACION, FUERZA Y ENERGIA EN EL M. A. S.

Es posible expresar el valor de la elongación en el m.a.s. en función del tiempo mediante las expresiones:

$$x = A \operatorname{sen} \omega t \quad \text{o} \quad x = A \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{T} \tag{2}$$

donde A es la amplitud, t el tiempo transcurrido desde que el móvil pasó por O en sentido positivo, o sea la fase, T el período y ω la velocidad angular del móvil de referencia. La segunda expresión se obtiene de la primera recordando que $\omega = 2\pi/T$.

La velocidad y la aceleración en el m.a.s. están dadas por las expresiones:

$$v = A\omega \cos \omega t \quad \text{o} \quad v = A\omega \cos \frac{2\pi t}{T} \tag{3}$$

$$a = -A\omega^2 \operatorname{sen} \omega t \quad \text{o} \quad a = -A\omega^2 \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{T} \tag{4}$$

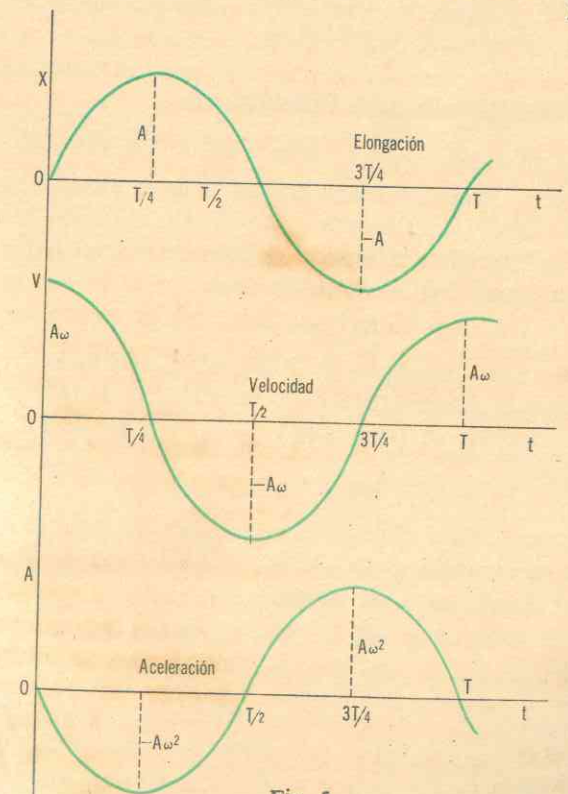


Fig. 5.

La elongación, la velocidad y la aceleración se han representado gráficamente en la fig. 5.

Comparando (4) con (2) se observa que $a = -\omega^2 x$. Luego la fuerza que produce el m.a.s. es:

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx, \quad \text{donde } k = m\omega^2 \tag{5}$$

es decir, que para producir un m.a.s. se requiere una fuerza proporcional a la elongación y dirigida siempre hacia la posición de equilibrio, como lo indica el signo menos. Este resultado es tan importante que sirve también para definir dinámicamente el m.a.s.

La energía cinética está dada por:

$$E_c = \tfrac{1}{2} mv^2 = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t$$

Puede probarse que la energía potencial es:

$$E_p = \tfrac{1}{2} m\omega^2 x^2 = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2 \operatorname{sen}^2 \omega t$$

de modo que la energía total del m.a.s. es:

$$E = E_c + E_p = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2 \qquad \text{(constante)}$$

y por consiguiente, el sistema es conservativo, ya que la energía total permanece constante durante el movimiento. Obsérvese que la energía es proporcional al cuadrado de la amplitud.

7. DEMOSTRACION DE LAS FORMULAS

A continuación indicaremos cómo obtener las fórmulas anteriores.

ELONGACION. Para obtener la expresión de la elongación consideremos el triángulo OPQ (fig. 3) donde $x = OP$. En el tiempo que P recorre la distancia OP, el móvil de referencia Q describe el arco DQ y por tanto, $\theta = \omega t$. Luego, como $OQ = A$, resulta que:

$$x = OP = OQ \operatorname{sen} \theta = A \operatorname{sen} \omega t.$$

VELOCIDAD. La velocidad v de P (fig. 6) se obtiene hallando la componente paralela a la dirección AB de la velocidad v' de Q. Por tratarse de un movimiento circular se tiene que $v' = \omega \times OQ = \omega A$ pues $OQ = OB = A$. Luego:

$$v = v' \cos \theta = \omega A \cos \omega t.$$

ACELERACION. Para obtener la aceleración se sigue el mismo procedimiento. La aceleración a' de Q (fig. 7), es su aceleración centrípeta. Luego $a' = \omega^2 \times OQ = \omega^2 A$. Luego:

$$a = -a' \operatorname{sen} \theta = -\omega^2 A \operatorname{sen} \omega t$$

donde el signo negativo se debe a la dirección de a.

ENERGIA POTENCIAL. La energía potencial en un punto P de elongación x se mide por el trabajo requerido para llevar la partícula desde la posición de equilibrio O hasta P. Este trabajo es $T = \bar{F}x$, donde $\bar{F}$ es la fuerza media

y x el espacio recorrido. La fuerza en O es cero y la fuerza en P es $m\omega^2 x$, como se demostró en (5). Luego:

$$\bar{F} = \tfrac{1}{2}(O + m\omega^2 x) = \tfrac{1}{2} m\omega^2 x$$

y por tanto: $E_p = T = \bar{F}x = (\tfrac{1}{2} m\omega^2 x)\, x = \tfrac{1}{2} m\omega^2 x^2$ o también:

$$E_p = \tfrac{1}{2} m\omega^2 A^2 \operatorname{sen}^2 \omega t$$

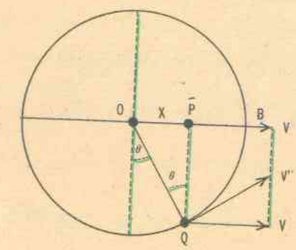


Fig. 6.

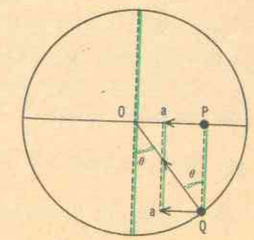


Fig. 7.

8. PENDULO SIMPLE

El péndulo simple consiste en una masa de dimensiones muy pequeñas, o sea, una partícula suspendida de un punto fijo mediante un hilo inextensible y de peso despreciable, (fig. 8).

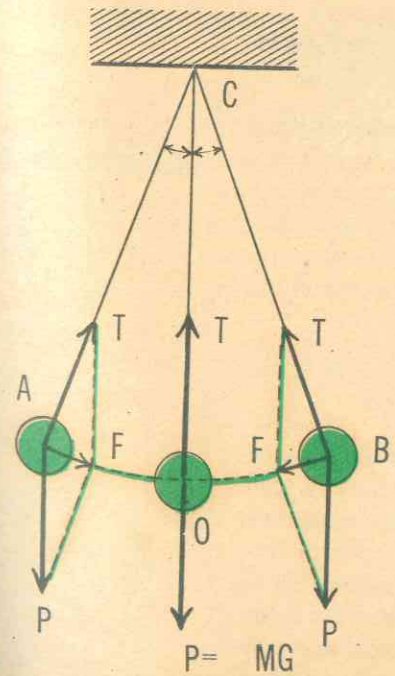


Fig. 8.

El péndulo se encuentra en equilibrio cuando el hilo CO está vertical. Si el péndulo se desplaza hasta B, de modo que el hilo forme el ángulo α con la vertical y se deja libre, comienza a oscilar entre B y una posición simétrica A, al otro lado de la vertical bajo la acción combinada de su peso P y la tensión T del hilo, que producen una resultante F.

La *elongación* en el péndulo simple se mide por el ángulo que el hilo del péndulo forma con la vertical en un momento cualquiera. La *amplitud del péndulo es el mayor ángulo que se separa a uno u otro lado de la vertical.* Es el ángulo α en la fig. 8. Puede probarse que el péndulo está animado de m.a.s. solamente cuando su amplitud es pequeña, es decir inferior a unos 5°.

9. FORMULA Y LEYES DEL PENDULO SIMPLE

Si l es la longitud del péndulo, se demuestra que en el caso de oscilaciones de pequeña amplitud su período T está dado por la fórmula:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{6}$$

donde, como siempre, g designa la aceleración de la gravedad.

De la fórmula anterior se desprenden las siguientes leyes:

El período del péndulo simple es:

1) *directamente proporcional a la raíz cuadrada de su longitud.*

2) *inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la aceleración de la gravedad.*

3) *independiente de la masa del péndulo.*

4) *independiente de la amplitud mientras sea pequeña.*

La primera ley se comprueba comparando los períodos de varios péndulos de longitudes diferentes por ejemplo L, $4L$, $9L$, etc., (fig. 9); se encuentra entonces que los períodos respectivos resultan ser T, $2T$, $3T$, etc.

La segunda ley es más difícil de verificar porque es necesario transportar el péndulo de un lugar a otro de la Tierra donde la gravedad sea diferente puesto que uno no puede modificar a voluntad la gravedad. Fue descubierta en 1671 por Richtier al observar que el período de un péndulo cambiaba al transportarlo de París a Cayena o a la inversa.

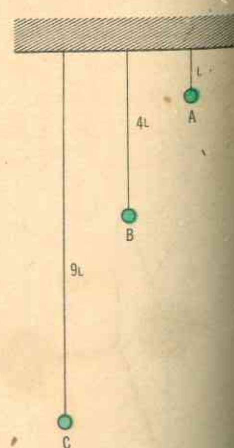


Fig. 9.

La tercera ley es una consecuencia de la ausencia de la masa en la fórmula (6).

La cuarta ley es también consecuencia de la ausencia de la amplitud en la fórmula del período y suele llamarse *ley del isocronismo* (Griego, isos: igual, cronos: tiempo). Fue descubierta en 1583 por Galileo al observar que el período de las oscilaciones de las lámparas de la Catedral de Pisa que se movían al encenderlas, no cambiaba al ir disminuyendo su amplitud a medida que se amortiguaba su movimiento. Galileo descubrió también la primera y la tercera ley años más tarde.

Un péndulo *bate segundos* cuando tarda un segundo en dar una oscilación sencilla y por tanto, tiene un período de dos segundos.

Ejemplo 1: Calcular el período de oscilación de un péndulo de 2 m. de largo en un lugar de la tierra donde la gravedad es 9.80 m./seg.

$l = 2$ m., $\quad g = 9.80$ m./seg.²

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{2 \text{ m.}}{9.8 \text{ m./seg.}^2}} = 2.84 \text{ seg.}$$

Ejemplo 2: Calcular la longitud del péndulo que bate segundos en Bogotá.

$l = x$, $\quad g = 978$ cm./seg.², $\quad T = 2$ seg.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \therefore \quad T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \quad \therefore$$

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{978 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2} \times 4 \text{ seg.}^2}{4\pi^2} = 98.2 \text{ cm.}$$

10. DEDUCCION DE LA FORMULA DE PENDULO SIMPLE

En el No. 5 vimos que la fuerza que produce el movimiento armónico simple es:

$$F = -m\omega^2 x$$

En el caso de un péndulo la fuerza responsable del movimiento oscilatorio es, (fig. 10):

$$F = -mg \text{ sen } \theta$$

Ahora bien; si la amplitud es pequeña podemos substituír sen θ por θ medido en radianes, o sea: $\theta = x/l$.

Luego:

$$\text{sen } \theta = \theta = \frac{x}{l}$$

Por tanto:

$$F = -\frac{mgx}{l}$$

Comparando las dos expresiones para la fuerza:

$$m\omega^2 = \frac{mg}{l} \quad \therefore \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

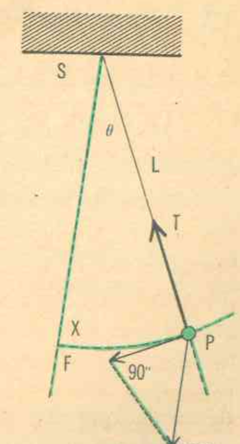


Fig. 10.

11. PENDULO COMPUESTO

Es un cuerpo cualquiera que puede oscilar libremente alrededor de un eje horizontal, bajo la acción de la gravedad. Los péndulos compuestos son los que existen en la realidad porque el péndulo simple es una ficción matemática irrealizable en la práctica por las condiciones exigidas.

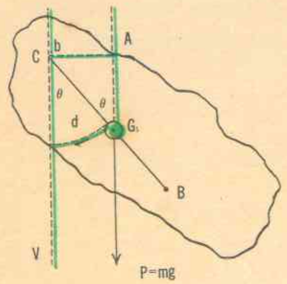


Fig. 11.
Péndulo compuesto.

El eje C (fig. 11) alrededor del cual gira se llama *eje de suspensión*. En la fig. 11, *G es el centro* de gravedad del péndulo. El período de un péndulo compuesto está dado por una expresión muy compleja que no explicaremos y depende esencialmente de su forma geométrica.

Se llama *péndulo simple sincrónico* de uno compuesto al péndulo simple que tiene el *mismo período* que el compuesto. Si prolongamos la recta CG de modo que se tenga $CB = l =$ longitud del péndulo sincrónico, un eje paralelo al de suspensión pasando por B recibe el nombre de *eje de oscilación.*

Puede probarse teóricamente y comprobarse experimentalmente que *si el péndulo compuesto se suspende por su eje de oscilación, su período es el mismo que cuando estaba suspendido de su eje de suspensión.* Este resultado, de gran importancia, se conoce con el nombre de *teorema de la reversibilidad* de los ejes de un péndulo compuesto.

12. APLICACIONES DEL PENDULO

Citaremos solamente las más importantes:

1) *Para la medida del tiempo en los relojes* ya que la constancia de su período permite controlar el movimiento de las agujas. En la mayoría de los relojes modernos, el péndulo ha sido substituído por un muelle.

2) *Para la medida de la aceleración de la gravedad.* Despejando g en (6) obtenemos:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \qquad (7)$$

de modo que midiendo la longitud l de un péndulo y determinando experimentalmente su período, puede calcularse fácilmente la gravedad g.

En la práctica lo que se emplea es un péndulo compuesto reversible.

3) *Para demostrar la rotación de la Tierra.* Cuando un péndulo oscila lo hace siempre en un plano fijo llamado *plano de oscilación.* Luego si la Tierra no girara, un péndulo suspendido en cualquier lugar de su superficie oscilaría en un plano fijo. Sin embargo, si hacemos la experiencia observaremos que su plano de oscilación gira con relación a la Tierra en el sentido N a E en el hemisferio Norte y de E a N en el Sur. Esto se explica solamente si la Tierra gira en sentido contrario, permaneciendo fijo en el espacio el plano de oscilación del péndulo.

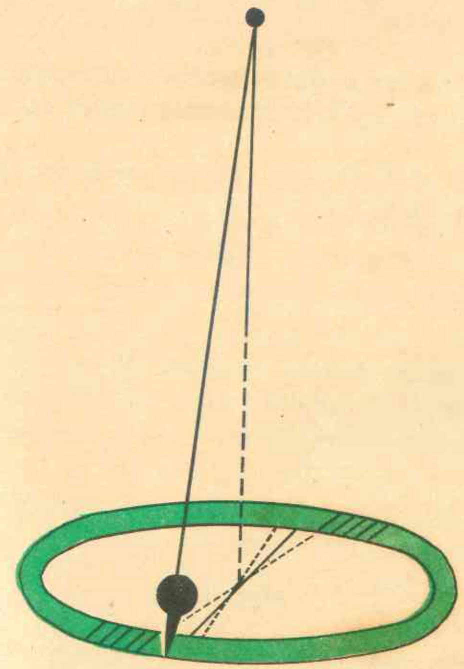


Fig. 12. Experiencia de Foucault.

Es famosa la experiencia realizada por Foucault en 1851 con el objeto de verificar lo dicho anteriormente. Para ello suspendió del centro de la cúpula del Panteón de los Inválidos de París un péndulo de 67 m. de longitud observando que su plano de oscilación giraba con relación a la Tierra un ángulo de 11° 15' cada hora, (fig. 12).

13. VIBRACIONES DE UN MUELLE ELASTICO

Consideremos un cuerpo de masa m, que puede moverse sobre un plano horizontal DE (fig. 13), y está unido al punto fijo A mediante el

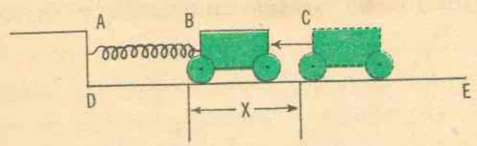


Fig. 13.

muelle AB. Si desplazamos el cuerpo hasta C estirando el muelle la longitud $BC = x$, éste ejerce sobre el cuerpo una fuerza F opuesta al desplazamiento y proporcional a la deformación x de modo que si lo dejamos libre comienza a oscilar con m.a.s. El período de su movimiento está dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \tag{8}$$

donde k representa la fuerza que es necesario ejercer para estirar el muelle la unidad de longitud y se llama constante elástica del muelle.

Demostración de la fórmula: De (5) vemos que la fuerza que produce el m.a.s. está dada por:

$$F = -m\omega^2 x = -kx$$

Luego:

$$m\omega^2 = k \quad \therefore \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Por tanto:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

PREGUNTAS

1. ¿En qué parte de la trayectoria la velocidad es mayor en un m.a.s.?
2. ¿En qué parte la aceleración es mayor?
3. ¿Qué tipo de fuerza se requiere para producir un m.a.s.?
4. ¿Permanece constante la energía total en un m.a.s.?
5. ¿Donde es mayor su E. C.? ¿La E. P.?
6. Un péndulo está ajustado para dar correctamente el tiempo en un reloj. ¿Se atrasará o adelantará el reloj si el péndulo (*a*) se alarga, (*b*) se acorta?
7. ¿Qué le ocurrirá al péndulo anterior si habiendo sido ajustado al nivel del mar en un lugar a 45° de latitud se lleva (*a*) a lo alto de una montaña, (*b*) a lo bajo de una mina, (*c*) al Ecuador, (*d*) al polo?

PROBLEMAS

A

1. Una rueda de 30 cm. de radio provista de un manubrio en su borde gira con su eje horizontal a razón de 0.5 rev./seg. Suponiendo que los rayos del sol caen verticalmente sobre la tierra, la sombra del manubrio está animada de m.a.s. Hallar (*a*) el periodo del movimiento de dicha sombra, (*b*) su frecuencia, (*c*) su amplitud. *R.* 2 seg., 0.5 vib./seg., 30 cm.
2. Una partícula está animada de m.a.s. con una amplitud de 10 cm. y un período de 2 seg. Construir una tabla indicando los valores de la elongación, la velocidad y la aceleración en los instantes siguientes: $t = O$, $T/8$, $T/4$, $3T/8$, $T/2$, $5T/8$, $3T/4$, $7T/8$ y T. Construir después los gráficos de la elongación, la velocidad y la aceleración.
3. Calcular en cada uno de los instantes señalados en el problema anterior los valores de la E. C. y de la E. P. si tiene una masa de 5 g. Observar que su suma permanece constante. Representar gráficamente la E. C. y la E. P. del móvil en cada instante y comparar los gráficos resultantes con el de la elongación en el problema anterior. ¿Qué conclusión saca?
4. Una partícula de masa 10 g. animada de m.a.s. con una amplitud igual a 1.5 cm. vibra 100 veces por segundo. Calcular (*a*) su elongación, (*b*) su velocidad, (*c*) su aceleración, (*d*) su fase, (*e*) la fuerza cuando el tiempo es $T/12$. *R.* 815 cm./seg., 296,070 cm./seg.², 30° 29.607 newt.
5. Una partícula situada en el extremo de una diapasón pasa por la posición de equilibrio con una velocidad de 188.4 cm./seg. Si la amplitud es 1 mm., ¿cuál es la frecuencia y el período del diapasón? *R.* 300/seg., 0.0033 seg.
6. Una partícula de una cuerda vibrante vibra con un m.a.s. de 2 mm. de amplitud. Su aceleración en los extremos de la trayectoria es de 78.96×10^3 cm./seg.² Calcular la frecuencia de su movimiento y su velocidad cuando atraviesa la posición de equilibrio y cuando su elongación es 1.2 mm. *R.* 100/seg., 125.8 cm./seg., 101 cm./seg.
7. Un cuerpo vibra con una frecuencia de 100 vibraciones/seg. y una amplitud de 3 mm. Calcular su velocidad y su aceleración en el centro y en los extremos de su trayectoria. *R.* 188.7 cm./seg., 118,440 cm./seg².
8. La aguja de una máquina de coser está animada prácticamente de m.a.s. con una amplitud de 0.3 cm. y una frecuencia de 600 vibraciones por minuto. ¿Cuál es su elongación, su velocidad y su aceleración

1/60 seg. después de pasar por el centro de su trayectoria (*a*) en sentido positivo, (*b*) en sentido negativo? *R.* 0.2598 cm., 9.42 cm./seg., 1,026.5 cm./seg.^{2}

B

9. Un péndulo tiene una longitud de 2 m. ¿Cuál es su período en un lugar donde g = 980 cm./seg.^{2}? *R.* 2.82 seg.
10. ¿Qué longitud debe tener un péndulo para que su período sea igual a 0.5 seg. si g = 980 cm./seg.^{2}? *R.* 6.1 cm.
11. ¿Cuál es la longitud del péndulo que bate segundos (*a*) en París, (*b*) en La Habana, (*c*) en el Ecuador? *R.* (*a*) 99.3 cm.
12. Un péndulo tiene un período de 3 seg. ¿Cuál será su período si su longitud aumenta en un 60%? *R.* 3.79 seg.
13. ¿Cuánto debe variarse la longitud de un péndulo para que su período se haga 20% menor? *R.* Un 36% menor.
14. Si un péndulo diseñado para batir segundos en un lugar donde g = 980 cm./seg.^{2} se hace 1 mm. más largo de lo debido, ¿qué atraso experimentará en un día el reloj al cual está unido? *R.* 43.2 seg.
15. El reloj de péndulo de Jean Richtier experimentó un atraso de 2½ minutos por día en Guayana. Si en París g = 9.8 m./seg.^{2}, ¿Cuál es el valor de la gravedad en Guayana? *R.* 9.76 m./seg^2.
16. ¿Cuál es el valor de la gravedad en un lugar donde el péndulo que bate segundos tiene una longitud de 10 cm.? *R.* 9.86 m./seg.^{2}
17. ¿Qué atraso experimentaría en un día un reloj que empleara el péndulo anterior en un lugar donde la gravedad es 9.79 m./seg.^{2}? ¿Cuál debería ser la longitud del péndulo en ese lugar para que el reloj marcara el tiempo correctamente? *R.* 12 min., 14 seg., 99.3 cm.
18. Un péndulo da 100 oscilaciones dobles en 2 minutos. Si la aceleración de la gravedad es 980 cm./seg.^{2}, calcular su longitud. *R.* 0.35 m.
19. ¿Cuántas oscilaciones sencillas dará en 10 minutos un péndulo de 1.2 m. de largo, colocado en un lugar donde la gravedad es 980 cm./seg.^{2}? *R.* 547.9.

capítulo 15 Fuerzas intermoleculares

1. ADHESION Y COHESION

El hecho de que todos los cuerpos sean agregados de moléculas indica que entre las moléculas se ejercen fuerzas que las mantienen unidas. En los sólidos, esas fuerzas son muy intensas. En los líquidos las fuerzas intermoleculares son también intensas, pero están contrarrestadas en parte, por la mayor energía cinética de las moléculas, que les confiere más movilidad. En los gases, por el contrario, las fuerzas intermoleculares son muy débiles y predomina la agitación molecular.

La interacción molecular producida entre moléculas de una misma clase recibe el nombre genérico de *cohesión*. Además, existen fuerzas entre moléculas diferentes químicamente, como lo indica el hecho de que al mojar un cuerpo con agua, esta queda en parte adherida a su superficie. Igualmente los *adhesivos* o substancias usadas para unir dos superficies, como las colas y resinas, se caracterizan por las intensas fuerzas entre sus moléculas y las de los cuerpos a los cuales se adhieren. Las fuerzas entre moléculas de distinta clase reciben el nombre genérico de *adhesión*.

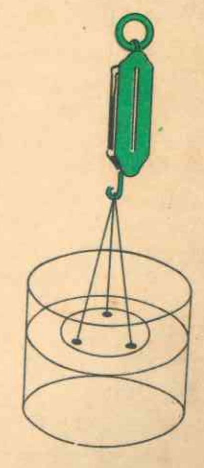


Fig. 1. Adhesión.

La adhesión puede ponerse de manifiesto mediante experiencias muy simples. Dos láminas de vidrio puestas en contacto de modo que sus superficies comunes se hayan humedecido previamente son muy difíciles de separar requiriéndose algunas veces fuerzas muy grandes. Igualmente si se suspende un disco de vidrio de un dinamómetro (fig. 1) y se pone su superficie inferior en contacto con agua se observa que es necesario ejercer una fuerza mayor que el peso del disco para separarlo del agua y que al elevarlo, el agua se queda adherida al disco. Una gota de agua puede estar en equilibrio en la parte inferior de una superficie horizontal pintada o barnizada desafiando aparentemente la gravedad. Igualmente la adhesión desempeña el papel principal en las soldaduras, en la unión de ladrillos mediante el cemento, de piezas de madera mediante cola, etc.

2. CARACTERISTICAS DE LAS FUERZAS INTERMOLECULARES

Los átomos y moléculas son estructuras complicadas, formadas por partículas cargadas eléctricamente y por tanto entre ellos se ejercen fuerzas

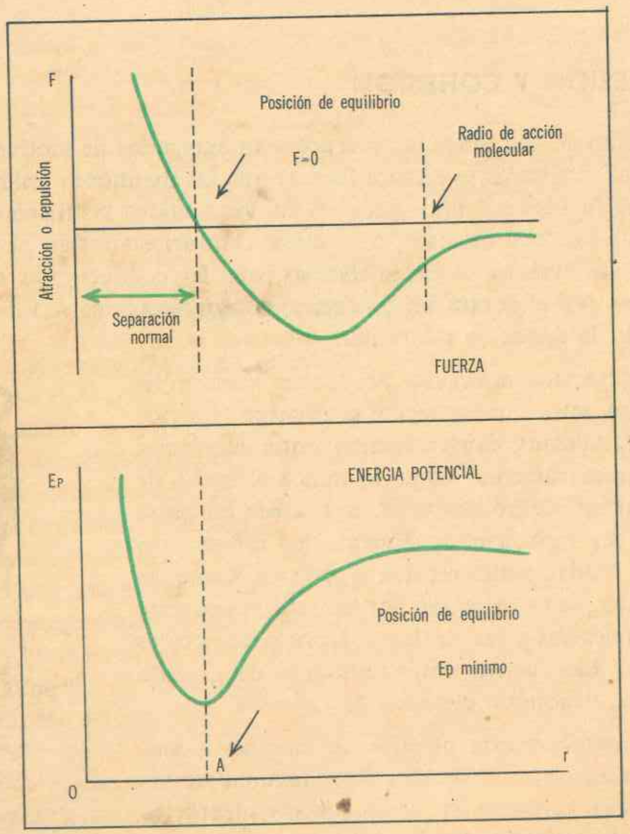


Figura 2

intensas, como acabamos de explicar. Estas fuerzas son las que dan lugar a que varios átomos se unan para formar una molécula o varias moléculas se junten para formar un cuerpo.

Las fuerzas intermoleculares son de *corto alcance*, es decir, solo son apreciables cuando las moléculas (o los átomos) están muy próximos. A medida que las moléculas se aproximan, la fuerza de atracción aumenta, adquiriendo su valor máximo a una distancia del orden de 10^{-7} cm. y que se llama *radio de acción molecular*.

Si las moléculas continúan aproximándose, la fuerza de atracción disminuye, acumulándose a cierta distancia llamada *posición de equilibrio*. Si la distancia entre las moléculas disminuye aún más, la fuerza se hace repulsiva. Por tanto, las moléculas tienden a quedar separadas a una distancia fija. De este modo, se explica que toda la materia no se condense en una masa compacta, como sucedería si las fuerzas fueran siempre atractivas.

En la fig. 2 se ha ilustrado la forma en que varían la fuerza y la energía potencial entre dos moléculas a medida que la distancia r entre ellas varía. Una fuerza negativa significa atracción y una positiva repulsión.

La separación de las moléculas en los sólidos y líquidos es del orden de la separación de equilibrio OA, pero en los gases es mucho mayor, del orden de 10 veces la separación de equilibrio y corresponde a la región de la extrema derecha, en la que la fuerza es insignificante.

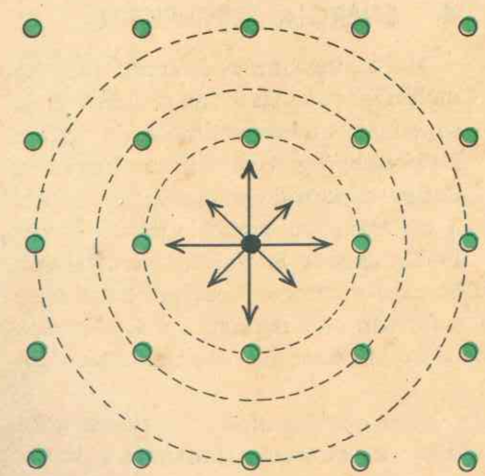


Fig. 3

3. SOLIDOS Y LIQUIDOS

Hemos indicado que las fuerzas intermoleculares son especialmente intensas en los sólidos. Consideremos un sólido con una estructura cristalina cúbica, o sea que las moléculas ocupan respectivamente los centros de un cubo, y para mayor sencillez representemos el sólido por las moléculas en un plano, (fig. 3). Concentrando nuestra atención sobre la molécula que se encuentra en el centro, representada por un círculo negro, sus vecinas más próximas se encuentran sobre la esfera 1.

Las siguientes sobre la 2 y así sucesivamente. Dada la característica de las fuerzas intermoleculares, la mayor interacción es con las moléculas situadas en la esfera 1, disminuyendo para las moléculas en las esferas sucesivas. Debido a la distribución simétrica regular de las moléculas, la fuerza resultante sobre la molécula en el centro es nula y por tanto, está en equilibrio.

Si por algún motivo la molécula se desplaza la distancia x de su posición de equilibrio, la simetría desaparece y la molécula queda sometida a una fuerza resultante F que trata de llevarla nuevamente a la posición de equilibrio. Para desplazamientos pequeños la fuerza F es proporcional a x. Luego, por lo estudiado en el Cap. XIV, la molécula estará animada de movimiento oscilatorio armónico simple.

Como veremos en el Cap. XX, las moléculas de todos los cuerpos poseen cierta energía cinética y por tanto, en un sólido las moléculas están continuamente vibrando alrededor de sus posiciones de equilibrio.

La situación es del todo similar en los líquidos, pero en este caso debido a la movilidad de las moléculas, no hay una estructura regular. El equilibrio se produce más bien como un resultado estadístico, o sea, calculando el promedio de las acciones ejercidas por las moléculas circundantes. Trazando alrededor de una molécula, como 1 en la fig. 4, una esfera de radio igual al radio de acción molecular, (fig. 4), vemos que la molécula está atraída por igual en todas direcciones y por tanto se encuentra en equilibrio.

4. ENERGIA SUPERFICIAL

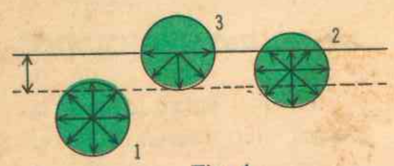


Fig. 4

La situación es diferente para las moléculas situadas a una distancia de la superficie inferior al radio de acción molecular, (fig. 4). Como se observa en la figura, aquellas moléculas como 2 y 3 no están en condiciones simétricas predominando las fuerzas de atracción que tienden a arrastrar la molécula hacia el interior del cuerpo. En el caso de un sólido, en el que las moléculas forman una estructura más o menos rígida, la única consecuencia es que el sólido tiene una superficie bien definida.

Pero en el caso de un líquido, en el que las moléculas tienen gran movilidad, el resultado es que el número de moléculas próximas a la superficie tiende a disminuír.

Por consiguiente, *todo líquido tiende a que su superficie libre sea lo más pequeña posible, es decir, un mínimo.* En otras palabras, la superficie de un líquido tiende a contraerse presentando así la misma tendencia que una membrana elástica en tensión.

Todas las moléculas que se encuentran a una distancia de la superficie libre inferior al radio de acción, poseen cierta energía potencial adicional. Esa energía potencial se adquiere en la siguiente forma: una molécula que procedente del interior del líquido llega a esta zona animada de cierta velocidad, queda instantáneamente sometida a una fuerza que va disminuyendo gradualmente su velocidad en dirección perpendicular a la superficie, lo que trae consigo una pérdida de energía cinética que se va almacenando en forma de energía potencial. Ahora bien, la *Energía potencial superficial* de un líquido es proporcional al área de su superficie y como todo sistema en equilibrio tiende a que su energía potencial sea un mínimo, concluímos que el líquido tiende a que su superficie sea la menor posible.

Como para un volumen determinado la figura geométrica que tiene menor área es la esfera, un líquido tiende siempre a que su superficie libre sea esférica. Por ejemplo, si en una solución de alcohol en agua que tenga la misma densidad que el aceite de oliva se introduce mediante una pipeta una gota de este líquido, se observa que adopta la forma esférica.

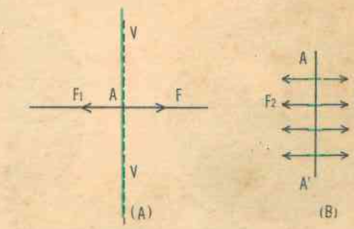


Fig. 5

5. TENSION SUPERFICIAL

Es la energía potencial de la superficie del líquido por unidad de área. Para medirla basta con determinar el trabajo que es necesario realizar para aumentar en una unidad el área de la superficie libre del líquido.

La tensión superficial tiene además otra interpretación de gran importancia, la cual es de mucha utilidad en la resolución de problemas. Para esto, supongamos que se traza un plano vertical vv', perpendicular por consiguiente a la superficie libre de un líquido en equilibrio [fig. 5(a)].

Dicho plano intersecta la superficie libre a lo largo de una línea AA' [fig. 5(b)]. Debido a la tendencia de la superficie a contraerse, la parte de la misma que queda a la derecha de VV' ejerce sobre la que está a la izquierda una fuerza de tracción F_1 tangente a la superficie, y recíprocamente, la parte que queda a la izquierda, ejerce sobre la que está a la derecha una fuerza igual y contraria F_2. Resulta claro de lo dicho que si en la superficie de un líquido se traza una línea imaginaria, todos los puntos de la misma están sometidos a dos fuerzas tangentes a la superficie, iguales y contrarias y debidas a la tracción ejercida por la superficie líquida que queda a cada lado de la línea.

La fuerza de tracción por unidad de longitud sobre un segmento rectilíneo situado en la superficie del líquido se llama también TENSION SUPERFICIAL.

Si sobre un segmento tal como AA', de longitud l se ejerce hacia la derecha o hacia la izquierda la fuerza $F = F_1 = F_2$, la tensión superficial es:

$$T = \frac{F}{l} \frac{\text{dina}}{\text{cm.}} \qquad (1)$$

Dimensionalmente puede verificarse que las dos definiciones de tensión superficial son equivalentes. En efecto:

$$T = \frac{\text{fuerza}}{\text{longitud}} = \frac{\text{dina}}{\text{cm.}} = \frac{\text{dina} \times \text{cm.}}{\text{cm.}^2} = \frac{\text{erg}}{\text{cm.}^2} = \frac{\text{energía}}{\text{área}}$$

Una experiencia que prueba que la tensión superficial se puede considerar como una fuerza, es la siguiente: se dobla un alambre en forma de aro y se introduce en una solución jabonosa, hasta formar una película de la solución [fig. 6(a)]. Se dispone un hilo que flote en la película y se rompe ésta en el interior del lazo formado por el hilo, observándose que adquiere inmediatamente la forma circular al contraerse la superficie líquida. Esto revela que la superficie ejerce sobre el hilo fuerzas perpendiculares a éste e iguales en todas direcciones, pues sólo así puede quedar en equilibrio con una configuración circular. (La fuerza perpendicular al hilo medida por unidad de longitud da el valor de la tensión superficial). Así mismo una aguja engrasada flota en agua, a pesar de ser más densa (fig. 7), porque al deprimir ligeramente la superficie, da lugar a dos fuerzas tangentes a la superficie, oblicuas e iguales a $F = Tl$ (l es la longitud de la aguja). La resultante de estas dos fuerzas que es vertical hacia arriba, sumada con el empuje, contrarresta el peso de la aguja.

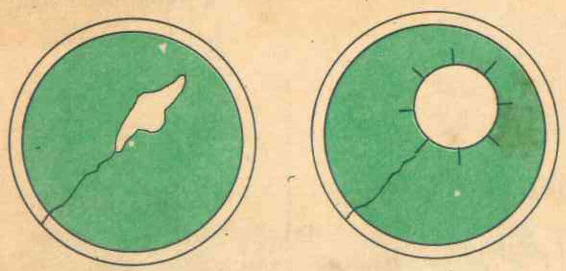


Fig. 6

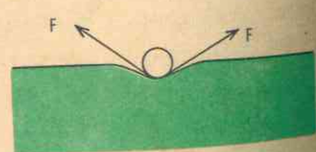


Fig. 7

Ejemplo 1: En un experimento semejante al indicado en la figura 6 se empleó un alambre de platino de 15 cm. de longitud para determinar la tensión superficial del agua a 25°C. ¿Cuál fue el valor de F?

$$l = 15 \text{ cm.}, \quad T = 72.75 \text{ dinas/cm.}$$

$$F = 2lT = 2 \times 72.75 \frac{\text{dina}}{\text{cm.}} \times 15 \text{ cm.} = 2{,}182.5 \text{ dinas.}$$

6. FENOMENOS CAPILARES

Son los fenómenos que ocurren en las regiones donde un líquido está en contacto con un sólido y se deben a la acción combinada de la cohesión y la adhesión. Estos fenómenos se denominan capilares (latín, *capellus:* cabello) porque se hacen más patentes en los tubos de muy pequeño diámetro, llamados *tubos capilares.*

Por ejemplo, cuando un líquido *moja* las paredes del recipiente que lo contiene como ocurre con el agua y el vidrio, se observa que la superficie libre del líquido en las regiones en contacto con las paredes presenta una *elevación* [fig. 8(a)], mientras que si *no moja* las paredes, que es el caso del mercurio y el vidrio, se observa una *depresión* [fig. 8(b)]

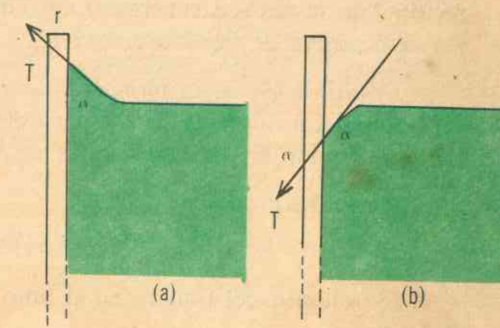


Fig. 8

El ángulo α que la tangente a la superficie libre del líquido forma con la pared, medido en cada caso en la forma indicada en la figura, se llama *ángulo de contacto.* Es agudo cuando el líquido moja al sólido, obtuso si no lo moja. El líquido moja al sólido perfectamente cuando el ángulo de contacto es de 0° y la superficie libre es tangente a la pared.

Esta elevación o depresión es aún más marcada cuando se trata de tubos capilares (diámetro inferior a 2 mm.). Si uno de estos tubos capilares se introduce en la superficie de un líquido que lo moje, como el agua con el vidrio, se observa que el líquido se *eleva* por el interior del mismo hasta alcanzar una altura de equilibrio tanto mayor cuanto menor es el radio del tubo. Si el líquido no moja al tubo como ocurre con el mercurio y el vidrio, el líquido *desciende* en el interior del tubo una profundidad tanto mayor cuanto más delgado es el tubo, (figuras 9 y 10).

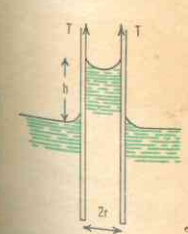


Fig. 9

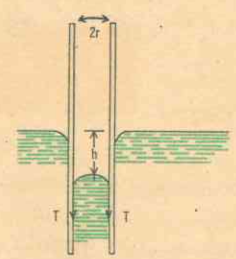


Fig. 10

La superficie libre del líquido en el interior del tubo recibe el nombre de MENISCO. Cuando el líquido asciende el menisco es *cóncavo* y cuando desciende es *convexo.*

Suponiendo que la superficie del menisco sea tangente a las paredes del tubo (ángulo de contacto igual a 0°) puede probarse que la distancia que asciende o desciende el líquido es:

$$h = \frac{2T}{rdg} \tag{3}$$

donde T es la tensión superficial en dina/cm., r el radio del tubo en cm. y d la densidad de líquido en g./cm.³ La altura h viene dada en cm.

Demostración de la fórmula: Si r es el radio del tubo, la longitud del borde del menisco es $2\pi r$ y por tanto, la fuerza hacia arriba actuando sobre el líquido en el tubo capilar es,

fuerza hacia arriba:

$$T \times (2\pi r) = 2\pi r T$$

El volumen del líquido en el tubo es $\pi r^2 h$ y su peso o fuerza hacia abajo es,

fuerza hacia abajo:

$$\text{volumen} \times \text{densidad} \times g = (\pi r^2 h)\, dg$$

El equilibrio resulta cuando las dos fuerzas son iguales, o sea:

$$\pi r^2 h d g = 2\pi r T \quad \text{o} \quad h = \frac{2T}{rdg}$$

Ejemplo 1: ¿Qué altura subirá el agua en un tubo capilar de 0.8 mm. de radio? Temperatura del agua: 20°C.

$$T = 72.75 \text{ dinas/cm.}, \quad r = 0.8 \text{ mm.} = 0.08 \text{ cm.}, \quad d = 1 \text{ g./cm.}^3$$

$$h = \frac{2T}{rdg} = \frac{2 \times 72.75 \text{ dina/cm.}}{0.08 \text{ cm.} \times 1 \text{ g./cm.}^3 \times 980 \text{ cm./seg.}^2} = 1.86 \text{ cm.}$$

7. UNIDAD DE MASA ATOMICA

En el No. 1 del Cap. II se indicó que la *masa atómica* M_A es la masa relativa de los elementos químicos cuando se le asigna al carbono el valor 12.000. La masa de un átomo de carbono ha sido medida con gran precisión, utilizando métodos que explicaremos más adelante. La *unidad de masa atómica* (u.m.a.), se define como 1/12 de la masa de un átomo de carbono, expresada en gramos. Su valor es:

$$1 \text{ u.m.a.} = 1.66 \times 10^{-24} \text{ g.}$$

Para obtener la masa en gramos de un átomo de cualquier otro elemento, se multiplica la u.m.a. por la masa atómica M_A del elemento. Así la masa de un átomo de oxígeno (masa atómica $M_A = 16.004$) es $1.66 \times 10^{-24} \times 16.004 = 2.657 \times 10^{-23}$ g.

Luego, en general:

$$\text{masa de un átomo} = 1.66 \times 10^{-24} \times M_A \text{ g.} \tag{4}$$

La *masa molecular* M_M es la suma de las masas atómicas de los átomos que componen una molécula. Así la masa molecular de una molécula de agua (H_2O) es:

$$\begin{aligned} M_M (H_2O) &= 2\, M_A (H) + M_A (O) = \\ &= 2 \times 1.008 + 16.004 = \\ &= 18.020. \end{aligned}$$

La masa de una molécula se calcula también por la regla:

$$\text{masa de una molécula} = 1.66 \times 10^{-24} \times M_M \text{ g.} \tag{5}$$

8. NUMERO DE AVOGADRO

Se llama *átomo-gramo* a una cantidad en gramos de un elemento igual a su masa atómica. O sea:

$$\text{átomo-gramo} = M_A \text{ g.}$$

Luego un átomo-gramo de oxígeno ($M_A = 16.004$) es igual a 16.004 g. Análogamente una *molécula-gramo* o mol es una cantidad en gramos igual a la masa molecular de una substancia, o sea:

$$\text{molécula-gramo o mol} = M_M \text{ g.}$$

Luego, un mol de agua ($M_M = 18.020$), es igual a 18.020 g.

El número N de moléculas (o de átomos) que una masa M de una substancia posee, se obtiene entonces por la expresión:

$$N = \frac{M}{1.66 \times 10^{-24} M_M} \tag{6}$$

pues hay que dividir la masa total por la masa de una molécula (o un átomo).

Se llama *Número de Avogadro* N_A al número de moléculas (o átomos) que hay en un mol (o en un átomo-gramo) de cualquier substancia. Es una constante universal válida para todas las substancias. Se obtiene haciendo $M = M_M$g., en la expresión anterior,

$$N_A = \frac{M_M}{1.66 \times 10^{-24} M_M} = \frac{1}{1.66 \times 10^{-24}} = 6.02 \times 10^{23} \text{ moléculas.}$$

9. ESTIMADO DE LA SEPARACION INTERMOLECULAR

Al comienzo de este capítulo indicamos el orden de magnitud del alcance de las fuerzas intermoleculares, que debe ser del mismo orden que la separación entre las moléculas. Ese orden de magnitud se obtiene de la siguiente forma: Consideremos nuevamente las moléculas ordenadas en

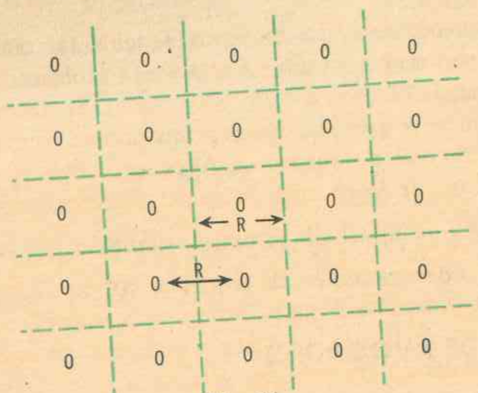


Fig. 11

una estructura cúbica. Podemos asignarle a cada molécula un espacio cúbico o celda de lado igual a la separación intermolecular r (fig. 11) Entonces el volumen asociado con cada molécula es r^3 y el volumen total será Nr^3. Si m es la masa de una molécula, la masa total es Nm. Luego la densidad del cuerpo es:

$$d = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{Nm}{Nr^3} = \frac{m}{r^3}$$

Luego:

$$r^3 = \frac{m}{d} = \frac{1.66 \times 10^{-24}\ M_M}{d}$$

Para el agua, por ejemplo, $M_M = 18.020$ y $d = 1.000$ g/cm³. Luego:

$$r^3 = \frac{1.66 \times 10^{-24} \times 18.020}{1.000} = 29.90 \times 10^{-24}$$

de donde $r = 3.1 \times 10^{-8}$ cm., o sea, entre 10^{-8} cm. y 10^{-7} cm. para la mayoría de los sólidos y los líquidos.

En los gases, cuya densidad es unas mil veces menor, la separación intermolecular es unas 10 veces mayor, o sea de 10^{-7} a 10^{-6} cm.

10. MAGNITUD DE LA INTERACCION MOLECULAR

En el Cap. XIII estudiamos que entre todos los cuerpos existe la interacción gravitatoria. Vamos a explorar ahora hasta qué punto esa interacción es responsable de la unión de los átomos para formar las moléculas y de las moléculas para formar los cuerpos.

Consideremos primero una molécula sencilla tal como la de hidrógeno. Se sabe que la energía para separar los dos átomos de hidrógeno que constituyen la molécula es igual a 4.24×10^{-12} ergs. Se determina, por ejemplo, midiendo la energía que se desprende cuando se forma un mol de hidrógeno y dividiendo por el número de Avogadro. Esta energía nos indica el orden de magnitud de la energía potencial de interacción entre los dos átomos.

Ahora bien, la separación de los dos átomos de hidrógeno es $r = 0.845 \times 10^{-8}$ cm. y la masa de cada átomo, aplicando (4) con $M_A = 1.008$, es $m = 1.673 \times 10^{-24}$ g. Luego, la energía potencial de interacción debida a la gravitación, aplicando (7) del Cap. XII, será:

$$E_p\,(\text{grav.}) = G\,\frac{m_1 m_2}{r} = 6.67 \times 10^{-8} \times \frac{\left(1.673 \times 10^{-24}\right)^2}{0.845 \times 10^{-8}} =$$

$$= 2.22 \times 10^{-47} \text{ ergs.}$$

mostrando que la energía potencial gravitatoria tiene un valor insignificante en comparación con la energía de interacción entre los dos átomos de hidrógeno. En consecuencia, la gravitación universal no puede ser la responsable de la formación de la molécula de hidrógeno.

Se obtiene un resultado similar si se calcula la energía de interacción de dos moléculas. Por ejemplo, en el caso del agua (o de cualquier otro líquido), es posible obtener un estimado midiendo la energía necesaria para vaporizar un mol de agua y dividiendo entre el número de Avogadro.

Concluímos pues, que *las fuerzas intermoleculares (e interatómicas) no son de origen gravitatorio*. Como estudiaremos más adelante, esas fuerzas son principalmente de origen eléctrico.

PREGUNTAS

1. ¿Cuál es la diferencia entre adhesión y cohesión? Cite algunos fenómenos en que estas fuerzas se ponen de manifiesto.
2. ¿Por qué cuando una lámina de vidrio se extrae del agua sale mojada, pero si se extrae del mercurio sale seca?

3. Cuando un pincel se introduce en agua los pelos se separan. Sin embargo, cuando el pincel se extrae forman un conjunto compacto. Explíquese el fenómeno.

4. ¿Cómo puede explicarse que ciertos insectos, más densos que el agua pueden caminar sobre la superficie libre de este líquido sin hundirse?

PROBLEMAS

A

1. ¿Qué fuerza ejerce la superficie del agua sobre cada lado de un palillo de 4 cm. de longitud que flota en este líquido? *R.* 287.6 dinas.

2. Un palillo de 4 cm. de longitud flota en el agua. La tensión superficial en un lado es de 50 dinas /cm., pero en el otro lado la adición de alcanfor ha reducido la tensión superficial a 40 dinas /cm. Hallar la fuerza resultante sobre el palillo. *R.* 40 dinas.

3. La tensión superficial de un líquido es de 65 dinas /cm. ¿Qué fuerza será necesaria para extraer del mismo un alambre en forma de U de 10 cm. de longitud? *R.* 1,300 dinas.

4. ¿Cuál es la tensión superficial de un líquido en el cual para extraer un alambre de 8 cm. de longitud hace falta una fuerza de 1.2 gf? *R.* 73.5 dinas /cm.

5. En el interior de un tubo de ensayo cuyo diámetro exterior es igual a 1.5 cm. se introducen varias municiones para que el tubo flote vertical en agua. ¿Qué fuerza hacia abajo ejerce la superficie del agua sobre el tubo? *R.* 338.65 dinas.

6. En la superficie libre de un estanque se forma una burbuja hemisférica que tiene 0.8 cm. de diámetro. Si la tensión superficial es de 75 dinas /cm., ¿cuál es la fuerza que impide que la burbuja se desprenda? *R.* 376.8 dinas.

7. Un tanque de 2 metros de ancho tiene un tabique que lo separa en dos partes, una de las cuales contiene agua y la otra alcohol. ¿Cuál es la fuerza resultante sobre el tabique debida a la tensión superficial? *R.* 10.21 gf.

8. ¿Qué fuerza se requiere para extraer del agua un aro de Platino de 1.5 cm. de radio dispuesto horizontalmente? Tensión superficial: 70 dinas /cm. *R.* 1,318.8 dinas.

9. Un aro tiene una circunferencia de 4 cm. y pesa 1.5 gf. ¿Cuál es la tensión superficial de un líquido en el que es necesario ejercer una fuerza hacia arriba de 2,200 dinas para extraer el aro? *R.* 91.2 dinas /cm.

10. ¿Qué trabajo es necesario efectuar para extraer de una solución jabonosa un alambre de platino de 10 cm. de longitud de modo que se forme una película de 2 cm. de altura? Tensión superficial: 35 dinas /cm. 1,400 ergs.

B

11. ¿A qué altura subirá el agua en un tubo capilar cuyo diámetro interior es 1.2 mm.? *R.* 2.44 cm.

12. ¿Cuál es la tensión superficial de un líquido cuya densidad es 0.9 g. /cm.^{3} si asciende 2.4 cm. en un tubo cuyo diámetro es 0.6 mm?. *R.* 31.75 dinas /cm.

13. ¿A qué profundidad descenderá el menisco de un tubo cuyo radio interior es 0.5 mm. si se introduce en mercurio? *R.* 1.12 cm.

14. ¿Cuál es el radio de un tubo capilar en el cual el agua se eleva (*a*) 1 mm., (*b*) 1 cm., (*c*) 1 m.? *R.* 10.46 cm., 0.146 cm., 0.00146 cm.

15. Suponiendo que el ascenso de la savia en un árbol se deba enteramente a la capilaridad, lo que no es completamente correcto, ¿cuál debe ser el diámetro de los capilares de un árbol de 5 m. de altura si la savia tiene una densidad de 1.2 g. /cm.^{3} y una tensión superficial igual a 60 dinas /cm.? *R.* 2×10^{-4} cm.

16. ¿Cuál es el peso de una columna de agua en un tubo capilar cuyo radio es (*a*) 1 mm., (*b*) 0.5 mm.? *R.* 0.046 gf.

17. ¿Cuál es la densidad de un líquido que asciende 12 mm. en un tubo capilar de 1 mm. de radio si su tensión superficial es igual a 50 dinas /cm.? *R.* 0.85 g. /cm.^{3}

capítulo 16 Elasticidad

PARTE I

1. ELASTICIDAD

En los capítulos precedentes, siempre que hemos hablado de un cuerpo o agregado de partículas, o más bien de moléculas, lo hemos supuesto rígido o indeformable. Sin embargo, ningún cuerpo en la naturaleza es perfectamente rígido y todos se deforman en mayor o menor grado bajo la acción de las fuerzas aplicadas a los mismos. En ciertas condiciones los cuerpos deformados retornan a su forma y dimensiones originales al suprimirse dichas fuerzas, propiedad fundamentalísima llamada *elasticidad*. Otras veces, si las fuerzas aplicadas han sido suficientemente intensas, subsiste una *deformación permanente* al suprimirlas. Se dice entonces que se ha sobrepasado el *límite elástico* del material. Esto ocurre fácilmente en las substancias pastosas cuyo límite de elasticidad es tan bajo que basta una fuerza pequeñísima para producir una deformación permanente.

2. ESFUERZOS

Se llama *esfuerzo a la fuerza aplicada sobre un cuerpo medida por unidad de área.* Si por ejemplo, sobre un área A de un cuerpo actúa una fuerza F, el esfuerzo es:

$$S = \frac{F}{A} \tag{1}$$

Los esfuerzos deben medirse en dinas/cm.², newtons/m.², lbf./pie², etc., aunque en algunas ocasiones se emplean unidades más pequeñas de área expresándose por ejemplo en kgf./mm.² o en lbf./pulg.²

Cuando la fuerza es perpendicular a la superficie sobre la cual actúa se tiene un *esfuerzo normal* y si es tangente a la superficie se tiene un *esfuerzo tangencial.*

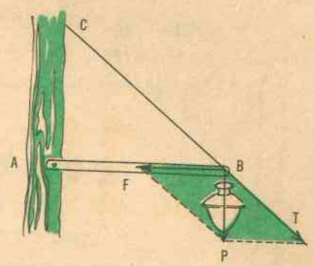


Fig. 1.

Los esfuerzos normales pueden ser de dos clases: *compresión* o simplemente *presión* si actúan de modo que tienden a reducir las dimensiones del cuerpo en la dirección en que actúan; *tensión* si tienden a aumentarlas. Una columna de un edificio está sometida a una compresión, un submarino sumergido está bajo la acción de la presión hidrostática del agua. En el caso de un farol del alumbrado público (fig. 1) el hilo o cable CB está sometido a una tensión T y la viga AB a una fuerza de compresión F. Para obtener los esfuerzos es necesario dividir las fuerzas por las áreas transversales del hilo y la viga respectivamente.

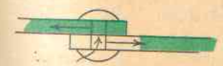


Fig. 2.

Todos los cuerpos en la superficie terrestre están sometidos sin excepción a una presión que es la atmosférica.

Los esfuerzos tangenciales suelen llamarse también *esfuerzos cortantes* o *cizallamientos.*

Un roblón o remache de los que se emplean para unir firmemente dos planchas o dos vigas de acero en las grandes construcciones (fig. 2) está bajo la acción del esfuerzo cortante producido por las fuerzas F y $-F$ ejercidas por cada una de las planchas y que tratan de separarlo por su sección media a. Si tenemos un libro grueso tal como un voluminoso diccionario [fig. 3 (a)] y le aplicamos en una de sus tapas una fuerza F, paralela a ella, ejerciendo la mesa sobre la cual reposa la fuerza $-F$ sobre la otra tapa en virtud de la fricción, observamos que pasa a la forma (b) bajo la acción del cizallamiento aplicado, transformando su sección, que sensiblemente es un rectángulo, en un paralelogramo.

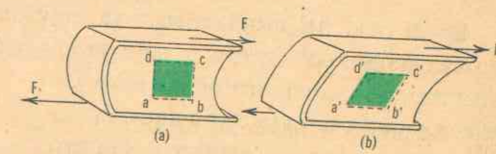


Fig. 3.

Obsérvese que no obstante, el volumen del cuerpo no ha cambiado, ya que las áreas del rectángulo y el paralelogramo son iguales por tener la misma base y la misma altura. Esta es una característica de los cizallamientos: *los esfuerzos tangenciales no modifican el volumen de un cuerpo; sólo alteran su forma geométrica.* Por el contrario, *los esfuerzos normales siempre modifican las dimensiones del cuerpo.*

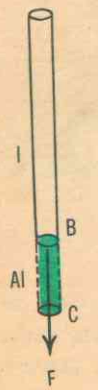


Fig. 4.

3. DEFORMACIONES

Examinemos ahora las deformaciones producidas por los esfuerzos anteriores. Consideremos el alambre AB (fig. 4) cuyo extremo A está fijo mientras que en B está aplicada la fuerza F. Bajo la acción de esta fuerza, que produce una tensión, el alambre se alarga la longitud $BC = \Delta l$ (muy exagerada en la figura). Al mismo tiempo el diámetro del alambre sufre una pequeña contracción. En el caso de una columna sometida a una compresión su longitud disminuye mientras que su espesor aumenta ligeramente.

Se llama DEFORMACION LINEAL *al aumento o disminución de longitud por unidad de longitud que experimenta un cuerpo bajo la acción de una tensión o una compresión paralela a la longitud considerada.* Designándola por δ tenemos que:

$$\delta = \frac{\Delta l}{l} \qquad (2)$$

La deformación lineal es positiva si hay alargamiento, negativa si hay contracción. Es un número abstracto porque es el cociente de dos números concretos de la misma especie.

Análogamente pueden definirse la *deformación superficial* y la *deformación cúbica.*

En el caso del cizallamiento ya indicamos que no hay variación en las dimensiones del cuerpo y sólo modificación en la forma geométrica experimentando corrimientos laterales las distintas superficies paralelas a aquellas sobre las que actúan los esfuerzos tangenciales (fig. 5).

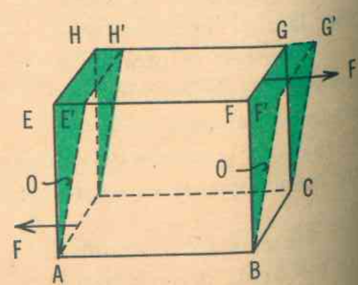


Fig. 5.

La DEFORMACION POR CIZALLAMIENTO *se mide por la relación entre el desplazamiento relativo de dos superficies paralelas y la distancia que las separa.* En la figura, la superficie $EFGH$ se ha desplazado la distancia EE' con relación a $ABCD$. Luego, como la distancia entre las dos superficies es AE, la deformación por cizallamiento es:

$$\delta_c = \frac{EE'}{AE} = \tan\theta \qquad (3)$$

4. LEY DE HOOKE

Entre los esfuerzos y las deformaciones existe una relación fundamentalísima que se conoce con el nombre de *ley de Hooke:*

Los esfuerzos son siempre proporcionales a las deformaciones mientras no se alcance el límite elástico del material.

Matemáticamente $$S = K\delta \qquad (4)$$

donde S es el esfuerzo, δ la deformación y K una constante de proporcionalidad llamada *módulo de elasticidad.* Despejando K en (4):

$$K = \frac{S}{\delta} \qquad (5)$$

Por tanto, *el módulo de elasticidad de una substancia es la relación constante entre los esfuerzos y las deformaciones correspondientes.* Existen distintos módulos de elasticidad según la clase particular de deformación que consideremos.

En un alambre o en una varilla se llama MODULO DE YOUNG *a la relación entre el esfuerzo normal aplicado* (tensión o compresión) *y la deformación lineal resultante.* Se designa por Y:

$$Y = \frac{S}{\delta} = \frac{\dfrac{F}{A}}{\dfrac{\Delta l}{l}} = \frac{Fl}{A\,\Delta l} \qquad (6)$$

Se llama *módulo de rigidez* a la relación entre el esfuerzo tangencial y la deformación por cizallamiento.

A continuación damos el valor del módulo de Young de algunos materiales:

Aluminio	7×10^{11}	dinas/cm.^{2}	
Cobre	10	”	”
Acero	22	”	”
Cuarzo	5.6	”	”

Ejemplo 1: Se tiene un alambre de acero de 5 m. de longitud y 2 mm. de diámetro. Calcular cuánto se alarga bajo la acción de una fuerza de 1,500 kgf.

$$l = 5 \text{ m.} = 500 \text{ cm.}, \qquad d = 2 \text{ mm.} \quad \therefore \quad r = 1 \text{ mm.} = 0.1 \text{ cm.}$$

$$F = 1{,}500 \text{ kgf.} = 1{,}500 \times 980{,}000 \text{ dinas} = 14.7 \times 10^{8} \text{ dinas.}$$

$$A = \pi r^2 = \pi \times 0.01 \text{ cm.}^2 = 0.0314 \text{ cm.}^2 \quad Y = 22 \times 10^{11} \text{ dinas/cm.}^2$$

$$Y = \frac{Fl}{A \Delta l} \quad \therefore$$

$$\Delta l = \frac{Fl}{YA} = \frac{14.7 \times 10^{8} \text{ dinas} \times 500 \text{ cm.}}{22 \times 10^{11} \text{ dina/cm.}^2 \times 0.0314 \text{ cm.}^2} = 10.65 \text{ cm.}$$

5. CARACTERISTICAS ELASTICAS DE UN MATERIAL

Como se indicó ya en su enunciado, la ley Hooke es válida solamente cuando los esfuerzos y deformaciones son inferiores a ciertos valores que definen el *límite de elasticidad* del material. Así por ejemplo, si una substancia, digamos un alambre, se somete cada vez a esfuerzos mayores, las deformaciones correspondientes se ajustan a la ley de Hooke hasta llegar al límite de elasticidad. A partir de ese punto, el cuerpo se hace más fácilmente deformable volviéndose *plástico*. Si en esas condiciones se suprimen los esfuerzos el cuerpo no recobra su forma primitiva quedando una *deformación remanente*. Este es el caso precisamente de los llamados materiales plásticos, que pueden moldearse fácilmente por compresión o tensión hasta que adquieran la forma deseada. Si los esfuerzos continúan aumentando llega un momento que el material se rompe; ese es el *punto de ruptura*.

Cuando un material elástico se ha sometido a esfuerzos durante un tiempo muy largo, no recobra inmediatamente su forma primitiva al desaparecer los esfuerzos empleando algunas veces un intervalo de tiempo muy largo; este fenómeno se denomina *histéresis elástica*.

Las características elásticas de un material suelen representarse gráficamente tomando como abscisas las deformaciones y como ordenadas los esfuerzos, resultando las *curvas de elasticidad*, (fig. 6). La primera parte es recta y corresponde a la zona de validez de la ley de Hooke. El punto *A* representa el límite de elasticidad.

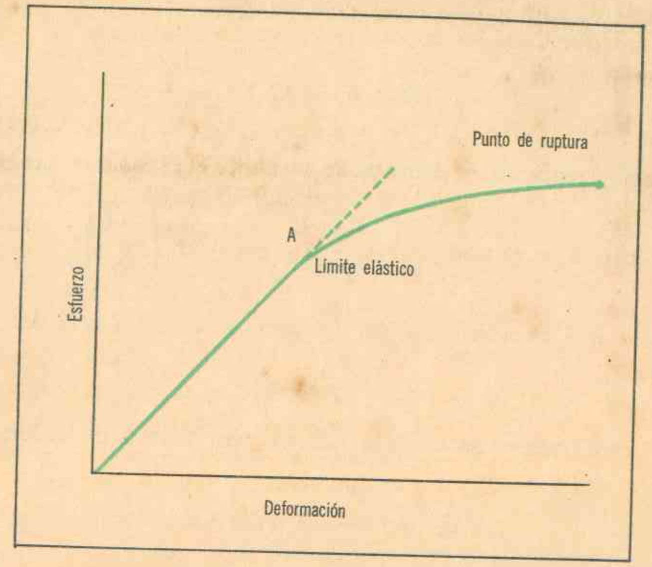


Fig. 6. Curva típica de elasticidad.

El conocimiento de las propiedades elásticas de un material es muy importante para el ingeniero, quien, cuando diseña un edificio, un puente, una estructura cualquiera, debe calcular previamente cuáles serán los esfuerzos a que estarán sometidas cada una de sus partes para utilizar sólo la cantidad necesaria de material para que la estructura sea segura sin resultar muy costosa.

La elasticidad es una propiedad íntimamente relacionada con la disposición de las moléculas en el material y la naturaleza de las fuerzas que se ejercen entre ellas.

6. ENERGIA DE DEFORMACION

Para deformar un cuerpo es necesario aplicar fuerzas, que consecuentemente realizan un trabajo durante el proceso de deformación. En consecuencia la energía interna de un cuerpo aumenta al deformarlo.

Consideremos, por ejemplo, el caso de una varilla sometida a una tensión o una compresión longitudinal. La fuerza cuando la deformación lineal es $\Delta l/l$ se obtiene de (6),

$$F = YA \frac{\Delta l}{l}$$

La fuerza media durante la deformación es:

$$\bar{F} = \tfrac{1}{2}(O + F) = \tfrac{1}{2} YA \frac{\Delta l}{l}$$

El trabajo realizado al deformarlo es, como el espacio recorrido es Δl,

$$T = F(\Delta l) = \tfrac{1}{2} YA \frac{\Delta l}{l} \Delta l = \tfrac{1}{2} YAl \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2$$

Pero $Al = V$ es el volumen del cuerpo y $\delta = \Delta l / l$ es la deformación lineal. Luego:

$$T = \tfrac{1}{2} YV \delta^2$$

Por tanto, el aumento de energía interna por unidad de volumen será:

$$E_i = \frac{T}{V} = \tfrac{1}{2} Y \delta^2$$

resultado que es también válido para otros tipos de deformación o sea en general:

$$E_i = \tfrac{1}{2} K \delta^2$$

Ejemplo 1: Calcular E en el Ejemplo 1 del No. 4

$Y = 22 \times 10^{11}$ dina/cm.² $\Delta l = 1.06 \times 10$ cm., $l = 5 \times 10^2$ cm.

Luego:

$$E = \tfrac{1}{2} Y \delta^2 = \tfrac{1}{2} \times 22 \times 10^{11} \times \left(\frac{1.06 \times 10}{5 \times 10^2}\right)^2 = 49.4 \times 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{cm.}^3}$$

7. ELASTICIDAD Y FUERZAS INTERMOLECULARES

Las propiedades elásticas de un material están estrechamente ligadas con las fuerzas intermoleculares del mismo. La teoría que relaciona ambas características físicas es relativamente compleja, pero aquí trataremos de dar una explicación física de carácter intuitivo.

En el Cap. XV estudiamos las fuerzas intermoleculares y vimos que en un sólido para desplazar una molécula de su posición de equilibrio, se requiere una fuerza proporcional al desplazamiento Si en lugar de desplazar una sola molécula se desplazan varias en una fila se produce un efecto acumulativo, requiriéndose una fuerza total proporcional al desplazamiento total, que es en esencia la ley de Hooke. Lógicamente, si la deformación es muy grande, resulta una dislocación tal en la distribución espacial

de las moléculas que se hace imposible restablecer las condiciones originales produciéndose una deformación permanente o aún una fractura.

En el caso de los materiales llamados comúnmente plásticos, la situación es ligeramente diferente. En general, están formados por cadenas atómicas en las que las fuerzas en una dirección son intensas, (fig. 7, líneas sólidas), pero en las direcciones perpendiculares son débiles, (fig. 7, líneas punteadas). Por tanto, es relativamente fácil deformarlo en esas direcciones. Sin embargo, si por algún procedimiento se refuerzan las fuerzas intermoleculares, en algunos lugares en dirección transversal se aumenta notablemente la rigidez. Esto se logra usualmente por acción de las radiaciones ionizantes, tales como rayos X o rayos gamma.

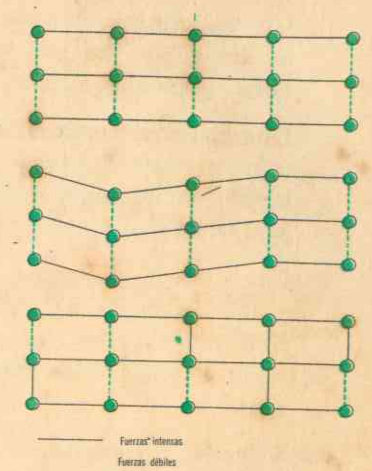


Fig. 7.

PREGUNTAS

1. ¿Qué diferencia hay entre fuerza y esfuerzo?
2. ¿Cuál es la característica de la deformación por cizallamiento? ¿Qué clase de esfuerzo la produce?
3. ¿Cómo variará el esfuerzo en un alambre empleado para sostener una carga determinada si se substituye por otro cuya sección es (*a*) mayor, (*b*) menor?

PROBLEMAS

1. Una varilla de 4 m. de longitud y 0.6 cm.² de sección se alarga 0.6 cm. cuando se suspende de un extremo de ella un cuerpo que pesa 900 kgf. estando fijo su otro extremo. Hallar (*a*) el esfuerzo, (*b*) la deformación lineal, (*c*) 9.8×11^{11} dina/cm.²
2. ¿Qué alargamiento experimentará un alambre de cobre de 140 m. de longitud y 0.4 cm. de radio sometido a una tensión de 500 kgf? *R.* 13.6 cm.
3. ¿Qué sección mínima deberá dársele a un alambre de aluminio de 4 m. de longitud destinado a experimentar una tensión de 5 kgf. si la máxima elongación permisible es de 0.4 cm? *R.* 0.7 mm.²

4. ¿Qué fuerza se requiere para estirar 0.5 mm. un alambre de acero de 2 m. de largo y 2 mm.^{2} de sección. *R.* 11 $\times$ 10^6 dinas = 11.23 kgf.

5. Un candelabro que pesa 210 kgf. está sostenido por un cable de 12 m. compuesto por seis alambres de acero, cada uno de 1.6 mm. de radio. ¿Qué alargamiento experimentará el cable? *R.* 0.23 cm.

6. Una columna hueca de acero tiene una longitud de 70 m., su radio exterior es de 30 cm. y el interior es de 22 cm. ¿Qué acortamiento experimentará cuando soporte una carga de 600 toneladas? 1 ton. = = 1,000 kgf. *R.* 1.43 cm.

7. Cierta cuerda de 0.8 cm. de diámetro se rompe cuando se la somete a una tensión de 300 kgf. Calcular el esfuerzo de ruptura. ¿Qué sección mínima debe tener una cuerda del mismo material destinada a soportar una tensión máxima de 200 kgf.? *R.* 597 kgf./cm.^{2}, 0.336 cm.^{2}

8. Se tiene un cubo de goma de 10 cm. de lado. Sobre dos caras opuestas se aplican fuerzas tangentes a las mismas, paralelas y opuestas, iguales a 1.5 kgf. cada una. El desplazamiento relativo de las dos caras es de 2 mm. Calcular el esfuerzo tangencial, la deformación por cizallamiento y el módulo de rigidez. *R.* 7.35 $\times$ 10^5 dinas/cm.^{2}, 14,700 dinas/cm.^{2}, 0.02.

9. Un diccionario tiene 15 cm. de espesor y el área de cada página es de 900 cm.^{2} Una fuerza de 10 newtons paralela a una de las cubiertas la desplaza 1.5 cm. con relación a la otra. Calcular el esfuerzo tangencial, la deformación por cizallamiento y el módulo de rigidez. *R.* 1.11 $\times$ 10^3 dinas/cm.^{2}, 0.1, 11.1 $\times$ 10^6 dinas/cm.^{2}

PARTE II

1. HIDROMECANICA

HIDROMECANICA (Griego, *hudor*, agua) es el estudio de los fluidos: líquidos y gases. Aunque los líquidos y gases tienen varias propiedades comunes que permiten reunirlos bajo el nombre general de fluidos poseen diferencias lo bastante esenciales como para requerir que se les estudie separadamente. Por esta razón la Hidromecánica se ha dividido en tres ramas:

1) HIDROSTATICA que estudia el equilibrio de los líquidos.

2) HIDRODINAMICA que se ocupa de analizar el movimiento de los líquidos.

3) NEUMATICA que consiste en aplicar a los gases los principios estudiados en las dos ramas anteriores y examinar además algunas otras propiedades características de los gases.

Suele también considerarse una cuarta rama denominada *Hidráulica* que tiene por objeto estudiar las aplicaciones industriales y técnicas de los líquidos.

2. CARACTERES DE LOS FLUIDOS: LIQUIDOS Y GASES

1) *Forma.* El estado *sólido* se caracteriza porque los cuerpos que en él se encuentran *poseen* no sólo volumen sino además *forma propia.* Los *cuerpos fluidos* son por el contrario, aquellos que *carecen de forma propia* acomodándose siempre a la del recipiente empleado para contenerlos. Como ya se ha dicho anteriormente, los cuerpos fluidos son líquidos y gases.

2) *Volumen. Los líquidos se distinguen por poseer volumen determinado.* Por ello si un líquido se introduce en una cavidad cuya capacidad es mayor que el volumen del líquido, este presenta una *superficie libre* que lo limita naturalmente. Por el contrario, *los gases carecen de volumen determinado* ocupando completamente el recipiente que los contiene cualquiera que sea su capacidad, propiedad que se denomina *expansibilidad.*

3) *Viscosidad.* Los fluidos se llaman ideales si adoptan instantáneamente la forma del recipiente que los contiene y poseen además gran movilidad siendo perturbados por la más mínima acción ejercida sobre ellos tal como un golpe dado al recipiente. En caso contrario reciben el nombre de *viscosos.* Todos los fluidos "reales" existentes en la naturaleza son viscosos en mayor o menor grado. Sin embargo, algunos fluidos como

el agua, el bisulfuro de carbono (líquido) y el hidrógeno (gas), poseen una viscosidad tan reducida que pueden considerarse como ideales. Otros como el melado y el alquitrán son extraordinariamente viscosos. En nuestro estudio de la Hidromecánica supondremos siempre, mientras no digamos nada en contrario, que se trata de fluidos ideales.

4) *Compresibilidad.* Los líquidos se dice que son *incompresibles* porque ofrecen una gran resistencia a toda disminución de su volumen. Esta propiedad es de gran importancia técnica, pues unida a otra que más adelante veremos (Principio de Pascal), ha hecho que los líquidos sean de gran utilidad en la prensa, los frenos y los elevadores hidráulicos. Por el contrario, los gases son *muy compresibles* ofreciendo una resistencia relativamente débil a toda disminución de su volumen. Por esta razón es tan sencillo forzar el aire en los neumáticos de una bicicleta o un automóvil, etc.

5) *Elasticidad.* Tanto los líquidos como los gases poseen una gran elasticidad, recobrando su volumen primitivo tan pronto como cesa de actuar sobre ellos el agente que modificó su volumen.

6) *Cohesión.* La cohesión es el nombre que se da a las fuerzas intermoleculares. Así como el estado sólido se debe a la gran *cohesión* entre las moléculas de los cuerpos, que se mantienen por ello en posiciones así fijas estando sólo animadas de movimiento de vibración de muy pequeña amplitud, el estado fluido se debe a la poca cohesión entre las moléculas, las que por esta causa poseen una gran movilidad pudiendo las unas deslizarse entre las otras. Sin embargo, en los líquidos esa cohesión es aun lo suficiente para mantener las moléculas separadas una distancia media invariable. Por otra parte, en los gases la cohesión puede suponerse casi nula y cada molécula es independiente de las otras, estando todas animadas de rápidos movimientos que, por su complejidad, presentan aspecto caótico.

3. CONCEPTO DE PRESION

Supongamos una superficie de área A (figura 1) y que sobre cada uno de sus puntos actúa una fuerza f perpendicular a la superficie. La resultante de todas esas fuerzas es una fuerza F también perpendicular a la superficie, y cuya magnitud es $F = \Sigma f$. (El signo Σ que se lee sigma, indica suma). La fuerza F representa, por tanto, la fuerza *total* ejercida sobre toda la superficie.

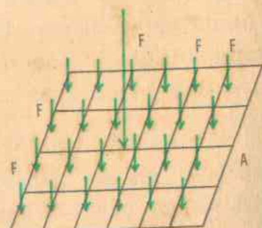


Fig. 1.

En este caso se llama PRESION *a la fuerza normal ejercida por unidad de área de la superficie.* Por consiguiente en nuestro caso la presión es:

P= presión
F= fuerza
Area= A.

$$p = \frac{F}{A} \tag{1}$$

$$\therefore \; F = pA \tag{2}$$

Debe tenerse presente que si en lugar de tener un sistema de fuerzas distribuídas por toda la superficie y cuya resultante es F, se tuviera una sola fuerza F aplicada sobre un solo punto de ella, el concepto de presión carecería de significado. La presión existe únicamente cuando sobre una superficie actúa un sistema de fuerzas distribuídas por todos los puntos de la misma.

4. UNIDADES DE PRESION

Como la presión es el cociente de una fuerza entre un área, su medida debe expresarse por el cociente de las unidades empleadas para medir estas magnitudes. Así *en el sistema C.G.S. la presión viene dada en dinas/cm.²* recibiendo este cociente el nombre de *baria.* O sea:

$$1 \text{ baria} = 1 \frac{\text{dina}}{\text{cm.}^2}$$

Como esta unidad es muy pequeña se emplean también el *bar* que es igual a un millón de barias y el *milibar* que es la milésima parte del bar e igual por tanto a mil barias:

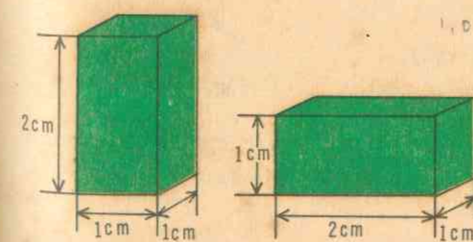


Fig. 2.

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ barias.}$$
$$1 \text{ milibar} = 10^{-3} \text{ bar.}$$
$$= 10^3 \text{ barias.}$$

Frecuentemente se usan el gf/cm² y la lbf./pulg.². Otras unidades irán apareciendo más adelante.

Consideremos como ejemplo el bloque representado en la figura 2*a*. Suponiendo que pesa 8 kgf. la presión ejercida en su base es:

$$p = \frac{8 \text{ kgf.}}{1 \text{ cm.}^2} = 8 \frac{\text{kgf.}}{\text{cm.}^2}$$

Por el contrario, cuando descansa sobre una de las caras mayores (fig. 2*b*) la presión ejercida sobre ella es:

$$p = \frac{8 \text{ kgf.}}{2 \text{ cm.}^2} = 4 \frac{\text{kgf.}}{\text{cm.}^2}$$

capítulo 17 Hidrostática

1. PRESION HIDROSTATICA

Cuando un recipiente contiene un líquido en equilibrio, todos los puntos en el interior del líquido están sometidos a una presión cuyo valor depende exclusivamente de su profundidad o distancia vertical a la superficie libre del líquido. Supongamos un punto a la profundidad h en un líquido cuya densidad (absoluta) es d (fig. 1). Puede probarse entonces que (descontando la presión en la superficie libre) la presión hidrostática en P es:

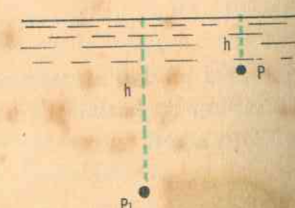


Fig. 1

$$p = dgh \text{ (dinas /cm.}^2\text{)} \qquad (1)$$

indicándonos que *la presión es proporcional a la profundidad.* Si en la fórmula (1), h se mide en cm., d en g. /cm.^{3} y se toma $g = 980$ cm. /seg.^{2} p vendrá dada en dinas /cm.^{2}

También, si ρ es el peso específico absoluto del líquido, la presión hidrostática en P será:

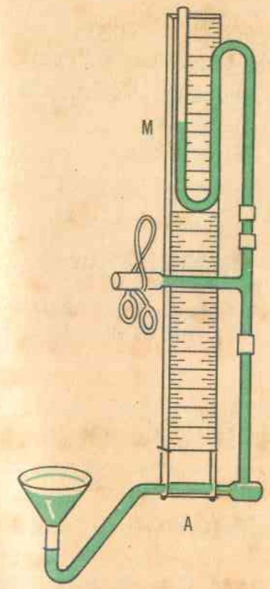
$$p = \rho h \qquad \text{(gf. /cm}^2\text{)} \qquad (2)$$

donde si h está en cm. y ρ en gf. /cm.^{3} p se expresará en gf. /cm.^{2}

Se puede probar que la fórmula (1) es válida aun cuando la superficie tenga cualquier orientación, es decir esté horizontal, vertical o incli-

nada. Por tanto, *la presión hidrostática sólo depende de la profundidad y es independiente de la orientación de la superficie.*

Ambas cosas se pueden probar experimentalmente con el aparato representado en la fig. 2. En dicho aparato el embudo de la izquierda está cerrado por una membrana de goma y la presión que sobre ella se ejerce se transmite a través del aire encerrado en el tubo produciendo un desnivel en el líquido encerrado en M. Introduciendo la membrana a distintas profundidades se observa que cada vez es mayor el desnivel del líquido en las dos ramas en M al aumentar la profundidad,



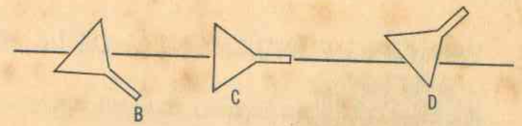


Fig. 2.

indicando un aumento en la presión. Igualmente dándole a la membrana diferentes inclinaciones como se ha indicado en B, C y D se observa también que el desnivel permanece el mismo, mientras la profundidad no cambie manifestándose así la independencia entre la presión y la orientación de la superficie.

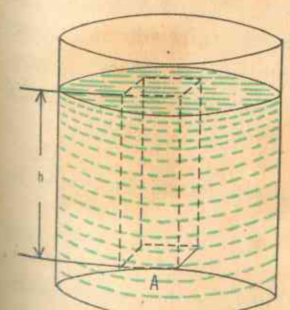


Fig. 3.

Para calcular la *presión total* en cualquier punto del interior del líquido, es necesario añadir a la presión hidrostática cualquier presión P que se ejerza sobre la superficie del líquido. O sea:

$$P(\text{total}) = P + hdg \qquad (3)$$

Demostración de la fórmula: Consideremos en un líquido en equilibrio una pequeña superficie horizontal de área A, a la profundidad h, fig. 3. Sobre dicha superficie descansa una cantidad de líquido cuyo volumen es $V = hA$. La masa del fluido encerrado en dicho volumen es $M = Vd = hAd$ y su peso es por tanto $P = Mg = hAdg$. Luego la presión en A es:

$$p = \frac{\text{peso}}{\text{área}} = \frac{hAdg}{A} = hdg.$$

De un modo análogo se obtiene (2) pues $\rho = dg$.

Ejemplo 1: Un tanque está lleno de gasolina (densidad 0.7 gm./-cm.³). Calcular la presión hidrostática en un punto a 20 cm. de profundidad.

$$d = 0.7 \text{ gm./cm.}^3, \qquad h = 20 \text{ cm.}$$

Utilizando la fórmula (3),

$$p = dgh = 0.7 \frac{\text{gm.}}{\text{cm.}^3} \times 980 \frac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2} \times 20 \text{ cm.} = 13{,}720 \text{ dina/cm.}^2$$

También puede resolverse utilizando la fórmula (4), que es más simple. En este caso $\rho = 0.7$ gf./cm.³

$$p = \rho h = 0.7 \frac{\text{gf.}}{\text{cm.}^3} \times 20 \text{ cm.} = 15 \text{ gf./cm.}^2$$

2. PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTATICA

Consideremos un líquido en equilibrio y sean P y P' (fig. 1), dos puntos de su masa situados a las profundidades h y h'. Las presiones hidrostáticas en estos puntos serán $p = dgh$ y $p' = dgh'$. Luego la diferencia entre las presiones de ambos puntos será:

$$p' - p = dgH \tag{4}$$

siendo $H = h' - h$ el desnivel entre ambos puntos. Este resultado se conoce con el nombre de *principio fundamental de la Hidrostática* que se enuncia en la siguiente forma: *La diferencia de presión entre dos puntos de un líquido en equilibrio es proporcional* 1) *a la densidad del líquido,* 2) *al desnivel entre los dos puntos.*

Si ρ es el peso específico absoluto del líquido, la fórmula (4) se transforma en:

$$p' - p = \rho H \tag{5}$$

Este principio nos explica por qué la superficie libre de un líquido es horizontal. En efecto, en todos los puntos de la superficie libre, la presión es la misma e igual a la presión atmosférica. Luego la diferencia de presión es nula, lo que a su vez requiere que la diferencia de nivel también sea nula, lo que sólo ocurre si la superficie es plana y horizontal.

Por esta misma razón, cuando se tienen varios recipientes o vasos comunicados entre ellos, el nivel del líquido debe ser el mismo en todos los vasos ya que para que haya equilibrio, todos los puntos en un mismo plano horizontal deben estar a la misma presión.

3. PRINCIPIO DE PASCAL

Existe una tercera consecuencia del Principio Fundamental de la Hidrostática, que es de gran importancia y la cual se conoce con el nombre de Principio de Pascal, porque su contenido fue dado a conocer por primera vez en 1648 por Blas Pascal (1623-1662), notable filósofo, físico y geómetra francés.

Principio de Pascal: Toda variación de presión en un punto de un líquido en equilibrio se transmite íntegramente a todos los otros puntos del líquido.

Demostración experimental. Consideremos por ejemplo un recipiente como el representado en la figura 4 en cuyas paredes se supone que están colocados varios émbolos cuyas áreas son A_1, A_2, A_3, etc. Para mantener estos émbolos fijos es necesario ejercer sobre ellos fuerzas iguales y contrarias a las ejercidas por el líquido y que se deben a la presión hidrostática. Estas fuerzas no se han representado en la figura. Supongamos ahora que sobre A_1 se ejerce la fuerza adicional F_1 que trata de introducir el émbolo. Esta fuerza trae como resultado que la presión del líquido en la proximidad de A_1 aumenta en el valor $p_1 = F_1/A_1$. Se observa entonces que como consecuencia los émbolos A_2 y A_3 tratan de moverse hacia afuera. Para impedir este movimiento se requiere aplicar sobre ellos las fuerzas adicionales F_2 y F_3 cuyas magnitudes son tales que se cumple que:

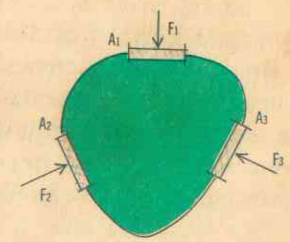


Fig. 4.

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_3}{A_3}$$

La primera razón sabemos que representa el aumento de presión ocurrido en A_1. Las otras dos razones indican análogamente los aumentos de presión experimentados en A_2 y A_3 de modo que la expresión anterior nos muestra la igualdad de los tres aumentos de presión permitiéndonos comprobar de este modo el citado principio de Pascal.

Demostración analítica. Sean dos puntos A y B de un líquido en equilibrio y H el desnivel. De acuerdo con la fórmula (4), la diferencia de presión entre ambos puntos será:

$$p_A - p_B = dgH \tag{6}$$

Si por cualquier motivo la presión en A, pasa a ser p'_A, la presión en B pasará a ser p'_B, pero como el desnivel es el mismo, se tendrá que:

$$p'_A - p'_B = dgH \qquad (7)$$

de (6) y (7)

$$p'_A - p'_B = p_A - p_B \quad \therefore \quad p'_A - p_A = p'_B - p_B$$

Pero el primer miembro es la variación de presión en A y el segundo miembro es la variación de presión en B y como son iguales queda demostrado el principio de Pascal.

4. PRENSA HIDRAULICA

La aplicación más importante de este principio es la *prensa hidráulica* ideada por Pascal (fig. 5). Consta de dos cilindros cuyas secciones tienen las áreas A_1 y A_2 y comunicados interiormente de modo que en realidad se tiene un solo recipiente. En el interior de cada cilindro ajusta perfectamente sin fricción un émbolo. Supongamos que sobre A_1 se ejerce una fuerza F_1. Esta fuerza da lugar a un aumento de presión en dicha región igual a:

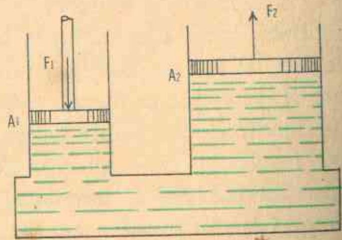


Fig. 5.

$$p = \frac{F_1}{A_1}$$

Esta presión se transmite a través del líquido de modo que al actuar sobre A_2 produce una fuerza resultante hacia arriba igual a:

$$F_2 = pA_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1} \qquad (8)$$

Por consiguiente, la prensa hidráulica es una máquina cuya V.M. es:

$$\text{V.M.} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} \qquad (9)$$

Haciendo la relación A_2/A_1 igual a un número muy grande pueden producirse enormes fuerzas de compresión.

Ejemplo 1: En una prensa hidráulica sus cilindros tienen radios iguales a 5 cm. y 50 cm. respectivamente. ¿Cuál es su ventaja mecánica?

¿Cuál es el peso del cuerpo que puede elevarse con ella ejerciendo una fuerza de 10 kgf. en el cilindro más pequeño?

$$R_1 = 5 \text{ cm.}, \qquad R_2 = 50 \text{ cm.}$$

$$\text{V.M.} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\pi R_2^2}{\pi R_1^2} = \frac{50^2}{5^2} = 100$$

de modo que esta prensa hidráulica multiplica por 100 la fuerza aplicada.

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1} \quad \therefore \quad F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1} = 10 \text{ kgf.} \times 100 = 1{,}000 \text{ kgf.}$$

5. FUERZA TOTAL SOBRE UNA SUPERFICIE

Sea A el área de una superficie *pequeña* sumergida en el seno de un líquido en equilibrio y h la profundidad a que se encuentra situada la superficie. Como es pequeña, en todos sus puntos existe la misma presión $p = dgh$. Si F es la fuerza total que ejerce el líquido sobre la superficie, se tiene que $F = pA$; luego:

$$F = dghA \text{ (dinas)} \qquad (10)$$

Esta fórmula también se aplica cuando la superficie no es pequeña, siempre que sea plana y horizontal.

Si la superficie plana es *grande* y *no* es horizontal, la fuerza total que el líquido ejerce sobre ella viene dada por la misma expresión, pero entonces *h es la profundidad a que está situado el C.G. del área sumergida.* Esta fuerza está aplicada en un punto más bajo que el C.G. y que se llama *centro de presión.*

En la fómula (10) la fuerza F viene dada en dinas si la densidad d se mide en gm./cm.³, la profundidad h en cm. y el área A en cm.².

Si se usa para la presión la fórmula (2), $p = \rho h$, entonces la expresión para la fuerza es:

$$F = \rho hA \qquad \text{(gf)} \qquad (11)$$

donde la fuerza F se mide en gf. si el peso específico ρ se mide en gf./cm.³, h en cm. y A en cm.² Esta fórmula es más cómoda porque no contiene el factor g que es muy incómodo.

Como aplicación de lo estudiado consideremos el caso de la fig. 6, en que se tiene el sistema de tres recipientes distintos A, B y C, limitados en el fondo por diafragmas elásticos que tienen la misma área en los tres casos y cuyas deformaciones pueden registrarse fácilmente por medio de las agujas que se mueven frente a las escalas. Si se vierte en los tres recipientes el mismo líquido de modo que en los tres casos su superficie libre queda a igual altura respecto al fondo, observaremos que en los tres casos los fondos experimentan la misma deformación, indicándonos que *la fuerza ejercida sobre el fondo es igual en los tres recipientes.*

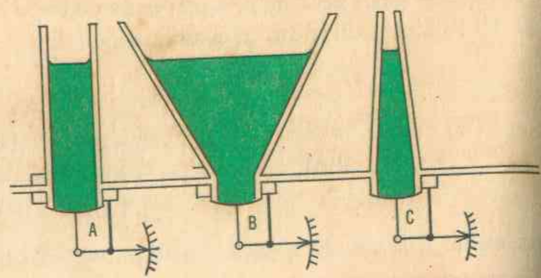


Fig. 6.

Este resultado constituye la llamada *paradoja hidrostática*, ya que nos indica que *la fuerza ejercida por el líquido sobre el fondo del recipiente sólo depende del área del mismo y de la altura del líquido, siendo independiente de la forma del recipiente y por consiguiente del peso del líquido contenido.*

Dicha fuerza en unos casos es igual al peso del líquido, en otros menor y en otros mayor.

Ejemplo 1: Se tiene un recipiente cilíndrico de 22 cm. de altura y 6 cm. de radio que contiene alcohol, estando su superficie libre a 2 cm. del borde de la vasija. Calcular (*a*) la presión en un punto a 10 cm. de profundidad; (*b*) la presión en el fondo; (*c*) la fuerza total sobre el fondo.

La densidad del alcohol es $d = 0.79$ gm./cm.³

a) Para un punto a 10 cm. de profundidad $h = 10$ cm. Luego,

$p = dgh = 0.79$ gm./cm.³ $\times$ 980 cm./seg.² $\times$ 10 cm. $= 7{,}750$ barias $=$
$= 7.9$ gf./cm.²

b) En el fondo $h = 20$ cm. Luego:

$p = dgh = 0.79$ gm./cm.³ $\times$ 980 cm./seg.² $\times$ 20 cm $= 15{,}500$ barias $=$
$= 15.8$ gf./cm.²

c) Como el fondo está horizontal, la presión es la misma en todos sus puntos y la fuerza total está dada por (10). Luego, como $A = \pi r^2$,

$F = pA = 15{,}500$ barias $\times \pi \times 36$ cm.² $= 1{,}752{,}000$ dinas $= 17.52$ newtons.

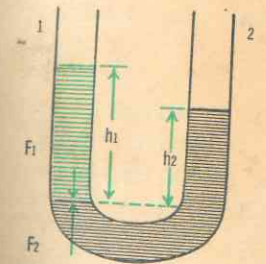
6. EQUILIBRIO DE DOS LIQUIDOS NO MISCIBLES EN UN TUBO DOBLADO EN U.

Cuando dos líquidos no miscibles encerrados en un tubo en U se encuentran en equilibrio, las alturas de sus superficies libres con relación a la superficie de separación son inversamente proporcionales a sus densidades.

O sea, si h_1 y h_2 son sus alturas y d_1 y d_2 sus densidades se cumple que:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{d_2}{d_1} \tag{12}$$

Demostración: Supongamos que tenemos en un tubo doblado en U los líquidos 1 y 2 que no se mezclan y sea A el área de su superficie de separación, que por mayor sencillez supondremos que está en el punto más bajo del tubo y en un plano vertical, (fig. 7). Esta superficie está sometida a dos fuerzas contrarias F_1 y F_2 debidas a las presiones hidrostáticas de los líquidos en cada rama. Como la superficie se encuentra en equilibrio, estas dos fuerzas deben tener la misma magnitud:



$$F_1 = F_2$$

Pero:

$$F_1 = p_1A = d_1gh_1A$$
$$F_2 = p_2A = d_2gh_2A$$

Substituyendo en la primera relación:

$$d_1g\,h_1A = d_2g\,h_2A \tag{13}$$

Simplificando:

$$d_1h_1 = d_2h_2 \tag{14}$$

de donde se obtiene (12).

7. PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

La importancia y utilidad de este principio son extraordinarias. El principio se debe a Arquímedes, el gran matemático de Siracusa. La historia nos refiere que habiendo ordenado el rey Hierón, la confección de una corona de oro puro, le pidió a Arquímedes que idease un método para averiguar, sin destruírla, si la corona contenía algún otro metal como plata, además del oro. Parece que Arquímedes preocupado con el problema se hallaba un día tomando el baño en la piscina de su casa cuando dió con la clave del problema. Fue tal la emoción que experimentó al obtener la solución que salió del baño gritando: ¡eureka! ¡eureka!, es decir: lo he hallado.

Principio de Arquímedes: Todo cuerpo en contacto con un líquido en equilibrio experimenta una fuerza vertical dirigida de abajo hacia arriba IGUAL AL PESO *del volumen de líquido desplazado*, o sea:

$$\text{empuje} = \text{peso del líquido desplazado}$$

Esta fuerza recibe el nombre de *empuje* y se supone aplicada en un punto llamado *centro de empuje*, que coincide con el C.G. del líquido desplazado.

El empuje se calcula por la fórmula:

$$E = V_c d_l g \text{ (dinas)} \qquad (15)$$

donde V_c es el volumen del cuerpo sumergido y d_l la densidad del líquido.

También puede usarse la fórmula:

$$E = V_c \rho_l \text{ (gf)} \qquad (16)$$

donde ρ_l es el peso específico del líquido. En efecto, al multiplicar el volumen del cuerpo por el peso específico del líquido se obtiene el peso del líquido desplazado, que es igual al empuje de acuerdo con el principio de Arquímedes.

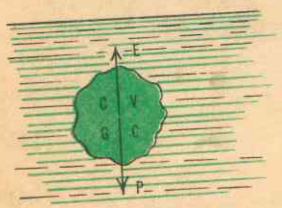


Fig. 8

8. PESO APARENTE

Todo cuerpo en contacto con un líquido está siempre sometido a la acción de *dos* fuerzas por lo menos, que tienen direcciones opuestas (fig. 8): su peso P hacia abajo y el empuje E del líquido. El *peso aparente* del cuerpo cuando se encuentra totalmente sumergido es *la fuerza resultante hacia abajo* sobre el cuerpo, o sea:

$$R = P - E \qquad (17)$$

En virtud del principio de la acción y la reacción el cuerpo ejerce sobre el líquido una fuerza igual y contraria a E.

Un cuerpo en el interior de un líquido irá al fondo ($R > 0$) si su peso es mayor que el empuje ($P > E$), lo cual ocurre siempre que el cuerpo tiene una densidad mayor que el líquido. Quedará en equilibrio en el interior del líquido ($R = 0$) si su peso es igual al empuje ($P = E$), lo cual ocurre cuando la densidad del cuerpo es igual a la del líquido. Finalmente el cuerpo tenderá a moverse hacia arriba, acercándose a la superficie libre

($R < 0$), si su peso es menor que el empuje ($P < E$) lo cual ocurre cuando el cuerpo tiene una densidad menor que el líquido.

La dependencia del empuje con la densidad del líquido se hace patente con un sencillo experimento: los huevos se van al fondo en agua pura. Si se añade sal al agua se observa que llega un momento en que el huevo comienza a ascender, hasta que finalmente flota. La adición de sal lo único que ha hecho ha sido aumentar la densidad del líquido. El resultado ha sido un aumento correspondiente en el empuje.

Consideremos ahora (fig. 9) un cuerpo sumergido en un líquido más denso que él. Como acabamos de ver, la fuerza resultante R es hacia arriba y el cuerpo se moverá hacia la superficie. Cuando llegue a ésta, a medida que va emergiendo va disminuyendo el volumen del líquido desplazado y por consiguiente, también disminuye el empuje hasta que se hace igual al peso quedando el cuerpo flotando en equilibrio.

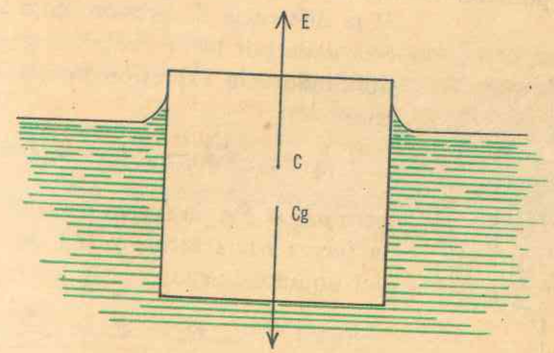


Fig. 9

En los cuerpos flotantes el empuje debido a la porción sumergida es igual al peso del cuerpo ($P = E$) y por tanto, el peso aparente es cero. Así por ejemplo, como la densidad del hielo es menor que la del agua, flota en ella de manera que en un témpano de hielo los 9/10 de su volumen están sumergidos y sólo emerge 1/10 del mismo lo cual hace que sea tan extremadamente peligrosa la navegación en las regiones donde hay témpanos.

9. DEMOSTRACIONES DEL PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

I. *Demostración cualitativa.* Cualitativamente puede comprenderse por qué un líquido ejerce un empuje sobre los cuerpos en contacto con él. Consideremos en efecto, un cuerpo sumergido C_1 (fig. 10). Como sabemos, el líquido ejerce presiones sobre todos los puntos de la superficie del cuerpo. Pero las presiones de arriba a abajo ejercidas sobre la parte superior del cuerpo son menores que las presiones de abajo hacia arriba ejercidas sobre la parte inferior del cuerpo ya que esta parte se encuentra siempre a una profundidad mayor. Por consiguiente, el resultado de las acciones ejercidas por el líquido sobre el cuerpo debe ser una fuerza hacia arriba. Idéntico análisis puede hacerse en el caso de un cuerpo flotante tal como C_2.

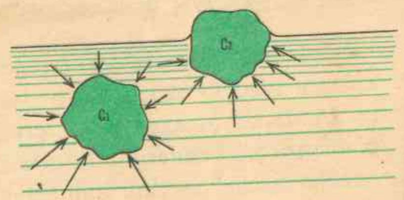


Fig. 10

II. *Demostración analítica.* Consideremos, (fig. 11), un cilindro sumergido en posición vertical en el interior de un fluido. Si su altura es H la diferencia de presión entre sus dos bases está dada por (4), o sea $p' - p = dgH$. Multiplicando esta expresión por el área A de la base:

$$p'A - pA = dgHA$$

pero $pA = F$ es la fuerza hacia abajo, $p'A = F'$ la fuerza hacia arriba y $HA = V$ es volumen del líquido. Luego:

$$F' - F = dgV$$

$F' - F$ es la fuerza resultante hacia arriba o empuje y dgV es el peso del fluido desplazado por el cuerpo, comprobándose que el empuje es igual al peso del líquido desplazado.

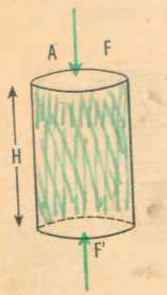


Fig. 11

III. *Demostración experimental.* Experimentalmente se demuestra, en el caso de los cuerpos sumergidos, en la siguiente forma. De un brazo de una balanza se suspende un cilindro hueco y abierto superiormente. De este cilindro se suspende un segundo cilindro metálico y macizo cuyo volumen es exactamente igual al de la cavidad del primero. La balanza se equilibra suspendiendo pesos adecuados del otro brazo, (fig. 12).

Si ahora se introduce el cilindro macizo en un líquido cualquiera de modo que lo cubra totalmente, se observa inmediatamente que la balanza se inclina del lado opuesto a causa del empuje. Llenando entonces la cavidad

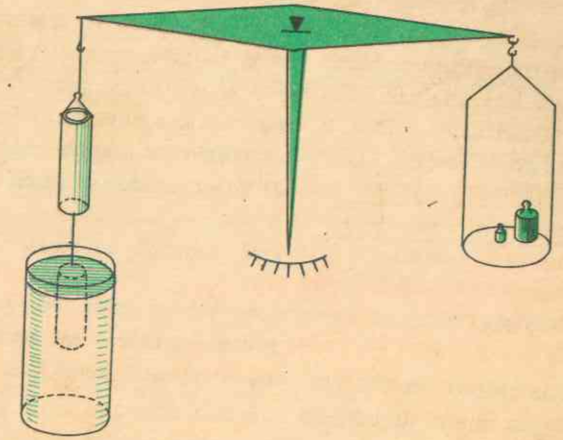


Fig. 12. Demostración del principio de Arquímedes.

del cilindro hueco con el mismo líquido se observa que el equilibrio se restablece. Se comprueba así que el empuje es igual al peso del líquido desalojado.

Ejemplo 1: Un cuerpo pesa 400 gf. y tiene un volumen de 120 cm.³ Calcular el empuje y su peso aparente cuando se sumerge en glicerina (densidad 1.26 gm. /cm.³)

$$P = 400 \text{ gf.}, \quad V_c = 120 \text{ cm.}^3, \quad d_l = 1.26 \text{ gm. /cm.}^3$$

Aplicando (15) para calcular el empuje.

$$E = V_c d_l g = 120 \text{ cm.}^3 \times 1.26 \text{ gm. /cm.}^3 \times 980 \text{ cm. /seg.}^2 = 148{,}176 \text{ dinas.}$$

Puede aplicarse también (16) observando que $P_l = 1.26$ gf. /cm.³

$$E = V_c\, P_l = 120 \text{ cm.}^3 \times 1.26 \text{ gf. /cm.}^3 = 151.2 \text{ gf.}$$

El peso aparente será:

$$R = P - E = 400 \text{ gf.} - 151.2 \text{ gf.} = 248.8 \text{ gf.}$$

10. EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS SUMERGIDOS Y FLOTANTES

Ya hemos dicho anteriormente que todo cuerpo en el interior de un líquido en equilibrio está sometido a dos fuerzas, su peso y el empuje, que tienen direcciones opuestas. Para que el cuerpo esté en equilibrio sabemos que las dos fuerzas deben ser iguales y directamente opuestas ($E = P$) lo cual requiere que *el centro de empuje e y el centro de gravedad g se encuentren en una misma vertical* (fig. 13). *Si el centro de empuje está más alto que el de gravedad, el equilibrio es estable, si ambos coinciden es indiferente y si está más bajo es inestable.*

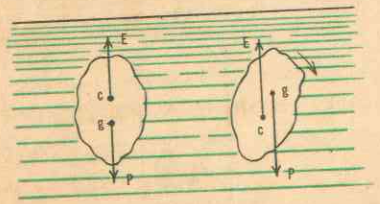


Fig. 13

Aun cuando en los cuerpos flotantes también es necesario para el equilibrio que ambos centros estén en la misma vertical, la estabilidad no requiere a veces que el de empuje esté más alto que el de gravedad. En la figura 14(a) se ha representado un buque en equilibrio siendo g su centro de gravedad y e el de empuje. Se observará que el de gravedad está más alto que el de empuje, lo cual es común a todos los buques en los que la superestructura u obra muerta eleva extraordinariamente el $C.G.$ No obstante el equilibrio es *estable*. Supongamos en efecto, que el buque se inclina con relación a la vertical. [fig. 14(b)]. Como la forma geométrica de la porción sumergida ha variado, el centro de empuje se ha desplazado a la posición e'. En estas condiciones el barco está sometido a un *par* de fuerzas (P, E) que tiende a poner su eje de simetría nuevamente vertical llevándolo a su posición de equilibrio.

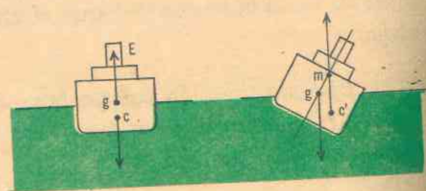


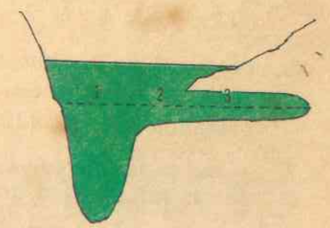
Fig. 14

Se llama METACENTRO *al punto de intersección, cuando el cuerpo está inclinado, de la vertical que pasa por el centro de empuje con una recta que pasando por el C. G. del cuerpo es vertical cuando está en equilibrio.* En la figura 14(b) es m. Vemos entonces que el par (P, E) tiende a enderezar el buque únicamente porque m está más alto que g. Si m estuviera más bajo que g el par (P, E) haría que el barco se inclinara más aún hasta que diera una vuelta completa.

Concluímos pues que *un cuerpo flotante, tal como un barco, está en equilibrio estable si el metacentro está más alto que el centro de gravedad.* En un barco la distancia metacéntrica gm debe tener el menor valor posible para que el balanceo sea lento obteniéndose así el máximum de comodidad.

PREGUNTAS

1. ¿En qué caso puede romperse más fácilmente una botella al tratar de taparla cuidadosamente si está a medio llenar o si está completamente llena de un líquido? ¿Por qué?
2. ¿Toda presión origina una fuerza? ¿Toda fuerza origina una presión? Ilustre su respuesta con ejemplos.
3. ¿Por qué un pez acostumbrado a vivir a grandes profundidades en el océano, se muere si se le lleva a poca profundidad?
4. ¿En qué posición (1, 2 ó 3) experimentará un pez una presión mayor? ¿Por qué? (Ver figura).
5. ¿Por qué una presa se hace más gruesa en la base?
6. ¿Cómo se sumerge un submarino y cómo regresa a la superficie?
7. En uno de los platillos de una balanza de plataforma en equilibrio se encuentra un recipiente conteniendo un líquido. ¿Qué ocurrirá si en el líquido se sumerge un cuerpo sostenido mediante un hilo de modo que no toque el fondo?



Pregunta 4

8. De un dinamómetro de muelle está suspendido un recipiente conteniendo un líquido. En éste se introduce un cuerpo, suspendido de un segundo dinamómetro de modo que quede cubierto por el líquido, pero sin tocar el fondo. ¿Qué cambios ocurrirán en las lecturas de los dinamómetros? ¿Qué relaciones habrá entre ellos?
9. Cuando un buque pasa de un río al océano ¿se sumerge más o emerge algo? ¿Por qué?
10. ¿Cuál es la máxima densidad que puede tener un cuerpo para poder flotar en alcohol?

PROBLEMAS

(Para las densidades consúltese la tabla de la pág. 96)

A

1. Sobre una superficie de 40 cm.² actúa una fuerza uniformemente distribuída igual a 80.6 kgf. Hallar la presión en kgf./cm.² *R.* 2.015 kgf./cm.²

2. Sobre una superficie rectangular de 30 cm. de largo y 12 cm. de ancho actúa una fuerza uniformemente distribuída que produce una presión de 4.25 kgf./cm.² Calcular la fuerza. *R.* 1,530 kgf.

3. Un hombre que pesa 180 lbf. se encuentra en pie. Las suelas de sus zapatos cubren cada una un área igual a 30 plg.² ¿Qué fuerza ejerce el hombre sobre el piso? ¿Qué presión ejerce sobre el piso? ¿Cuál será la presión si se para sobre un solo pie? *R.* 180 lbf., 3 lbf./plg²., 6 lbf./plg.²

4. La punta de un lápiz tiene un área de 0.001 cm². Si con el dedo se comprime contra un papel con una fuerza de 1.2 kgf. ¿cuál es la presión sobre el papel? *R.* 1,200 kgf./cm.²

5. Un tapón de goma cilíndrico cuya base tiene 1.2 cm. de radio se introduce en una botella llena de agua ejerciendo sobre él una fuerza de 30 kgf. Calcular la presión en los puntos de la botella. *R.* 6.6 kgf./cm.²

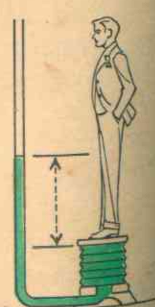
6. ¿Cuál es la presión a una profundidad de 1,200 m. bajo el agua? ¿Cuál es la fuerza ejercida sobre una superficie de 4 cm.² situada a esa profundidad? *R.* 120 kgf./cm.², 480 kgf.

7. ¿Cuál es la diferencia de presión en las tuberías del agua en dos pisos de un edificio si el desnivel entre ambos es 12 m.? *R.* 1.2 kgf./cm.²

8. Una probeta de 80 cm. de altura está llena (*a*) de aceite, ($d = 0.9$), (*b*) de agua, (*c*) de ácido nítrico, ($d = 1.52$). Calcular la presión en el fondo y la fuerza sobre el mismo si la probeta tiene un radio interior igual a 1.5 cm. *R.* (*a*) 72 gf./cm.², 510.68 gf., (*b*) 80 gf./cm.², 565.2 gf., (*c*) 121.6 gf./cm.², 859 gf.

9. El último piso de un edificio se encuentra a 90 m. sobre el nivel de las tuberías de agua que llegan de la calle. La presión del agua en las mismas es 4.25 kgf./cm.² ¿Será necesario instalar una bomba para que el agua llegue a ese piso? ¿Hasta qué altura subirá el agua bajo la presión sin necesidad de bomba? *R.* 42.5 m.

10. Un hombre que pesa 75 kgf. está parado sobre una plataforma que tiene 900 cm.² de área y está colocado sobre un fuelle con agua (figura). ¿A qué altura subirá el agua en el tubo vertical? ¿A qué altura subirá si el área de la plataforma se reduce a la mitad? *R.* 83.3 cm., 166.6 cm.



Problema 10

11. Un tanque rectangular lleno de agua tiene 6 m. de largo, 4 m. de ancho y 5 m. de profundidad. Calcular la fuerza total sobre el fondo y sobre cada pared. Resolver el mismo problema suponiendo que la superficie del agua se encuentra a 50 cm. del borde del tanque.

Resolverlo también suponiendo que contiene gasolina ($d = 0.8$) *R.* Para el agua 120 ton., 50 ton. 75 ton.

12. El tanque del problema anterior está tapado herméticamente. En su tapa se ha hecho un orificio y se ha ajustado en el mismo un tubo vertical de 6 m. de largo, de modo que el tanque y el tubo están llenos de agua. Calcular la fuerza total sobre el fondo y sobre cada pared y sobre la tapa. *R.* 264 ton., 170 ton., 255 ton., 144 ton.

13. Una piscina tiene un fondo inclinado de modo que en un extremo la profundidad es de 3 m. y en el otro de 1.2 m. La piscina tiene 25 m. de largo y 10 m. de ancho. Hallar la fuerza total sobre el fondo. *R.* 525 ton.

14. Una represa tiene un muro de contención de 50 m. de altura estando el nivel del agua a 1 m. del borde. En la base del muro hay una compuerta rectangular de 4 m. de altura y 5 m. de ancho. ¿Qué fuerza debe ejercerse sobre la compuerta para que el agua no la abra? *R.* 940 ton.

15. Un vaso cónico tiene por bases dos círculos de radios iguales a 4 cm. y 7 cm. Su altura es de 10 cm. Contiene un líquido cuya densidad es 1.5 g./cm.³ Calcular la fuerza ejercida sobre la base si descansa sobre la base (*a*) mayor, (*b*) menor. *R.* 2,308.8 gf., 754.20 gf.

16. Un tubo doblado en U contiene agua ($d = 1$) y aceite ($d = 0.9$). La altura del agua respecto a la superficie de separación es de 8 cm. Calcular la altura de la columna de aceite. *R.* 8.8 cm.

17. En un tubo doblado en U hay mercurio ($d = 13.6$) y cloroformo. La altura de la columna de mercurio es de 2 cm. y la del cloroformo es 40.8 cm. Calcular la densidad del cloroformo. *R.* 0.66 gm./cm.³

18. En un edificio la presión del agua en la planta baja es de 7 kgf./cm². y en el tercer piso es de 5.8 kgf./cm.² ¿Cuál es la distancia entre ambos pisos? *R.* 12 m.

19. En una prensa hidráulica (fig. 12) la fuerza hacia arriba en la plataforma *P* que tiene un área de 5 dm.² es de 1,000 kgf. El émbolo *p* tiene un área de 50 cm². ¿Qué fuerza se está ejerciendo en *p*? *R.* 100 kgf.

20. Un recipiente tiene la forma de un prisma de base cuadrada de 10 cm. de lado. Contiene mercurio hasta una altura de 8 cm. y encima del mismo, agua hasta una altura de 10 cm. sobre el mercurio. Calcular la presión y la fuerza total sobre el fondo. También la presión en un punto a 4 cm., a 8 cm., a 13 cm. y 18 cm. del fondo. *R.* 118.8 gf./cm.², 11.88 kgf., 64.4 gf./cm.², 5 gf./cm.², 0.

21. ¿Cuál es la fuerza total sobre el fondo de un canal de 300 m. de longitud, 25 m. de anchura y 9 m. de profundidad, en comunicación con el mar, si por él está pasando un buque de 300 toneladas? (densidad del agua de mar: 1.03 g. /cm.³). *R.* 70,025 ton.

B

22. Un cuerpo tiene un volumen de 25 cm.³ ¿Qué empuje experimentará si se sumerge (*a*) en alcohol (0.82), (*b*) en agua, (*c*) en ácido nítrico (1.522)? Si el cuerpo pesa 75 gf. en el aire, ¿cuál será su peso aparente en cada uno de estos líquidos? *R.* 20.50 gf., 25 gf., 38.05 gf., 54.50 gf., 50 gf., 36.95 gf.

23. Un pedazo de metal pesa 180 gf. en el aire y 140 gf. cuando se le sumerge en el agua. ¿Cuál es el volumen y la densidad del metal? *R.* 40 cm.³, 4.5 g. /cm.³

24. Un cuerpo cuyo volumen es 900 cm.³ tiene un peso aparente de 1.8 kgf. cuando se le sumerge (*a*) en agua, (*b*) en alcohol, ($d = 0.8$). Calcular su peso en el aire y su densidad. *R.* 2,700 gf., 3 g. /cm.³, 2,520 gf., 2.8 g. /cm.³

25. Un anillo de oro pesa 10 gf. en el aire y 9.4 gf. en el agua. ¿Cuál es su volumen y la densidad del oro? *R.* 0.6 cm.³, 16.6 gm. /cm.³

26. Un bloque cúbico de aluminio ($d = 2.75$) tiene 4 cm. de arista. ¿Cuál es su peso aparente (*a*) en el agua, (*b*) en el alcohol ($d = 0.8$)? ¿Qué fuerza sería necesario aplicarle para extraerlo del agua? *R.* 112 gf., 124.8 gf.

27. Un cuerpo experimenta un empuje de 25 gf. si se sumerge en agua, de 23 gf. si se sumerge en aceite. Hallar la densidad del aceite. *R.* 0.92 g. /cm.³

28. Una esfera de platino pesa 330 gf. en el aire, 315 gf. en el agua y 303 gf. en el ácido sulfúrico. Hallar (*a*) el volumen de la esfera, (*b*) la densidad del platino, (*c*) la densidad del ácido. *R.* 15 cm.³, 22 g. /cm.³, 1.8 g. /cm.³

29. Un bloque de piedra cuya densidad es 2.6 g. /cm.³ pesa 480 gf. en el agua. Hallar su peso en el aire. *R.* 780 gf.

30. Un bloque de madera tiene un volumen de 150 cm.³ Para mantenerlo sumergido en agua hace falta ejercer sobre él una fuerza hacia abajo de 60 gf. Hallar su densidad. *R.* 0.6 g. /cm.³

31. Una caja de acero de 10 cm. de lado está en el aire suspendida de un dinamómetro que indica un peso de 7,500 gf. ¿Cuál será la lectura del dinamómetro si la caja se introduce en alcohol? ($d = 0.82$ g. /cm.³) *R.* 6,680 gf.

32. Un bloque de madera cuyas aristas son de 15 cm., 10 cm. y 4 cm. flota (*a*) en agua, (*b*) en aceite, con su arista más corta vertical, de modo que emerge 1 cm. de la misma. Hallar el peso del bloque, y la densidad de la madera. *R.* (*a*) 450 gf., 0.75 g. /cm.³

33. Una esfera de hierro que pesa 136 gf. y tiene una densidad igual a 7.8 gm. /cm.³ flota en mercurio. Calcular el volumen del casquete emergente. ¿Qué fuerza sería necesario ejercer sobre la esfera para sumergirla? *R.* 7.5 cm.³, 102 gf.

34. Un cilindro de madera de 10 cm. de altura flota (*a*) en agua, (*b*) en alcohol, de modo que emerge 3 cm. ¿Cuál es su densidad? *R.* (*a*) 0.7 g. /cm.³, (*b*) 0.56 g. /cm.³

35. Un tapón cilíndrico de corcho tiene una densidad de 0.3 g. /cm³ y una altura de 2.5 cm. ¿Qué longitud emerge cuando flota (*a*) en agua, (*b*) en alcohol? *R.* 1.75 cm., 1.56 cm.

36. Un bloque de madera cuyas dimensiones son 20 cm., 10 cm., y 6 cm. flota en el agua con su superficie mayor horizontal. Si su densidad es 0 7 g. /cm.³, ¿cuánto se hunde? ¿Cuánto se hundiría si se le empujara con el dedo con una fuerza de 200 gf.? *R.* 4.3 cm., 5.2 cm.

37. Cuando un hombre que pesó 80 kgf. penetra en una canoa, ésta se hunde 4 cm. Hallar el área de la sección de la canoa al nivel de la superficie del agua. *R.* 2 m.²

38. Una caja de 20 cm. de largo, 10 cm. de ancho y 8 cm. de altura flota en agua salada ($d = 1.2$ g. /cm.³) con su base mayor horizontal. ¿Cuál es el peso del cuerpo que debe colocarse en su interior para hundirla 3 cm. más? *R.* 720 gf.

39. ¿Cuál ha de ser la densidad de un líquido para que un cuerpo cuya densidad es 0.8 g. /cm.³ flote con sólo la mitad de su volumen sumergido? *R.* 1.6 g. /cm.³

40. Un pedazo de aluminio ($d = 2.7$ g. /cm.³) pesa 10 gf. en el aire. ¿Cuál será su peso aparente en un líquido cuya densidad es 1.35 g. /cm.³? *R.* 5 gf.

capítulo 18 Hidrodinámica

1. MOVIMIENTO DE UN LIQUIDO

En un fluido en movimiento cada una de sus partículas o moléculas describe una trayectoria en general diferente a la de las otras moléculas. Supongamos que en un instante determinado trazamos en el fluido líneas imaginarias tales que las velocidades de las moléculas por donde pasa cada línea son tangentes a ella en ese instante. Estas curvas reciben el nombre de *líneas de corriente* (fig. 1).

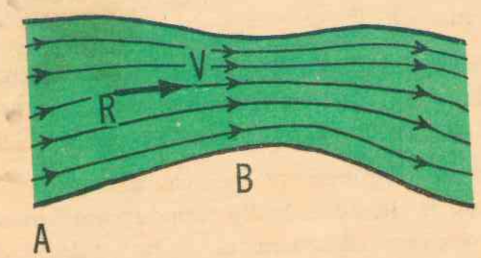


Fig. 1.

En general, la configuración de las líneas de corriente en un instante posterior será diferente. En este caso se dice que el movimiento del fluido es *turbulento*. Por el contrario, si observamos que la configuración de las líneas de corriente permanece invariable al transcurrir el tiempo decimos que el movimiento del fluido es *estacionario*.

En estas circunstancias la velocidad de un mismo punto del fluido permanece constante en magnitud y dirección y las trayectorias de sus diversas partículas coinciden con las líneas de corriente que pasan por ellas, de modo que cada partícula sigue a la que la precede situada sobre la misma línea

de corriente. Esta última característica se puede observar espolvoreando alguna substancia en un líquido animado de un movimiento estacionario y observando su trayectoria.

Se dice que una corriente es *uniforme* cuando la velocidad es la misma en magnitud y dirección en todos los puntos del fluido de modo que las líneas de corriente son rectas paralelas. En la fig. 2(*a*) se tienen las líneas de corriente debidas a una fuente en el interior del líquido; en (*b*) las debidas a un sumidero y en (*c*), las líneas de corriente cuando se tiene un obstáculo cilíndrico, tal como un poste, en medio de una corriente uniforme.

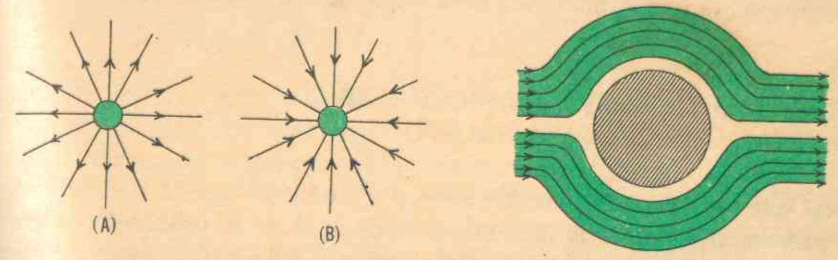


Fig. 2.

2. SALIDA DE UN FLUIDO POR UN ORIFICIO. TEOREMA DE TORRICELLI

Haremos ahora el estudio de la velocidad con que sale un fluido por un orificio abierto en la pared del recipiente que lo contiene. El primer estudio de este fenómeno, en el caso de un líquido, se debe a Evangelista Torricelli (1608-1647), el cual enunció su famoso teorema en el año 1643:

Si en un recipiente de paredes delgadas se abre un orificio pequeño, la velocidad con que sale el líquido por el mismo es igual a la velocidad que adquiriría un cuerpo si cayera libremente en el vacío desde una altura igual a la distancia vertical entre la superficie libre del líquido en el recipiente y el orificio.

Designando por h esta altura tenemos que la velocidad de salida del líquido será:

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (1)$$

Por consiguiente la velocidad de salida es proporcional a la raíz cuadrada de la profundidad a que se encuentra el orificio.

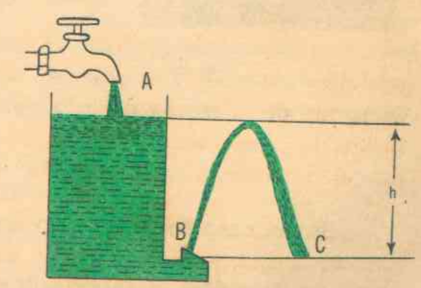


Fig. 3. Teorema de Torricelli.

Torricelli relató varias experiencias que sirven de comprobación al teorema. Supongamos por ejemplo, que en un recipiente como el de la figura 3, se practica un orificio en B, manteniendo fijo el nivel del líquido en A; se observa entonces que el chorro que se produce describe una trayectoria prácticamente parabólica, igual que para los proyectiles, de modo que su punto más alto se halla en un mismo plano horizontal que A (en la práctica está algo más bajo). Ahora bien, la velocidad que tiene el líquido al salir por B, es igual a la que tiene cuando al caer pasa por C y esta corresponde a la velocidad de una caída desde una altura h. Esta experiencia es pues una comprobación del teorema. Este teorema puede demostrarse también analíticamente aplicando el principio de conservación de la energía.

3. GASTO TEORICO Y GASTO EFECTIVO

Como la velocidad v con que sale el líquido por B representa la distancia que avanza en la unidad de tiempo, tendremos que si A es el área del orificio, el volumen de líquido que sale por él, en la unidad de tiempo será Av. Este producto recibe el nombre de *gasto teórico* y como $v = \sqrt{2gh}$ tendremos:

$$G_t = Av = A\sqrt{2gh} \qquad (2)$$

Esta fórmula no da el *gasto efectivo* o *verdadero*, porque al emerger la vena líquida por B, las líneas de corriente que la forman son convergentes (fig. 4) de modo que la sección va disminuyendo hasta un lugar V donde tiene su menor valor, volviendo a aumentar después. La región V o sección contraída de la vena recibe el nombre de *vena contracta*.

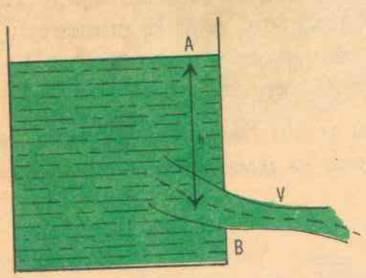


Fig. 4.

Para obtener el gasto efectivo o verdadero es necesario entonces multiplicar el gasto teórico (2) por un coeficiente c, llamado *coeficiente de descarga* y que depende de la forma del orificio. Luego el gasto verdadero es:

$$G = cG_t = cA\sqrt{2gh} \qquad (3)$$

En el caso de un orificio circular $c = 0.62$.

La presencia de tubos adicionales en el orificio de salida del líquido puede modificar el valor de c, haciéndolo hasta mayor que la unidad, facilitando así la salida del líquido.

El 24 de sep cumple la Seño Cielo

Ejemplo 1: En un tanque de paredes delgadas conteniendo agua se abre un orificio circular de 0.8 cm. de radio a una profundidad de 3 m. Calcular la cantidad de líquido que sale en dos minutos suponiendo que el nivel de la superficie libre permanece fijo y que no se emplea tubo adicional.

$$r = 0.8 \text{ cm.}, \; h = 3 \text{ m.} = 300 \text{ cm.}, \; t = 2 \text{ min.} = 120 \text{ seg.}, \; c = 0.62.$$

$$A = \pi r^2 = 3.1416 \times 0.64 \text{ cm.}^2 = 2.01 \text{ cm.}^2$$

$$G = 0.62\, A\sqrt{2gh}$$

$$= 0.62 \times 2.01 \text{ cm.}^2 \times \sqrt{2 \times 980 \text{ cm./seg.}^2 \times 300 \text{ cm.}} =$$

$$= 955 \text{ cm.}^3/\text{seg.}$$

Este es el volumen de líquido que sale en un segundo. Para obtener el volumen descargado en 2 minutos multiplicamos el valor anterior por el tiempo.

$$V = Gt = 955 \text{ cm.}^3/\text{seg.} \times 120 \text{ seg.} = 114{,}600 \text{ cm.}^3 = 114.6 \text{ litros.}$$

4. ECUACION DE CONTINUIDAD

Consideremos un fluido que se mueve por una tubería de sección variable, (fig. 5). En la sección A_1 la velocidad es v_1 y el volumen de fluido que pasa por ella en la unidad de tiempo es A_1v_1. Si d_1 es la densidad del fluido en A_1, la masa que pasa por unidad de tiempo es, masa = = densidad $\times$ volumen = $= d_1 \times (A_1v_1) = d_1A_1v_1$.

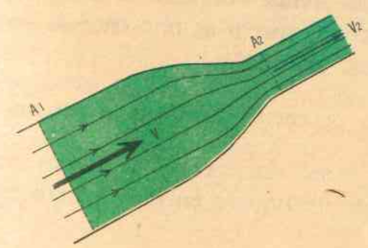


Fig. 5.

Análogamente la masa que pasa por A_2 en la unidad de tiempo es $d_2A_2v_2$. Suponiendo que entre A_1 y A_2 no hay absorción o producción de materia y que el movimiento es estacionario, las dos masas deben ser iguales, en virtud del principio de conservación de la materia. Luego:

$$d_1A_1v_1 = d_2A_2v_2 \qquad (4)$$

resultado que se llama *ecuación de continuidad*. Si el fluido es incompresible su densidad es la misma en todas partes ($d_1 = d_2$), resultando:

$$A_1v_1 = A_2v_2 \qquad (5)$$

lo que indica que donde la sección es menor la velocidad es mayor.

5. ENERGIA DE UN FLUIDO EN MOVIMIENTO

Consideremos la unidad de volumen de un líquido en movimiento. Si su densidad es d y su velocidad es v su energía cinética será:

$$\text{energía cinética: } \tfrac{1}{2} dv^2$$

pues la masa de la unidad de volumen es d.

Análogamente, si está a la altura h su energía potencial gravitatoria por unidad de volumen es:

$$\text{energía potencial gravitatoria: } dgh$$

La presión también puede considerarse como una energía potencial. En efecto, dimensionalmente:

$$\text{presión} = \frac{\text{fuerza}}{\text{área}} = \frac{\text{dina}}{\text{cm.}^2} = \frac{\text{dina} \times \text{cm.}}{\text{cm.}^3} = \frac{\text{erg}}{\text{cm.}^3} = \frac{\text{energía}}{\text{volumen}}$$

Consideremos un volumen de fluido de sección A. La fuerza que actúa sobre A es $F = pA$. Si A es desplazada la distancia e, el trabajo realizado es $T = F \times e = pA \times e = pV$, donde V es el volumen del fluido desplazado. Luego $p = T/V$ que comprueba que p es una energía por unidad de volumen. Luego:

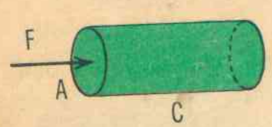


Fig. 6.

$$\text{energía potencial debida a la presión} = p$$

Por tanto, la energía total por unidad de volumen de un líquido en movimiento es la suma de los tres resultados anteriores,

$$\left.\begin{array}{l}\text{energía total por}\\ \text{unidad de volumen}\end{array}\right\} = \tfrac{1}{2} dv^2 + dgh + p \qquad (6)$$

El principio de conservación de la energía requiere que esta cantidad permanezca constante durante el movimiento si éste es estacionario. Este importante resultado se llama también *principio de Bernoulli.*

6. APLICACIONES

El principio de Bernoulli tiene numerosas aplicaciones prácticas. Consideremos un tubo de sección variable como el de la fig. 7, dispuesto horizontalmente. Como la altura h es la misma a lo largo del tubo, resulta

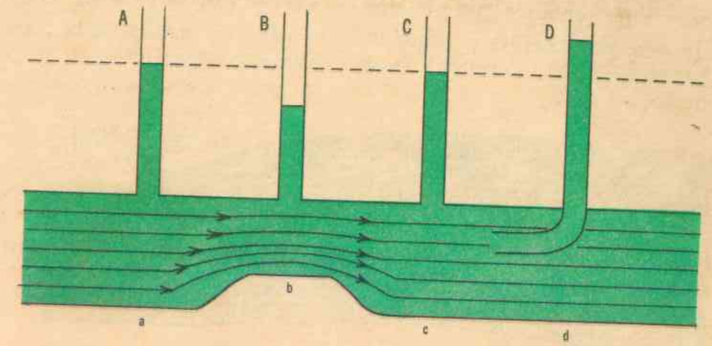


Fig. 7.

que donde la velocidad es mayor (menor), la presión es menor (mayor). Si el líquido estuviera en reposo, la presión sería la misma en todas partes y la altura del líquido sería igual en los tubos A, B, C y D. Pero si el líquido está en movimiento, la altura en A y C será la misma porque teniendo la misma sección en a y en c, la velocidad es la misma. Luego la presión también será la misma. En b sin embargo, por ser la sección menor, la velocidad es mayor con lo que la presión deberá ser menor. En D la presión P es mayor porque debe contrarrestar la presión p y la energía cinética del fluido, o sea $P = p + \tfrac{1}{2} dv^2$. Este último resultado se usa en los motores o turbinas hidráulicas y en los aparatos para medir la velocidad de un cuerpo en movimiento en un fluido, tal como un avión.

El principio de Bernoulli permite demostrar la fórmula para la velocidad de salida de un líquido por un orificio. En efecto (fig. 4) en A la velocidad es nula y la presión es la atmosférica. Luego:

$$\text{energía en } A = dgh + Patm.$$

En B la altura es nula y la presión es otra vez la atmosférica. Luego:

$$\text{energía en } B = \tfrac{1}{2} dv^2 + Patm$$

Igualando ambos resultados,

$$\tfrac{1}{2} dv^2 + Patm = dgh + Patm$$

de donde:

$$\tfrac{1}{2} dv^2 = dgh, \quad \text{o} \quad v = \sqrt{2\,gh}$$

El principio de sustentación de un avión se basa también en (6). En efecto, el perfil del ala, (fig. 8), se diseña de tal modo que la velocidad del aire sea mayor por encima que por debajo, con lo que la presión será mayor por debajo que por encima produciendo una fuerza resultante hacia arriba.

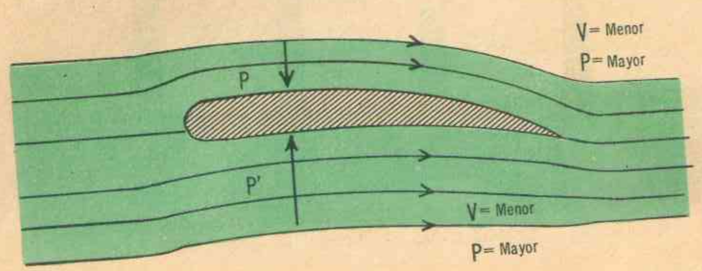


Fig. 8.

Ejemplo.—En una tubería horizontal por la que fluye agua, las secciones transversales en dos puntos miden $3 cm^2$ y $6 cm^2$ respectivamente. La velocidad del líquido en el primer punto es de 4m/seg. y la presión es 100 newton/m². Calcular la velocidad y la presión en el segundo punto.

Como el líquido es agua su densidad en el sistema MKS será:

$$d = 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

Se tiene:

$$A_1 = 3cm^2, \quad A_2 = 6cm^2, \quad v_1 = 4m/seg.$$

Aplicando la ecuación de continuidad

$$A_1 v_1 = A_2 v_2; \quad 3 \times 4 = 6 \ v_2$$

Luego la velocidad en el segundo punto será:

$$v^2 = \frac{2 \ m}{seg}$$

Para calcular la presión en el segundo punto, podemos usar la ecuación de Bernoulli, que como la tubería es horizontal puede escribirse:

$$P_1 + \frac{1}{2} dv_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} dv_2^2$$

Substituyendo valores y teniendo en cuenta que $P_1 = 100$ newton/m² y $d = 10^3$ Kg/m³, la presión p_2 en el segundo punto será:

$$P_2 = 100 + \frac{1}{2} \times 10^3 \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 10^3 \times 2^2 =$$

6,100 newton/m²

PREGUNTAS

1. ¿Qué es una línea de corriente? Haga esquemas de algunos tipos de líneas de corriente.
2. ¿Qué significado físico tiene la ecuación de continuidad?
3. ¿Qué significado físico tiene el principio de Bernoulli?
4. ¿Cómo varía la velocidad de un líquido con la sección del tubo?
5. ¿Cómo varía la presión de un fluido con la velocidad?
6. ¿Cómo varía con la sección la presión de un fluido en un tubo horizontal?
7. Cite algunos ejemplos que ilustren las preguntas anteriores.
8. ¿Qué efecto tiene sobre la presión la fricción del líquido con las paredes del tubo por donde fluye?
9. ¿Cómo depende la velocidad de salida de un orificio de la profundidad de este orificio?
10. Un recipiente de 60 cm. de altura tiene un orificio en el fondo. ¿En qué caso la velocidad del líquido será mayor: si está lleno de agua o de mercurio?

PROBLEMAS

A

1. Una tubería horizontal tiene una sección uniforme cuyo radio es de 3 cm. La velocidad del agua es de 4 m./seg. y la presión es igual a 10 kgf./cm². Calcular (a) la cantidad de líquido que pasa en un minuto por cualquier sección de la tubería, (b) la energía total por unidad de volumen. R. 11.3041., $9.8804 \times 10^5 \frac{joule}{m^3}$
2. Una tubería horizontal tiene un área de 10 cm.² en una región y de 5 cm.² en otra. La velocidad del agua en la primera es de 5 m./seg. y la presión en la segunda 2 kgf./cm.². Calcular la presión en la primera y la velocidad en la segunda. R. 10 m./seg., 2. 3 kgf./cm.²
3. Una tubería tiene sección uniforme pero tiene una inclinación de 30° con la horizontal. La velocidad en un punto a 8 m. del suelo es de 40 cm./seg. y la presión es la atmosférica. ¿Cuál será la velocidad

y la presión en otro punto más bajo situado a 6 m. del primero? *R.* 1,633 gf. /cm.²

4. Un tubo tiene 6 cm. de diámetro aunque en una parte del mismo, su sección se contrae teniendo sólo 4 cm. de diámetro. Cuando por el mismo fluye un líquido cuya densidad es 0.9 g. /cm.³ la presión en el primer lugar excede a la presión en el segundo en 16.2 g. /cm.² Determinar la velocidad del líquido en cada punto. *R.* 209.79 cm. /seg., 93.24 cm. /seg.

5. Resolver el problema anterior si el tubo tiene una inclinación de 40° con la horizontal y la distancia entre las dos regiones es de 10 m., estando la segunda más baja que la primera. *R.* 1,271.7 cm. /seg., 565.2 cm. /seg.

6. En un tanque la presión del agua en un orificio practicado en su pared es 490 gf. /cm.² ¿Cuál es la profundidad del orificio? ¿Cuál es la velocidad de salida del agua? ¿Cuál es la velocidad del líquido en un punto del chorro que está a 50 cm. por debajo del orificio? *R.* 4.9 m., 9.8 m. /seg., 223.4 m. /seg.

7. En un punto de un buque a 4.5 m. de profundidad se abre ocasionalmente un boquete circular de 1 m. de diámetro. ¿Cuántos litros de agua por minuto penetran en el buque? *R.* 128,094.7 *l.* /m.

8. En un tanque se abre un orificio circular de 10 cm. de diámetro a 20 m. de profundidad. Si el coeficiente de descarga es 0.62, calcular la cantidad de agua que sale por minuto y la velocidad con que sale el líquido. *R.* 57,235.92 *l.* /min., 19 m. /seg.

9. En un tanque con agua herméticamente cerrado se inyecta aire por una tubería acoplada a su tapa, siendo su presión de 2 atmósferas. La superficie del agua está a 4.9 m. del fondo. Si en este lugar se practica un orificio de 2 cm. de radio, calcular la velocidad de salida del agua suponiendo que no hay contracción. Calcular también el gasto. *R.* 1,728 cm. /seg., 21.7 *l.* /seg.

capítulo 19 Neumática

1. PRINCIPIOS DE LA HIDROSTATICA APLICABLES A LA NEUMATICA

La casi totalidad de los principios expuestos en el Capítulo XVII para los líquidos, pueden extenderse sin alteración a los gases. Así, si en un gas en equilibrio se tienen dos puntos cuyo desnivel es h, la diferencia entre las presiones en ambos puntos es:

$$p_1 - p_2 = hdg \text{ (dinas /cm.}^2\text{)} \qquad (1)$$

donde d es la densidad del gas. Como la densidad de los gases en condiciones normales es muy pequeña, es necesario que el desnivel h sea muy grande para que la diferencia de presión se haga apreciable. Por ejemplo, la densidad del aire es $d = 0.001293$ gm. /cm.³. Luego, para que $p_1 - p_2 =$ $= 1$ gf. /cm.² $= 980$ barias, es necesario que:

$$h = \frac{p_1 - p_2}{dg} = \frac{980 \text{ dina /cm.}^2}{0.001293 \text{ gm. /cm.}^3 \times 980 \text{ cm. /seg.}^2} = 775 \text{ cm.} = 7.75 \text{ m.}$$

En el agua, ese desnivel habría correspondido a una diferencia de presión de 775 gf. /cm.²

Por esta razón un gas encerrado en un recipiente de poco volumen ejerce prácticamente la misma presión en todos los puntos del mismo.

La expresión (1) debe ser aplicada, sin embargo, con cuidado. En efecto, como los gases son muy compresibles, su densidad varía con la presión a igualdad de otras circunstancias. Por tanto, si el desnivel h es muy grande, la densidad no es exactamente la misma en la parte inferior y en la superior. Luego la fórmula (1) es aplicable solamente en tanto el desnivel h es tal que la densidad no varía apreciablemente.

Del mismo modo podemos enunciar el principio de Arquímedes:

Todo cuerpo en el interior de un gas experimenta una fuerza vertical hacia arriba o empuje igual al peso del volumen de gas desalojado.

Este principio se pone en evidencia mediante el instrumento denominado *baroscopio* (fig. 1). Consiste en una pequeña balanza en cuyos extremos van suspendidos el cuerpo C, de latón o algún metal, y la esfera de vidrio V de volumen mucho mayor, graduados de modo que la balanza está en equilibrio cuando se encuentran en el aire. Se coloca entonces la balanza bajo la campana neumática N y mediante una bomba se extrae el aire por B. Se observa entonces que a medida que sale el aire, la balanza se inclina del lado de la esfera V.

La explicación es la siguiente: en el vacío la balanza se inclina del lado de V, ya que en realidad pesa más, pero en el aire se mantiene en equilibrio, porque siendo V de mayor volumen que C, experimenta un empuje mayor, siendo iguales las fuerzas resultantes sobre ambas esferas. De no existir el empuje la extracción del aire no habría alterado lo más mínimo el equilibrio de la balanza.

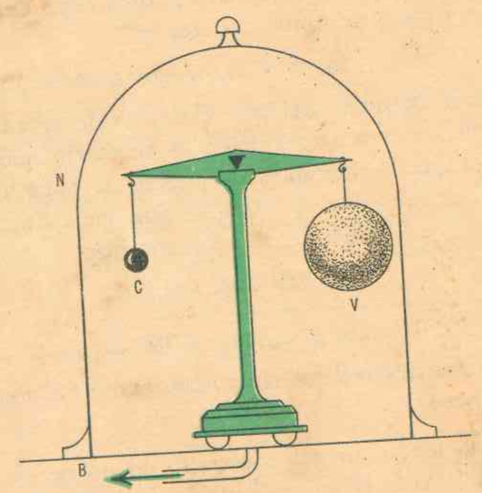


Fig. 1. Baroscopio.

2. PESO VERDADERO Y APARENTE EN UN GAS

El ejemplo anterior nos pone de manifiesto además un detalle muy importante. Cuando un cuerpo se pesa en la atmósfera no se obtiene su *peso verdadero*, o sea la atracción que la Tierra ejerce sobre él, sino esta

atracción disminuida en el empuje debido a la atmósfera, lo que se llama *peso aparente* o sea su peso en el aire. Si designamos por P el peso real o verdadero del cuerpo, por P_a su peso aparente y por E el empuje, se tiene que:

$$P_a = P - E$$

Evidentemente el peso aparente de un cuerpo es siempre menor que su peso real. Como es muy difícil determinar experimentalmente el peso real de un cuerpo ya que habría que proceder en el vacío, lo que se hace es hallar el peso aparente y por medio de fórmulas se calcula entonces el peso real.

Si el cuerpo tiene una densidad mayor que el gas, entonces $P > E$ y su peso aparente es positivo. Si tiene la misma densidad que el gas ($P = E$), su peso aparente es nulo y queda flotando en el interior del gas. Si tiene menos densidad que el gas, entonces $P < E$ y su peso aparente es negativo, con lo que el cuerpo tiende a subir bajo la acción de una fuerza $E - P$ que recibe el nombre de *fuerza ascensional*.

Este resultado es de gran importancia en los globos y dirigibles. Estos son aparatos que llevan varios tanques llenos de un gas como el hidrógeno o el helio que son mucho más ligeros que el aire de modo que el conjunto tiene una densidad inferior a la del aire, lo que hace que tienda a ascender. Aunque el hidrógeno produce mayor fuerza ascensional que el helio se prefiere este gas por no ser inflamable.

Ejemplo 1: Calcular la fuerza ascensional de un balón que tiene un volumen de 500 m.³ lleno de hidrógeno y una barquilla cuyo peso más el de las personas y objetos que lleva es de 300 kgf.

Como el volumen es $V = 500$ m.³ $= 500{,}000{,}000$ cm.³, la masa de aire desalojado será $M = Vd = 5 \times 10^8 \text{ cm.}^3 \times 0.001293 \dfrac{\text{gm.}}{\text{cm.}^3} = 64.65 \times$ $\times 10^4$ g.

El empuje será: $E = Mg = 64.65 \times 10^4 \text{ g} \times 980 \dfrac{\text{cm.}}{\text{seg.}^2} = 64.35 \times 10^7$ dinas $= 6{,}435$ newtons $= 656.5$ kgf.

Para obtener el peso hay que añadirle a los 300 kgf. el peso del hidrógeno contenido en el balón:

$$P\ (\textit{Hidrógeno}) = 5 \times 10^8 \text{ cm.}^3 \times 0.00009 \text{ gm /cm.}^3 \times 980 \text{ cm. /seg.}^2 = 44.2 \times 10^6 \text{ dinas} = 442 \text{ newtons} = 45 \text{ kgf.}$$

Luego el peso del conjunto es:

$$P = 300 \text{ kgf.} + 45 \text{ kgf.} = 345 \text{ kgf.}$$

La fuerza ascensional es por consiguiente:

$$E - P = 656.6 \text{ kgf.} - 345 \text{ kgf.} = 311.6 \text{ kgf.}$$

3. PRESION ATMOSFERICA

Sobre la superficie de la Tierra se extiende una capa gaseosa, llamada *atmósfera* que tiene una altura aproximada de unos 40 km. La atmósfera es una mezcla de varios gases que se denomina *aire:* nitrógeno (78%), oxígeno (20%), argón (1%), anhídrido carbónico (0.03%), hidrógeno (0.001%) y trazas de algunos otros gases como el neón, el helio, etc. Aunque en la proximidad de la superficie terrestre predominan el nitrógeno y el oxígeno, las proporciones relativas de los distintos gases varían con la altura.

Fig. 2

Esta masa gaseosa al descansar sobre la superficie terrestre ejerce en cada punto de los cuerpos que se encuentran sobre la misma una presión llamada PRESION ATMOSFERICA.

Los seres vivientes no nos percatamos de su existencia porque siempre hemos estado sometidos a su acción. Basta sin embargo, elevarnos a grandes alturas, donde la presión es menor, para experimentar sensaciones nuevas (molestias en los oídos, etc.), que nos revelan la variación de alguna circunstancia física, en este caso la presión. Otros experimentos nos indican también su existencia y además nos sugieren cómo medirla.

Si por ejemplo, de un recipiente como el de la (fig. 2), cuyo extremo superior está cerrado por una membrana de goma o una vejiga, se extrae el aire por su extremo inferior, se observa que gradualmente la membrana se deforma deprimiéndose, pudiendo llegar a romperse. Igualmente si de una lata de gasolina (fig. 3), se extrae el aire llega un momento durante el proceso de extracción en que la lata es deformada y aplastada quedando en la forma indicada a la derecha. En ambos experimentos, al extraerse el aire del interior sólo queda la presión atmosférica exterior que en un caso deforma la membrana y en el otro la lata.

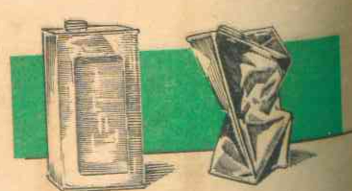


Fig. 3

Uno de los experimentos más espectaculares fue el realizado en 1650 por Otto von Guericke (1602-1686), alcalde de Magdeburgo, (Alemania), en presencia del emperador Fernando III. Guericke preparó dos hemis-

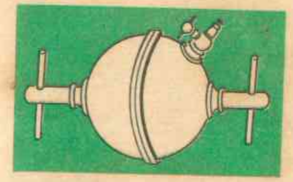


Fig. 4. Hemisferios.

ferios de metal, cuyas bases podían ponerse en contacto perfectamente resultando así una esfera cuya cavidad tenía un diámetro de 55 cm. (fig. 4). Extrajo después el aire del interior de los hemisferios empleando para ello una bomba de su invención. Entonces demostró públicamente que ocho caballos tirando de cada hemisferio no los podían separar y sin embargo, se separaban fácilmente si primero se dejaba penetrar el aire en su interior. La explicación es la misma que en los ejemplos anteriores.

4. EXPERIMENTO DE TORRICELLI

De todos los experimentos realizados para probar la existencia de la presión atmosférica, el más trascendental fue el realizado en 1644 por Evangelista Torricelli (1608-1647). Tomó un tubo de vidrio, cerrado por un extremo y de una longitud aproximadamente igual a un metro. Lo llenó de mercurio y cerrando con su dedo el extremo abierto lo invirtió en una cubeta conteniendo mercurio (fig. 5 *A* y *B*). Observó entonces que en lugar de salir todo el mercurio, quedó en el interior del tubo una columna de líquido de altura *h* con relación a la superficie del mercurio en la cubeta. La altura *h* era alrededor de unos 76 cm. Pudo, además, comprobar que *la altura h es independiente del diámetro del tubo, de su inclinación y de su forma* (fig. 5 *C*).

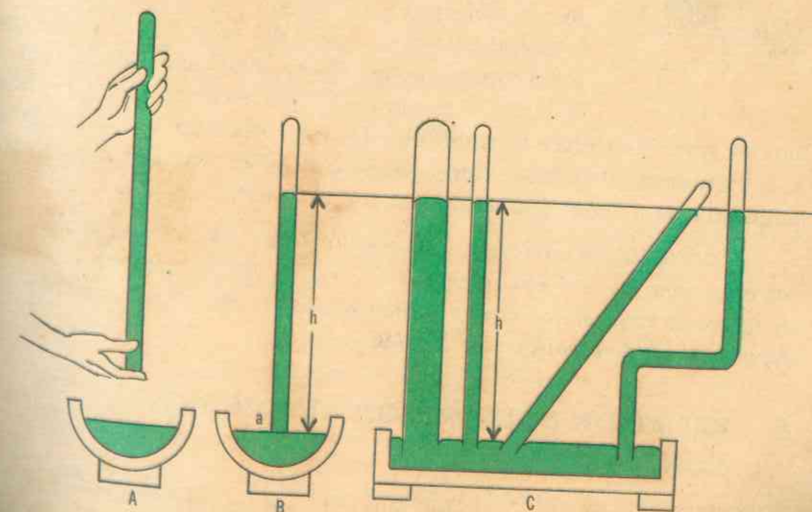


Fig. 5. Experimento de Torricelli

En la región entre la superficie del mercurio y el resto del tubo hay un vacío casi perfecto. (En realidad hay trazas de vapor de mercurio).

La explicación, suponiendo la existencia de la presión atmosférica, es simple: en un líquido en equilibrio la presión en todos los puntos de una superficie horizontal trazada en el mismo es la misma. Luego todos los puntos de la superficie horizontal que coinciden con la superficie libre, *a*, (fig. 5 *B*) deben estar a la misma presión. Los que están fuera del tubo se hallan bajo la presión atmosférica *P*. Luego los que están en la base del tubo deben encontrarse bajo la acción de una presión hidrostática *hdg* igual a *P*, o sea:

$$P = hdg \qquad (2)$$

siendo *d* la densidad del líquido, en nuestro caso el mercurio. Se ve así que el líquido en el tubo no puede descender a una altura inferior a $h = P/dg$.

Para verificar que la altura del mercurio en el tubo se debe a la presión atmosférica, puede realizarse el experimento de la fig. 6. La cubeta con mercurio se coloca debajo de una campana neumática y se extrae el aire, lo que equivale a disminuir la presión sobre el mercurio. Se ve entonces que el mercurio *desciende* por el tubo. Si se permite al aire penetrar nuevamente en la campana, restableciéndose la presión inicial, el mercurio asciende de nuevo.

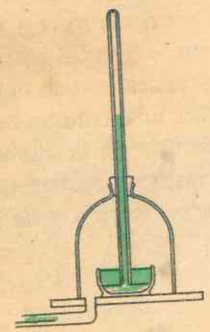


Fig. 6

Igualmente si se introduce un tubo abierto por ambos extremos en un recipiente con mercurio se observa que este asciende por el tubo al extraerse el aire del mismo por el extremo superior, (fig. 7). El hecho se debe a que al extraerse el aire del tubo disminuye la presión en el mismo; como afuera sigue actuando la presión atmosférica, es necesario que ascienda cierta cantidad de líquido para establecer el equilibrio. En este principio se fundan las bombas hidráulicas, los tubitos de cartón para beber los refrescos, el proceso empleado para llenar una jeringuilla con el líquido que se va a inyectar, etc.

Por tanto, *la atmósfera ejerce sobre todos los cuerpos de la superficie terrestre una presión equivalente a la presión hidrostática de una columna de mercurio cuya altura está alrededor de los 76 cm. pero cuyo valor exacto depende de las circunstancias locales.*

5. VARIACION DE LA PRESION ATMOSFERICA CON LA ALTURA

Blas Pascal, que se había enterado de la experiencia de Torricelli, supuso que si la altura de la columna de mercurio se debía a la presión

atmosférica, la longitud de dicha columna debía disminuir con la altura. Con la finalidad de comprobar este extremo realizó una serie de experiencias en París comparando las alturas de la columna de mercurio en lo alto y en lo bajo de la torre de la iglesia de Saint-Jacques-de-la-Boucherie que tiene una altura de unos 50 m. observando que la columna descendía unos 5 mm., lo que le hizo concluir que por cada 10 m. de altura el mercurio debía descender 1 mm. El cálculo concuerda aproximadamente con este resultado indicando que *para pequeñas alturas el mercurio desciende* 1 *mm. por cada ascenso de* 10.5 *m.*

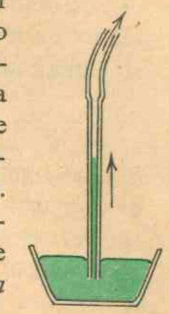


Fig. 7.

Si la densidad del aire fuera la misma a todas las alturas podría calcularse fácilmente la altura de la atmósfera multiplicando 10.5 m., que es la distancia que hay que elevarse para que el mercurio descienda 1 mm., por 760 mm. resultando 7,980 m. = 8 Km., aproximadamente lo que en realidad representa menos de la cuarta parte de la verdadera altura de la atmósfera. Sin embargo, la densidad del aire es tanto menor cuanto mayor es la altura, lo cual hace que la presión no disminuya uniformemente con la altura, y cada vez es necesario elevarse una distancia mayor para que el mercurio descienda un mm. Para alturas pequeñas, de unos cuantos cientos de metros, puede, sin embargo, seguirse considerando la atmósfera como homogénea.

6. VALORES DE LA PRESION ATMOSFERICA

Se llama *presión normal* a la presión atmosférica que al nivel del mar y a 0°C de temperatura equilibra una columna de mercurio de 76 cm. de altura. Esta presión recibe también el nombre de *atmósfera.*

Un gas cuya presión es normal (1 atm.) y cuya temperatura es igual a 0°C. se dice que se encuentra en *condiciones normales.*

Es conveniente calcular el valor de una atmósfera en otras unidades. Empleando (2) y teniendo en cuenta que $d = 13.6$ gm./cm.³ para el mercurio y $h = 76$ cm. resulta:

$$\begin{aligned} 1 \text{ atmósfera} &= 13.6 \text{ gm./cm.}^3 \times 76 \text{ cm.} \times 980 \text{ cm./seg.}^2 = \\ &= 1{,}012{,}928 \text{ barias, (o dinas/cm.}^2\text{).} = \\ &= 1{,}033.6 \text{ gf/cm}^2 \text{ (dividiendo por 980).} = \\ &= 1.0336 \text{ kgf./cm.}^2 \text{ (dividiendo por 1,000)} \end{aligned}$$

de modo que cuando la presión es normal cada cm.² de nuestro cuerpo está bajo la acción de una fuerza igual a un kgf. prácticamente.

Como la presión atmosférica es proporcional a la longitud de la columna de mercurio que equilibra, suele también expresarse en términos de esa longitud. Así se dice usualmente que:

$$1 \text{ ATMOSFERA} = 76 \text{ CM. DE Hg.}$$

lo cual significa que una presión de una atmósfera equilibra una columna de mercurio de 76 cm. Así por ejemplo, dada una presión en cm. de Hg., se obtiene su valor en atmósferas *dividiendo* por 76, en gf. /cm.² *multiplicando* por 13.6 (p.e. del mercurio en gf. /cm.³) y en kgf. /cm.², *dividiendo* el resultado anterior entre 1,000, o sea:

$$\text{atmósfera} = \frac{\text{cm. de Hg.}}{76}$$

$$\text{gf. /cm.}^2 = 13.6 \times \text{cm. de Hg.}$$

$$\text{kgf. /cm.}^2 = \frac{13.6 \times \text{cm. de Hg.}}{1{,}000}$$

Ejemplo 1: Calcular a qué altura debe uno elevarse para que el mercurio descienda 2 cm.

Como 2 cm. = 20 mm., resulta que $H = 20 \times 10.5 = 210$ m.

Ejemplo 2: Calcular en atmósferas, gf. /cm², y kgf. /cm.² la presión atmosférica cuando el mercurio tiene una altura de 80 cm.

$$h = 80 \text{ cm.}$$
$$p = 80 \text{ cm. de Hg.} =$$
$$= 80 \div 76 \text{ atm.} = 1.052 \text{ atm.} =$$
$$= 80 \times 13.6 \text{ gf. /cm.}^2 = 1{,}088 \text{ gf. /cm.}^2 =$$
$$= 1.088 \text{ kgf. /cm.}^2$$

Ejemplo 3: Suponiendo la presión normal, calcular la fuerza con que la atmósfera comprimió los hemisferios de Guericke.

La base de cada hemisferio es un círculo de radio igual a 27 cm. Luego su área es:

$$A = \pi r^2 = 3.14 \times 729 \text{ cm.}^2 = 2{,}289 \text{ cm.}^2$$

$$F = pA = 1.033 \ \frac{\text{kgf.}}{\text{cm.}^2} \times 2{,}289 \text{ cm.}^2 = 2{,}364.5 \text{ kgf.}$$

Se comprende así que los caballos no pudieran separarlos.

7. BAROMETROS

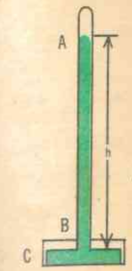


Fig. 8
Barómetro de cubeta

Los barómetros son aparatos destinados a medir la presión atmosférica.

El tipo más usual es el de mercurio. Consiste esencialmente en un tubo que después de llenarse de mercurio se ha invertido en una cubeta (experimento de Torricelli) determinándose por cualquier procedimiento la distancia vertical entre la superficie libre del mercurio en la cubeta y en el tubo (fig. 8). Este es el tipo más simple, llamado *barómetro de cubeta* y en forma tan primitiva es muy poco práctico por la dificultad que hay en la medida de *h*, y en transportar el instrumento.

También son muy usados los *barómetros metálicos* o *aneroides* (Griego; *anaeros:* seco), de los cuales el tipo más frecuente es el de Vidie, (fig. 9). Consta de una cápsula metálica cilíndrica *B*, en la que se ha hecho un vacío parcial y cuya base superior es ondulada para darle más flexibilidad. Los movimientos de esta superficie se transmiten mediante el sistema *EO* a la palanca *AC* cuyo punto fijo es *C* que se mueve frente a una escala que se ha graduado por comparación con un barómetro de mercurio. Como *AC* es mucho mayor que *OC*, las oscilaciones verticales de *B* se transforman en un movimiento de *A* de mucha más amplitud, aumentándose así la sensibilidad del instrumento.

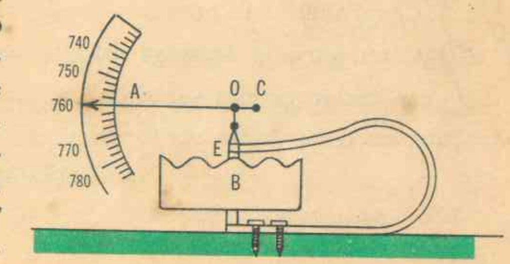


Fig. 9 Barómetro aneroide de Vidie

8. MANOMETROS

Son aparatos destinados a medir la presión de los gases y de los líquidos (Griego: manos: delgado, enrarecido). Describiremos algunos tipos sencillos.

1. *Manómetro de aire libre.* Consiste en un tubo de vidrio doblado en U, abierto por ambos extremos, conteniendo un líquido (agua o mercurio según el caso), y una de cuyas ramas se ha conectado al recipiente en el cual se desea determinar la presión (fig. 10). Supongamos que la presión *P* en el recipiente *C* es mayor que la atmosférica *p*. Entonces el gas encerrado en *C* empujará el líquido

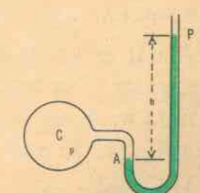


Fig. 10 Manómetro de aire libre

hasta que la presión hidrostática hdg debida al desnivel h entre los meniscos A y D en ambas ramas, sumada con la presión atmosférica p actuando en D, sea igual a la presión P del gas actuando en A. El equilibrio ocurre pues cuando:

$$P = p + hdg \tag{3}$$

Basta por tanto, con determinar la presión atmosférica mediante un barómetro y medir el desnivel h, mediante una regla graduada que al efecto lleva el instrumento, para calcular P.

Si la presión en C es menor que la atmosférica ocurrirá lo contrario: el menisco A se encontrará más elevado que D, y en lugar de (3) se tendrá que:

$$P = p - hdg. \tag{4}$$

PREGUNTAS

1. ¿Cómo influye la presión atmosférica sobre el peso de los cuerpos?
2. ¿Cómo varía la densidad del aire con la altura? ¿Qué ley nos da la explicación de esta variación?

PROBLEMAS

A

1. ¿Cuál será la diferencia de presión entre la base y la azotea de un edificio de 100 m. de altura? (Densidad del aire $d = 0.001293$ gm /cm.³). *R.* 12.93 gf. /cm.²
2. ¿Cuál es la profundidad de un pozo en una mina de carbón si la presión en el fondo es 165 gf. /cm.² más que en la superficie? *R.* 1,269.2 m.
3. ¿Cuál es el empuje ejercido por el aire sobre un hombre que pesa 75 kgf. si su densidad media es igual a la del agua? ¿Cuál es el peso aparente del hombre? *R.* 96.98 gf., 74.90 kgf.
4. Un balón tiene un volumen de 1,700 m.³ y está lleno de hidrógeno. El balón pesa 1,000 kgf., el equipo y los pasajeros pesan 300 kgf. ¿Cuál es (*a*) el peso total incluyendo el del gas, (*b*) el peso del aire desplazado por el balón, (*c*) la fuerza que debe ejercerse sobre el balón para mantenerlo en la superficie de la tierra. *R.* 1,451.35 kgf., 2,198.1 kgf., 745.75 kgf.
5. Un balón pesa 1,500 kgf., incluyendo el gas, y lleva una carga de 250 kgf. ¿Cuántos m.³ de helio debe contener para que esté en equilibrio? *R.* 1,360.4 m.³

B

6. Calcular la presión atmosférica normal en lbf. /plg.² *R.* 14.7 lbf /plg.²
7. Calcular la fuerza ejercida por la atmósfera sobre una lámina plana rectangular cuyas dimensiones son 2 m. y 3 m. (*a*) si la presión es normal, (*b*) si el barómetro indica una presión de 70 cm. de Hg. *R.* 61,980 kgf., 57,120 kgf.
8. ¿A qué profundidad bajo el agua de un lago la presión es de 2 atmósferas si en la superficie del mismo barómetro indica 74 cm. de Hg.? *R.* 10.6 m.
9. En un barómetro de mercurio la columna líquida tiene 75 cm. de altura. ¿Cuál será la altura en un barómetro de (*a*) agua, (*b*) glicerina, (d = 1.26 gm. /cm.³). *R.* 10.2 m., 8.09 m.
10. La columna de un barómetro tiene una longitud de 75 cm. Mediante un gotero se introduce en la misma cierta cantidad de aceite no volátil, (d = 0.9 gm. /cm.³), de modo que forma sobre el mercurio una columna de 20 cm. ¿Cuál es entonces la altura del mercurio? *R.* 73.6 cm.
11. ¿A qué altura se encuentra un aeroplano si la presión es 10 cm. de Hg. menos que en la superficie de la tierra? (densidad media del aire: 0.0013 gm. /cm.³). *R.* 1,046 m.
12. La densidad media del aire para los primeros 300 m. de altura a cierta temperatura es 0.00120 gm. /cm.³ Si el mercurio indica al nivel de la calle 75 cm. ¿cuál será la lectura en el último piso de un rascacielos que tiene la altura anterior? ¿Cuál será la variación de la fuerza ejercida por la atmósfera sobre la membrana del oído si tiene un área de 0.3 cm.²? *R.* 72.4 cm., 10.8 gf.
13. Al aproximarse un ciclón la presión baja de 76 cm. de mercurio a 73 cm. de mercurio ¿Cuál ha sido la disminución de presión en atmósferas y en gf. /cm.²? *R.* 0.038 atm., 40.8 gf. /cm.²
14. ¿Cuál es la presión total en atmósferas a 80 m. de profundidad en el mar si un barómetro en la superficie indica 75 cm. de Hg.? Densidad del agua de mar: 1.026 gm. /cm.³ *R.* 8.92 atm.
15. Un gas está en un cilindro vertical cerrado por un émbolo que pesa 4 kgf. y tiene un área de 25 cm.² Si el barómetro señala 75 cm. de Hg. ¿Cuál es la presión del gas? *R.* 1.18 kgf. /cm.²
16. El diámetro interior de 2 hemisferios de Magdeburgo es de 8 cm. La presión atmosférica es de 76 cm. de Hg. La presión en el interior es de 8 cm. de Hg. Calcular la fuerza que es necesario ejercer sobre cada uno de ellos para separarlos. *R.* 48.51 kgf.

capítulo 20 Temperatura

1. INTRODUCCION

Mediante nuestro sentido del tacto y otras circunstancias fisiológicas características del hombre, y en general de los seres animados, experimentamos ciertas sensaciones por las que afirmamos que un cuerpo está *frío* o *caliente*. Estas sensaciones tienen exclusivamente carácter *cualitativo* y *subjetivo* no existiendo procedimiento alguno por el cual podamos decidir si una sensación de caliente es doble o triple que otra dependiendo además dicha sensación de aquellas que hayamos experimentado con anterioridad.

La experiencia sugerida por el filósofo inglés John Locke (1632-1704) ilustra muy claramente lo expuesto. Introduzcamos nuestra mano derecha en un recipiente lleno de agua y que se ha mantenido por un tiempo sobre el fuego: experimentamos la sensación de caliente. Al mismo tiempo introduzcamos nuestra mano izquierda en otro recipiente, también con agua pero que ha estado largo tiempo en un refrigerador: la sensación experimentada será de frío. Cambiemos entonces rápidamente ambas manos a un tercer recipiente que contiene agua a temperatura ambiente. La sensación que se experimenta en la mano derecha es de frío mientras que la sensación en la mano izquierda es de caliente. Vemos aquí que una misma circunstancia exterior, un mismo estímulo produce en nosotros sensaciones diferentes según las circunstancias anteriores en que se encontraban nuestros sentidos. Concluímos de aquí que no podemos tomar nuestras experiencias sensoriales como base para la Física.

Sin embargo, ese estímulo que en nosotros produce las sensaciones de caliente o frío produce también en otros cuerpos modificaciones observables. Por ejemplo, puede comprobarse que una varilla metálica tiene mayor longitud cuando al tocarla la sentimos caliente que cuando la sentimos

fría. Todos estos fenómenos se deben a determinadas circunstancias físicas de los cuerpos caracterizadas por dos conceptos importantísimos: *temperatura* y *calor*.

2. ENERGIA INTERNA Y TEMPERATURA

Ya hemos indicado anteriormente, que las moléculas de los cuerpos están en continuo estado de agitación lo que hace que posean cierta energía. Esto hace que cada cuerpo o agregado de moléculas posea cierta *energía interna* que es la suma de las energías cinética y potencial de cada una de sus moléculas. (Ver No. 10 del Cap. XI).

Todas las moléculas de un cuerpo no tienen exactamente la misma energía, pues unas se mueven más rápidamente que otras y unas tienen más y otras menos energía potencial por interacción con el resto de las moléculas. Por ello es conveniente definir la *energía media* de las moléculas, que es el valor medio de la energía para todas las moléculas.

La TEMPERATURA *de un cuerpo es una magnitud proporcional a la energía media de las moléculas que lo constituyen.*

La temperatura de un cuerpo es independiente de su masa porque sólo depende de la velocidad y la masa de cada una de sus moléculas.

Comparemos, por ejemplo, el estado de un alfiler que está al rojo vivo con el de un gran témpano de hielo. Las moléculas del alfiler vibran mucho más rápidamente que las del témpano. Por ello el alfiler tiene una temperatura muy superior a la del témpano, ya que la energía de cada una de las moléculas del alfiler es mayor que la de las del témpano. Sin embargo, como en el témpano hay un número de moléculas mucho mayor que el número de moléculas en el alfiler la energía interna del témpano puede ser mayor que la del alfiler.

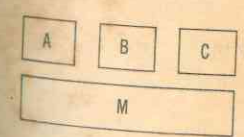


Fig. *1*

Para ilustrar lo dicho consideremos tres cuerpos A, B y C, (fig. 1), que tienen la misma temperatura t y energías internas E_1, E_2, E_3. Si los tres cuerpos se reunen formando un solo cuerpo M la energía interna de M es la suma $E_1 + E_2 + E_3$, de las energías de A, de B y de C. La temperatura de M, sin embargo, es también t pues la energía de cada molécula en promedio no ha variado como consecuencia de la reunión.

3. ESCALAS DE TEMPERATURA

Así como para definir una unidad de distancia, para poder medir las longitudes, se le asigna un valor arbitrario a la distancia entre dos puntos fijos tales como los trazos en los extremos de la barra de platino e iridio, es necesario también definir arbitrariamente la *diferencia* entre las temperaturas de dos fenómenos que se producen siempre a una misma temperatura cada uno. Los fenómenos escogidos usualmente son el de *fusión* y el de *ebullición* del agua cuando la presión atmosférica es normal, 76 cm. de mercurio.* Las temperaturas correspondientes a estos dos fenómenos se denominan *temperaturas de referencia* o *puntos fijos*. Según los valores numéricos que se les asignen a los puntos fijos se obtienen diferentes *escalas termométricas*, de las cuales las más usadas corrientemente son la *centígrada* y la *Fahrenheit*.

En la ESCALA CENTIGRADA se le asigna el valor *cero* (0) a la temperatura de fusión del agua a la presión normal, y el valor *cien* (100) a la temperatura de ebullición del agua a la presión normal y 45° de latitud. El intervalo entre dichas temperaturas se divide en 100 *partes*, cada una de las cuales recibe el nombre de *grado centígrado* (°C). Las temperaturas inferiores a la de fusión del agua resultan negativas en esta escala.

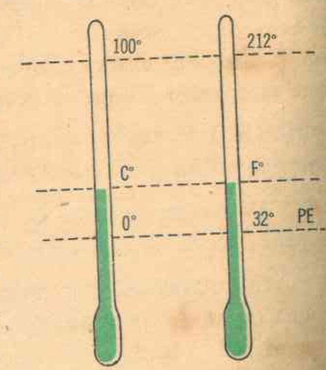


Fig. 2. Puntos fijos.
PE: Punto de ebullición del agua.
PF: Punto de fusión del hielo.

En la ESCALA FAHRENHEIT se le da el valor 32 a la temperatura de fusión del agua y el valor 212 a la de ebullición de agua. El intervalo entre dichas temperaturas se divide en 180 *partes*, cada una de las cuales se denomina *grado Fahrenheit* (°F). La temperatura cero en esta escala corresponde a una mezcla de agua, hielo y sal común.

En el cuadro a continuación se han reunido los puntos fijos de las escalas, que además pueden observarse gráficamente en la fig. 2.

ESCALAS TERMOMETRICAS

Puntos Fijos	*ESCALAS*	
	Centígrada	*Fahrenheit*
Fusión del agua	0°	32°
Ebullición del agua	100°	212°

(*) Para ser más precisos debe además especificarse a 45° de latitud.

Designando por C una temperatura medida en grados centígrados y por F la misma temperatura en grados Fahrenheit, entre dichos valores numéricos existe la siguiente relación:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \qquad (1)$$

$C = \frac{F-32}{9} \times 5$

$F = \frac{C \times 9}{5} + 32$

Esta fórmula es de gran utilidad porque nos permite calcular el valor de una misma temperatura en las distintas escalas.

La escala centígrada se usa preferentemente en trabajos científicos y en los países latinos. La escala Fahrenheit es más usada popularmente en los EE. UU. y en Inglaterra. Para la ciencia, sin embargo, es de más utilidad la *escala absoluta de Kelvin*.

La experimentación y los razonamientos teóricos han indicado que *no es posible lograr temperaturas inferiores a cierta temperatura mínima que recibe el nombre de* CERO ABSOLUTO. A esta temperatura la energía de las moléculas de los cuerpos tiene su menor valor posible, y por tanto no es posible disminuirla más. El cero absoluto corresponde en la escala centígrada a una temperatura de — 273°C., [más exactamente — (273.15 ± 0.03)°C.].

Cero absoluto = — 273°C.

Por esta razón y otras que no podemos indicar ahora, Lord Kelvin (Sir William Thomson, 1824-1907) propuso medir las temperaturas desde el cero absoluto con lo cual, entre otras ventajas, se evitan las temperaturas negativas o "bajo cero".

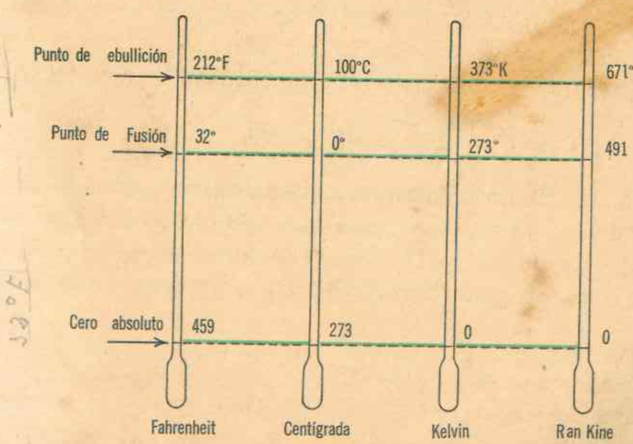


Fig. 3

La ESCALA ABSOLUTA DE KELVIN *es una escala cuyo cero coincide con el cero absoluto y cuyos grados tienen el mismo valor que los grados centígrados.* En esta escala el cero absoluto corresponde a 0°K., la temperatura de fusión del agua corresponde a 273°K. y la de ebullición del agua corresponde a 373°K. La temperatura expresada en grados absolutos Kelvin se designa siempre por T.

Como se comprende fácilmente, *el valor de una temperatura en grados absolutos Kelvin se obtiene sumándole 273 a su valor en grados centígrados:*

$$T = C + 273 \qquad (2)$$

El cero absoluto en la escala Fahrenheit corresponde a —459.4°. La escala absoluta de Rankine emplea grados Fahrenheit.

La existencia del cero absoluto sugiere utilizarlo como uno de los puntos fijos en la definición de una escala de temperatura. Como segundo punto fijo se ha escogido el punto triple del agua. El punto triple corresponde a la temperatura a la cual el agua se encuentra a la vez en sus tres fases (sólido, líquido y vapor), en equilibrio. En 1954 se adoptó, por tanto, como *escala termodinámica absoluta* aquella en la cual la temperatura del punto triple del agua tiene el valor 273.16. °K.

Ejemplo 1: ¿Cuál es el valor de una temperatura de 45° F. C. expresada en grados Fahrenheit?

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \quad \therefore \quad \frac{45}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

$$\therefore \quad F = 9 \times 9 + 32 = 113°F.$$

Ejemplo 2: Hallar el valor de la temperatura anterior en grados absolutos.

$$T = C + 273 = 45 + 273 = 318°K.$$

Ejemplo 3: En un laboratorio un termómetro graduado en la escala centígrada indica —12°C., aunque se sabe que su escala está incorrecta. Un termómetro graduado en la escala Fahrenheit y que está correcto señala 11°F. ¿Qué corrección debe aplicarse a la lectura del termómetro centígrado?

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \quad \therefore \quad \frac{C}{5} = \frac{11 - 32}{9} \quad \therefore \quad C = \frac{5 \times (-21)}{9} = -11.64°C$$

Corrección: —11.64°C. — (—12 C.) = 0.36°C.

4. TERMOMETROS

Cuando dos cuerpos cuyas temperaturas son diferentes se ponen en contacto, se observa que la temperatura del más caliente disminuye mientras que la temperatura del más frío aumenta, de modo que al cabo de cierto tiempo, ambos cuerpos tienen la misma temperatura diciéndose entonces que se encuentran en equilibrio térmico. Si uno de los cuerpos es mucho más pequeño que el otro la temperatura del mayor permanece sensiblemente fija, pero la del más pequeño varía hasta hacerse igual a la del mayor.

En este principio se fundan los termómetros que son instrumentos destinados a medir la temperatura de los cuerpos. De estos instrumentos describiremos algunos de los tipos más importantes.

Fig. 4

5. TERMOMETROS DE LIQUIDO

(Fig. 4). Estos termómetros, consisten en un bulbo o cápsula de vidrio B que se continúa en un tubo capilar C de radio constante. En el bulbo va un líquido que puede ser mercurio, alcohol, etc. En los termómetros corrientes, el tubo capilar está completamente vacío. Como se estudiará en el próximo capítulo el volumen de un líquido varía con su temperatura, de modo que al colocar el termómetro en contacto con un cuerpo, el líquido en B se dilatará ascendiendo por el tubo C hasta una posición que depende de la temperatura común del líquido y el cuerpo. Disponiendo a lo largo del tubo una escala E convenientemente graduada, se obtiene directamente la temperatura del cuerpo.

La *sensibilidad* del termómetro es la aptitud del mismo para señalar pequeñas variaciones de temperatura y se aumenta haciendo el tubo de sección muy pequeña y el bulbo de gran volumen. Sin embargo, el bulbo no puede hacerse tampoco muy grande porque ello afectaría la *prontitud* del termómetro, o sea, la rapidez con que adquiere la temperatura del cuerpo con el cual está en contacto.

6. GRADUACION. DEL TERMOMETRO

Para obtener la escala del termómetro que usualmente va grabada sobre el mismo tubo, es preciso determinar primero el punto fijo más frío que, como sabemos, corresponde a la temperatura de fusión del agua a presión normal. Para ello se prepara una mezcla de hielo bien picado y agua. Después de un rato de preparada la mezcla, que se agita contínuamente, se introduce en la misma el termómetro de modo que el bulbo y parte del tubo queden en contacto con la mezcla. Transcurridos unos minutos, se observa la posición del mercurio en el tubo y se hace una marca en éste al nivel de aquella, (fig. 5). Con esto queda determinado el primer punto fijo. Si el termómetro se va a graduar en la escala centígrada, en dicho punto estará el cero de la escala y si se va a emplear la escala Fahrenheit, este punto corresponde a la división 32.

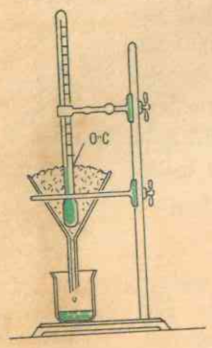


Fig. 5

Para determinar el segundo punto fijo, que corresponde a la temperatura de ebullición del agua a presión normal, el termómetro se sitúa de modo que esté completamente rodeado por el vapor del agua (fig. 6) pero debe tenerse cuidado de que el termómetro no toque el agua. Debe además observarse la presión atmosférica ya que si ésta no es normal, es necesario hacer una corrección que se encuentra en tablas especiales. Después de tener el termómetro un rato en contacto con el vapor, se hace una marca en el tubo al nivel del líquido y queda así determinado el segundo punto en el cual se coloca el número 100 o el 212, según que se vayan a emplear las escalas centígrada o Fahrenheit. El intervalo entre los dos trazos se divide entonces en 100 ó 180 partes iguales según la escala, extendiéndose las divisiones por encima y por debajo de los puntos fijos. Cada una de las partes corresponde a un grado. Algunas veces se subdivide en fracciones de grado.

Después de graduados, los buenos termómetros se comparan con termómetros patrones que se conservan en laboratorios especiales verificándose cada una de las divisiones de la escala.

Al hacerse una lectura con un termómetro es necesario que tanto el bulbo como el tubo estén en contacto con el cuerpo ya que en caso contrario es necesario hacer una corrección que puede llegar a ser de varios grados para temperaturas elevadas.

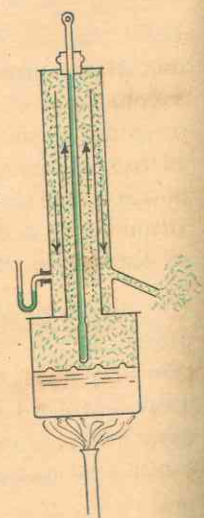


Fig. 6. Hipsómetro.

7. LIQUIDOS TERMOMETRICOS

El líquido que se va a emplear en un termómetro como substancia termométrica debe satisfacer ciertas condiciones más o menos esenciales:

1) ser opaco para poderse observar fácilmente en un tubo muy fino;

2) obtenerse en alto grado de pureza con cierta facilidad para que las lecturas de dos termómetros que emplean la misma substancia sean comparables;

3) que se dilate uniformemente durante el intervalo de temperatura en el cual se va a emplear;

4) que sus puntos de fusión y de ebullición estén distantes para que pueda emplearse en un intervalo de temperatura bastante amplio;

5) que el líquido no se adhiera a las paredes del tubo.

Los líquidos más empleados con los intervalos de temperaturas entre los cuales se usan se han reunido en el siguiente cuadro:

LIQUIDOS TERMOMETRICOS

Líquido	*Intervalo de Temperatura*
Mercurio	—20°C. — 300°C.
Alcohol	—130°C. — 60°C.
Toluol	—100°C. — 30°C.
Pentano	—200°C. — 30°C.

Los últimos líquidos tienen el defecto de ser incoloros lo cual exige colorearlos con alguna otra substancia alterándose así en algo sus propiedades. Además, el termómetro de mercurio puede hacerse que lea hasta 500°C, llenando el tubo capilar con nitrógeno u otro gas pues al ascender el mercurio, el gas es comprimido, lo que aumenta la presión sobre la superficie libre del mercurio impidiendo que hierva al llegar a los 357°C., que es su temperatura de ebullición en condiciones normales.

8. TERMOMETRO CLINICO

Cuando un termómetro se emplea para determinar la temperatura de una persona, es necesario que el termómetro continúe señalando la máxima temperatura alcanzada, aun después de separado del cuerpo. Con este objeto los termómetros clínicos se construyen de modo que entre el tubo capilar y el bulbo haya una contracción o estrangulación *C*. Esto hace que cuando el termómetro se retira del cuerpo con el cual estaba en contacto y el mercurio en el bulbo, se enfría contrayéndose, el mercurio que se encuentra en el tubo queda detenido por la contracción y continúa

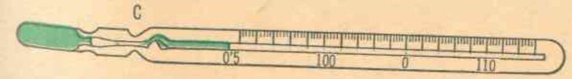


Fig. 7. Termómetro clínico

así señalando la máxima temperatura. Por esta razón los termómetros clínicos se llaman también *termómetros de máxima*. Para hacer que todo el mercurio pase al bulbo basta con sacudir el termómetro.

9. TERMOMETROS DE MAXIMA Y DE MINIMA

El termómetro de máxima [fig. 8 (a)], es un termómetro corriente de mercurio en cuyo tubo capilar se ha alojado un índice *m* de acero. Al aumentar la temperatura, el mercurio se dilata empujando el índice. Al disminuir la temperatura el mercurio se contrae dejando al índice en la posición alcanzada. Luego el extremo del índice más próximo al menisco del mercurio indica la máxima temperatura ocurrida durante el período de operación del termómetro. El termómetro de mínima [fig. 8 (*b*)], contiene alcohol usualmente y lleva también un índice *m*, sumergido en el líquido. Al disminuir la temperatura el alcohol se contrae y en virtud de la tensión superficial en el menisco, éste arrastra al índice. Al aumentar la temperatura, el alcohol se dilata bordeando el índice, que queda en su lugar. El borde del índice más próximo al menisco señala la mínima temperatura ocurrida.

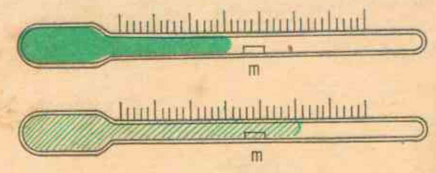


Fig. 8. Termómetros de máxima y de mínima

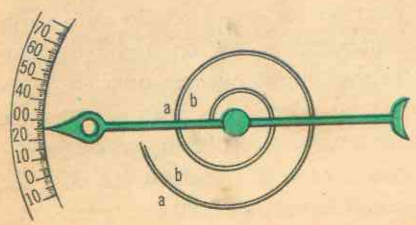


Fig. 9. Termómetro metálico

10 TERMOMETRO METALICO

Consiste en dos cintas *a* y *b* de metales diferentes, soldadas entre sí y enrolladas después en espiral. Si el metal *b* se dilata más rápidamente que el *a*, la espiral tiende a desenrollarse al aumentar la temperatura y a contraerse al disminuir la misma. Estos movimientos hacen girar la aguja *I* que indica así la temperatura en una escala.

11. PIROMETRIA

La medida de temperaturas elevadas constituye una rama especial de la termometría designada con el nombre de *Pirometría* (Griego: *Piros*: fuego). Existen diversos tipos de pirómetros que difieren según el intervalo de temperatura en el cual van a operar y la naturaleza del cuerpo que van

a observar. El *pirómetro óptico*, por ejemplo, sirve únicamente para medir la temperatura de los cuerpos incandescentes y se basa en la propiedad de que el brillo de un cuerpo incandescente aumenta con su temperatura.

PREGUNTAS

1. ¿Existe un límite superior de temperatura; un límite inferior?
2. ¿Cuáles son las ventajas relativas de las escalas centígrada y Fahrenheit?
3. ¿Cuál es la ventaja de la escala absoluta?
4. ¿Puede un cuerpo estar a la temperatura de — 10°K? Explique su respuesta.

PROBLEMAS

A

1. Expresar una temperatura de 20°C. en las escalas Fahrenheit y Kelvin. *R.* 68° F., 293° K.
2. Expresar una temperatura de —15°C. en las escalas Fahrenheit y Kelvin. *R.* 5°F., 258°K.
3. Expresar una temperatura de 77°F. en las escalas centígrada y Kelvin. *R.* 25°C., 298°K.
4. Expresar una temperatura de —22°F. en las escalas centígrada y Kelvin. *R.* 30°C., 243°K.
5. Expresar una temperatura de (*a*) 200°K., (*b*) 400°K. en las escalas Centígrada y Fahrenheit. *R.* (*a*) —73°C., (*b*) —99.4°F.
6. La temperatura normal del cuerpo humano es de 36.5°C. Calcularla en las escalas Fahrenheit y Kelvin. *R.* 97.7°F., 309.5°K.
7. Expresar en las escalas Fahrenheit y Kelvin las siguientes importantes temperaturas: (*a*) punto de ebullición del mercurio, 375°C.; (*b*) punto de ebullición del nitrógeno, —195°C. *R.* 707°F., 648°K., —124°F., 78°K.
8. Expresar en las escalas centígrada y Kelvin las siguientes temperaturas: (*a*) punto de fusión del mercurio, —39°F.; (*b*) temperatura ambiente, 68°F. *R.* —39.4°C., 233.6°K., 20°C., 293°K.

B

9. Un termómetro posee dos escalas: centígrada y Fahrenheit. 40° C. ocupan una longitud de 18 cm. Calcular la longitud ocupada por 30° F. *R.* 7.5 cm.

10. En el problema anterior calcular la longitud ocupada por 25° C. si 80° F. ocupan 40 cm. *R.* 22.5 cm.

11. ¿Qué temperatura se expresa por el mismo número en las escalas (*a*) centígrada y Fahrenheit, (*b*) Kelvin y Fahrenheit? *R.* (*a*) —40, (*b*) 574.

12. ¿Cuándo un termómetro graduado en la escala centígrada señala (*a*) el doble, (*b*) la mitad, (*c*) los tres cuartos, (*d*) 10 unidades más, (*e*) 20 unidades menos, que otro graduado en la escala Fahrenheit? *R.* —24.6° C., —160° C., —68.5° C., —52.5° C., —15° C.

13. Un termómetro correcto graduado en la escala centígrada señala una temperatura de 30° C. En el mismo lugar un termómetro incorrecto graduado en la escala Fahrenheit indica 87.1° F. Hallar el error de este termómetro. *R.* 1.1° F.

14. Un termómetro está graduado en una escala arbitraria en la que la temperatura del hielo fundente corresponde a —10° y la del vapor de agua a 140°. ¿Qué valor corresponderá en esta escala a una temperatura de 50° C.? *R.* 65.

15. Durante una tormenta la temperatura desciende 10° F. Averiguar el descenso en grados centígrados. *R.* 5.5° C.

capítulo 21 Dilatación de sólidos y líquidos

1. DILATACION

En el capítulo anterior vimos que algunos líquidos y sólidos cambian de volumen con la temperatura, lo que es de utilidad en la construcción de termómetros. Esta propiedad, denominada *dilatación* o *dilatabilidad*, es poseída sin excepción por todos los sólidos, líquidos y gases y se pone de manifiesto en numerosas experiencias.

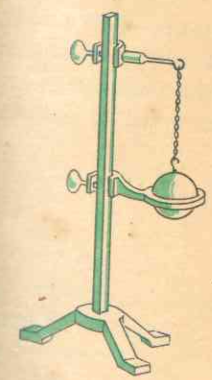


Fig. 1.

Por ejemplo, en la fig. 1 tenemos una esfera y un aro de metal cuyo radio interior es igual al de la esfera a la temperatura ambiente de modo que ésta puede pasar fácilmente a través de aquel. Sin embargo, si se calienta la esfera, se observa que no puede atravesar el aro, lo cual se debe naturalmente a su aumento de volumen. No obstante, si el aro también se calienta, de modo que se dilate, la esfera puede nuevamente atravesar el aro.

Si un alambre se mantiene en tensión con sus extremos fijos y se calienta, se ve que adopta la forma *ACB* (fig. 2) a causa de su aumento de longitud con la temperatura. Como diaria y anualmente la temperatura de cada punto de la superficie terrestre sufre alteraciones periódicas, las dimensiones de los cuerpos experimentan variaciones aunque pequeñas porque los cambios de temperatura también lo son. Por eso, entre los rieles de una vía férrea se dejan pequeños espacios para permitir que se dilaten sin empujarse. Por ejemplo, si se sumaran las dilataciones de cada uno de los rieles de una vía férrea que tiene 600 km. de longitud cuando la temperatura varía de 10°C. en el invierno a 30°C. en el verano resultarían 240 m., con lo que se ve que la vía férrea se deterioraría rápidamente si no se dejaran los espacios citados entre cada dos rieles.

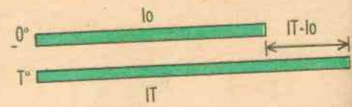


Fig. 2.

La dilatación del agua se observa fácilmente llenando un matraz con agua (figura 3) y cerrándolo con un tapón provisto de un tubo de vidrio estrecho. Al calentar el matraz el líquido asciende por el tubo desde el nivel *a* hasta el *b*.

2. DILATACION LINEAL

Consideremos, (figura 4), una barra sólida cuya longitud a la temperatura de 0°C. es l_o. Cuando su temperatura alcanza el valor $t°C$ su longitud será l_t. La dilatación lineal de la barra al aumentar la temperatura en $t°C$ ha sido pues $l_t - l_o$.

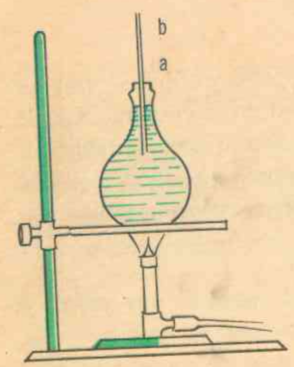


Fig. 3.

Se llama COEFICIENTE DE DILATACION LINEAL *al aumento de longitud que experimenta la unidad de longitud al aumentar su temperatura un grado.* El coeficiente de dilatación lineal, que se designa por k, resulta ser:

$$k = \frac{l_t - l_o}{l_o t} \qquad (1)$$

ya que al dividir la dilatación total $l_t - l_o$ por l_o se tiene la dilatación por unidad de longitud y al dividir por t, la dilatación por cada grado de temperatura. Despejando l_t,

$$l_t - l_o = l_o kt \quad \therefore \quad l_t = l_o + l_o kt \quad \therefore$$

$$l_t = l_o(1 + kt) \qquad (2)$$

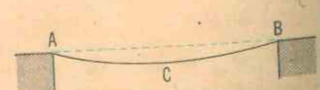


Fig. 4.

El coeficiente de dilatación lineal es en general muy pequeño, del orden de las millonésimas. En la siguiente tabla se han recopilado algunos coeficientes de dilatación lineal. El coeficiente de dilatación se expresa en $(°C)^{-1}$ o $(°F)^{-1}$ según la escala de temperatura que se use.

COEFICIENTES DE DILATACION LINEAL EN $(°C)^{-1}$

Aluminio	24×10^{-6}	Invar	0.9×10^{-6}
Cobre	16.6	Cuarzo	0.58
Acero	10.	Vidrio ord.	9.0
Hierro	11.7	Vidrio pyrex	3.0

Al escribir la fórmula (2) se ha supuesto que la temperatura inicial es 0°C. La fórmula, sin embargo, es correcta para cualquier cambio en la temperatura. Luego si l_1 y l_2 son las longitudes a las temperaturas t_1 y t_2 respectivamente, se tiene que, si $\triangle t = t_2 - t_1$

$$l_2 = l_1 [1 + k(t_2 - t_1)] = l_1 [1 + k\triangle t] \qquad (3)$$

donde el coeficiente k es el mismo que en (2) en primera aproximación, pues en realidad el coeficiente de dilatación varía al cambiar la temperatura inicial.

Las expresiones (2) y (3) son correctas sólo para pequeñas variaciones de temperatura. Para variaciones grandes es necesario tener en cuenta otros términos adicionales.

Ejemplo 1: Los alambres del alumbrado eléctrico son de cobre. Suponiendo que los postes están separados 25 m. y que los alambres están tensos un día de invierno cuando la temperatura es de 0°C., ¿cuál será la longitud de cada alambre un día de verano cuando la temperatura es de 30°C.?

$$l_o = 25 \text{ m.}, \quad t = 30°\text{C.}, \quad k = 16.6 \times 10^{-6}$$

$$l_t = l_o(1 + kt) = 25(1 + 16.6 \times 10^{-6} \times 30)$$

$$= 25(1 + 0.000498) = 25.01245 \text{ m.}$$

Los alambres se han alargado 1.245 cm.

Ejemplo 2: Calcular el coeficiente de dilatación del hierro si una varilla de este material que tiene 50 cm. de longitud a 0°C., se dilata 0.585 mm. al elevarse su temperatura hasta 100°C.

$$l_o = 50 \text{ cm.}, \quad t = 100°\text{C.}, \quad l_t - l_o = 0.585 \text{ mm.} = 0.0585 \text{ cm.}$$

$$k = \frac{l_t - l_o}{l_o t} = \frac{0.0585}{50 \times 100} = 0.0000117 = 11.7 \times 10^{-6}$$

Ejemplo 3: ¿Cuál será la longitud a 80°C. de una cinta de aluminio que a —30°C. tiene 78 cm.?

$$l_1 = 78 \text{ cm.}, \quad t_1 = -30°\text{C.}, \quad t_2 = 80°\text{C.}, \quad k = 25 \times 10^{-6} = 0.000024.$$

$$\triangle t = t_2 - t_1 = 110°$$

$$l_2 = l_1 [1 + k(t_2 - t_1)] = 78 [1 + 0.000024 \times 110°] = 78 (1 + 0.00264) = 78.20592 \text{ cm.}$$

3. DILATACION SUPERFICIAL

Consideremos una lámina cuya área es A_0 a la temperatura de 0°C. Cuando su temperatura alcanza el valor $t°$ *C* su área será A_t (figura 5). La *dilatación superficial* de la lámina al aumentar la temperatura en $t°C$ es pues $A_t - A_0$.

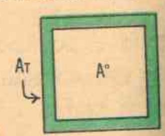


Fig. 5.

Se llama COEFICIENTE DE DILATACION SUPERFICIAL *al aumento que experimenta la unidad de área al aumentar su temperatura un grado.* Designándolo por k_s, resulta, por la misma razón que en la dilatación lineal, que:

$$k_s = \frac{A_t - A_0}{A_0 t} \tag{4}$$

$$\therefore \quad A_t = A_0 (1 + k_s t) \tag{5}$$

Si la temperatura varía de $t_1°C$ a $t_2°C$ deberá emplearse la fórmula:

$$A_2 = A_1 [1 + k_s(\triangle t)] \tag{6}$$

Puede demostrarse que en primera aproximación *el coeficiente de dilatación superficial es el doble del coeficiente de dilatación lineal.* O sea:

$$k_s = 2k$$

de modo que en lugar de (5) y (6) puede escribirse:

$$A_t = A_0 (1 + 2kt), \quad A_2 = A_1 [1 + 2k (\triangle t)] \tag{7}$$

Demostración: En efecto, consideremos una lámina cuadrada de lado l_0 a la temperatura de 0°C. Entonces su área a 0°C es $A_0 = l_0^2$. A la temperatura t el lado es: $l = l_0 (1 + kt)$ y su área será:

$$A_t = l^2 = l_0^2 (1 + kt)^2 = A_0 (1 + 2kt + k^2 t^2)$$

Pero hemos visto que k es un número muy pequeño y k^2 lo es aún más. Por tanto, podemos despreciar el último término con lo que resulta:

$$A_t = A_0 (1 + 2kt).$$

Comparando con (4) vemos que $k_s = 2k$.

Ejemplo 1: Una lámina de acero, tiene un área de 400 cm.² a —12°C. ¿Cuál es su área a 82°C.?

$$A_1 = 400 \text{ cm.}^2, \quad t_1 = 12°\text{C.}, \quad t_2 = 88°\text{C.}, \quad k = 10 \times 10^{-6}$$

$$A_2 = A_1 [1 + 2k(t_2 - t_1)] = 400 [1 + 2 \times 10 \times 10^{-6} \{ 88 - (-12) \}] = 400 (1 + 2 \times 10^{-3}) = 400.8 \text{ cm.}^2$$

4. DILATACION CUBICA

Consideremos un cuerpo que a 0°C tiene un volumen V_0. Al aumentar la temperatura a $t°C$ su volumen pasa a ser V_t de modo que ha experimentado una *dilatación cúbica* igual a $V_t - V_0$.

Se llama COEFICIENTE DE DILATACION CUBICA al *aumento que experimenta la unidad de volumen al aumentar su temperatura un grado.* Designándolo por k_c se tiene que:

$$k_c = \frac{V_t - V_0}{V_0 t} \tag{8}$$

$$\therefore \quad V_t = V_0 (1 + k_c t) \tag{9}$$

Si la temperatura varía de t_1 a t_2 la fórmula que debe emplearse es:

$$V_2 = V_1 [1 + kc(\triangle t)] \tag{10}$$

Se demuestra que en primera aproximación *el coeficiente de dilatación cúbica es el triplo del coeficiente de dilatación lineal.* O sea:

$$k_c = 3k$$

de modo que en lugar de (9) y (10) puede escribirse:

$$V_t = V_0 (1 + 3kt), \quad V_2 = V_1 [1 + 3k(\triangle t)] \tag{11}$$

La demostración es similar a la hecha en el caso del área.

Ejemplo 1: Un recipiente de vidrio está construído de modo que tiene una capacidad de 300 cm.³ a 15°C. Hallar su capacidad a 125°C.

$$V_1 = 300 \text{ cm.}^3, \quad t_1 = 15°\text{C.}, \quad t_2 = 125°\text{C.}, \quad k = 9 \times 10^{-6}$$

$$V_2 = V_1 [1 + 3k(t_2 - t_1)] = 300 [1 + 3 \times 9 \times 10^{-6} (125 - 15)] = 300(1 + 297 \times 10^{-5}) = 300.891 \text{ cm.}^3$$

5. VARIACION DE LA DENSIDAD

Como la masa de un cuerpo no varía al dilatarse, concluímos que *su densidad sí varía disminuyendo al aumentar la temperatura.* Consideremos un cuerpo de masa M. Sean d_o y V_o su densidad y su volumen a 0° C. y d_t y V_t su densidad y su volumen a t°C. Recordando que masa = volumen $\times$ densidad, tenemos que:

$$M = d_o V_o = d_t V_t$$

Substituyendo el valor de V_t dado por (9) resulta:

$$d_o V_o = d_t V_o (1 + k_c t) \quad \therefore \quad d_o = d_t(1 + k_c t)$$

$$\therefore \quad d_t = \frac{d_o}{1 + k_c t} = \frac{d_o}{1 + 3kt} \qquad (12)$$

puesto que $k_c = 3k$.

Debido a que k es muy pequeño puede escribirse en lugar de (12) la siguiente expresión equivalente:

$$d = d_o\,(1 - 3kt)$$

Esta expresión puede usarse si t no es muy grande.

Ejemplo 1: Calcular la densidad de la plata a 60° C.

La densidad de la plata a 0° C. es $d_o = 10.57$ gm./cm.³, y su coeficiente de dilatación lineal es $k = 19 \times 10^{-6}$. Luego:

$$d_t = \frac{d_o}{1 + 3kt} = \frac{10.57}{1 + 3 \times 19 \times 10^{-6} \times 60} = 10.554 \ \frac{\text{gm.}}{\text{cm.}^3}$$

6. DILATACION DE LOS LIQUIDOS

En los líquidos sólo se considera su dilatación cúbica, definida en forma análoga al caso de los sólidos. No obstante, podría definirse su dilatación lineal en el caso de un líquido en un tubo capilar, por ejemplo.

Sin embargo, como todo líquido debe estar contenido en un recipiente, y éste también sufre alteraciones de volumen con la temperatura, es necesario precisar algo más las definiciones. Consideremos por ejemplo, un líquido cuya superficie libre es A (fig. 6). Supongamos que pudiera calentarse el recipiente t°C sin calentar el líquido. Al dilatarse el recipiente

el nivel del líquido *descendería* de A a B. El volumen de AB nos da entonces la dilatación del recipiente. Este hecho puede hacerse patente derramando agua muy caliente sobre un balón con algún líquido. En el primer momento, el balón se dilata antes que el líquido por calentarse primero y se observa que el nivel del líquido desciende.

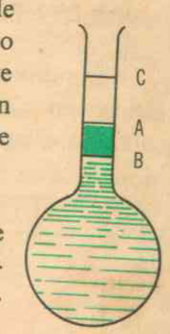


Fig. 6.

Cuando el conjunto se calienta suavemente se ve que el líquido después que la temperatura ha subido t°C., se encuentra en el nivel C y aparentemente se ha dilatado el volumen AC. Sin embargo, como el recipiente se ha dilatado, el volumen AB la dilatación verdadera o absoluta del líquido es $AC + BA = BC$.

Se llama *dilatación aparente* de un líquido al aumento aparente de volumen del mismo cuando no se tiene en cuenta la dilatación del recipiente, mientras que la *dilatación verdadera* de un líquido es el aumento verdadero de volumen, o sea, cuando se tiene en cuenta la dilatación del recipiente. De lo dicho anteriormente se concluye que:

dilatación verdadera (BC) = dilatación aparente (AC) + dilatación del recipiente (AB).

Como en un líquido pueden considerarse estos dos tipos de dilatación deben también tenerse en cuenta dos coeficientes de dilatación. El *coeficiente de dilatación aparente* (α_a) es el aumento *aparente* de volumen por unidad de volumen al aumentar la temperatura 1° C. El *coeficiente de dilatación verdadera* (α_v) es el aumento *verdadero* de volumen por unidad de volumen al aumentar la temperatura 1° C.

Si k_c es el coeficiente de dilatación cúbica del recipiente es posible probar que *el coeficiente de dilatación verdadera* (α_v) *es igual a la suma del coeficiente de dilatación aparente* (α_a) *y el coeficiente de dilatación cúbica* (k_c) *del recipiente.* O sea:

$$\alpha_v = \alpha_a + k_c \qquad (13)$$

Como α_a puede en general observarse fácilmente y k_c depende del material del recipiente, la relación anterior nos permite calcular α_v.

El coeficiente de dilatación de los líquidos es mucho mayor que el de los sólidos. Por ejemplo, el del alcohol es $1,220 \times 10^{-6}$ °C^{-1}, el del mercurio 182×10^{-6} °C^{-1} y el de la glicerina 505×10^{-6} °C^{-1}.

7. DILATACION DEL AGUA

Aunque lo corriente es que un líquido se dilate al aumentar su temperatura, en algunos casos ciertos líquidos se contraen. Entre ellos se encuentran el agua, algunas soluciones acuosas, el yoduro de plata y otros.

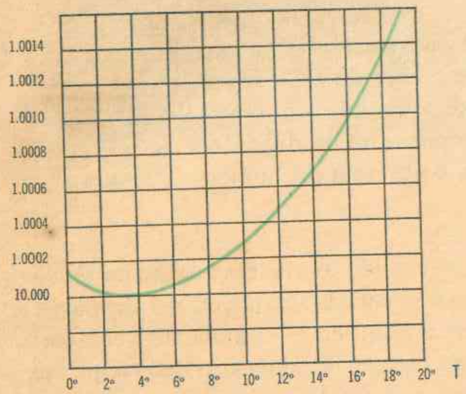


Fig. 7. Variación del volumen de 1g. de agua con la temperatura.

El agua, por ejemplo, *se contrae cuando su temperatura aumenta de* 0° C *a* 4° C. (más exactamente 3.98° C.) *y se dilata al aumentar la temperatura de* 4° C. *en adelante*. En la figura 7 se ha representado gráficamente la variación de volumen de 1 g. de agua para temperaturas entre 0° C. y 20° C. Como se ve, el volumen mínimo ocurre a 4° C. y no a 0° C. como era de esperarse.

El coeficiente de dilatación medio del agua entre 4° C, y 80° C. es $380 \times 10^{-6} . °C^{-1}$.

Como consecuencia de lo anterior resulta que *la densidad del agua tiene su valor máximo a la temperatura de* 4° C. En la figura 8 se ha representado gráficamente la densidad del agua para temperaturas entre 0° C. y 10° C.

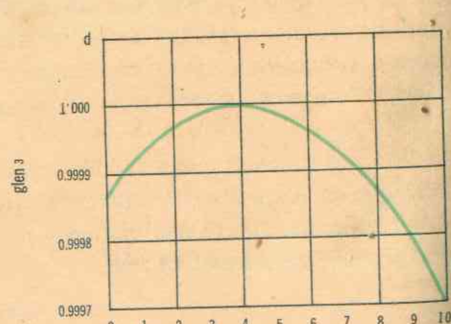


Fig. 8. Variación de la densidad del agua con la temperatura.

Gracias a esta propiedad sólo se congela durante el invierno la superficie de los lagos y del mar formando una capa protectora y aisladora que conserva prácticamente invariable e igual a 4° C. la temperatura a grandes profundidades, permitiendo la vida en el fondo de los mismos durante todo el año porque siendo el agua a 4° C. más densa tiende a quedarse en el fondo. Por ejemplo, en el lago Superior, entre los EE. UU y el Canadá la temperatura a unos 80 m. de profundidad es de 4° C. permanentemente. En la fig. 9 se han indicado las temperaturas probables en un estanque en cuya superficie se ha formado una capa de hielo siendo la temperatura ambiente igual a —20° C.

Mediante un sencillo experimento ideado por Hope puede verse claramente que la máxima densidad del agua es a 4° C. Consiste (fig. 10) en una probeta llena de agua, rodeada de una camisa de hielo fundente, cuya temperatura es 0° C., y provista de dos termómetros *A* y *B*. Suponiendo que inicialmente el agua está a la temperatura ambiente se observa que rápidamente la temperatura en el fondo de la probeta, indicada por *B*, desciende hasta 4° C. y se mantiene durante mucho tiempo en ese valor, lo cual sólo se explica si la densidad del agua a 4° C. es mayor que a cualquier otra temperatura.

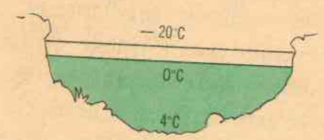


Fig. 9.

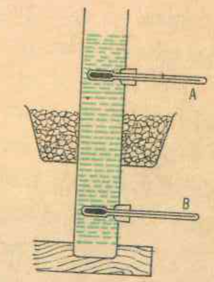


Fig. 10.

8. APLICACIONES DE LA DILATACION DE SOLIDOS Y LIQUIDOS

En el capítulo anterior vimos la aplicación de la dilatación de sólidos y líquidos a la medida de temperaturas en los termómetros. Citaremos aquí algunas otras.

Al colocar las ruedas de acero de las locomotoras en sus ejes, cuyo diámetro se ha hecho ligeramente mayor que el del orificio de las ruedas cuando la temperatura es la misma para ambos, se calientan primero de modo que el orificio se dilate. En estas condiciones, se colocan en sus ejes. Al disminuir la temperatura, el orificio se contrae y la rueda queda ajustada al eje.

Cuando hay que unir firmemente dos planchas de acero por medio de remaches o roblones éstos se colocan estando al rojo y en estas condiciones se remachan. Al enfriarse y contraerse, comprimen intensamente una plancha con la otra. Este método se sigue invariablemente en el montaje de calderas de vapor.

Una de las aplicaciones más importantes la constituyen los *termostatos*, aparatos destinados a mantener constante en lo posible la temperatura de un cuerpo o de un lugar determinado. En algunos casos esta regulación se hace automáticamente por el mismo termostato, pero en otros el termostato lo único que hace es avisar cuando la temperatura del cuerpo no es la deseada, haciendo sonar un timbre o encendiendo una lámpara. Un tipo es el de la fig. 11 que consta de una espiral E compuesta de dos cintas metálicas diferentes soldadas como en el termómetro metálico. El extremo O es fijo y el otro extremo lleva la varilla V. Mediante el tornillo T se modifica la curvatura de la espiral, de modo que V quede sin tocar los topes A y B cuando la temperatura del cuerpo es la que se desea mantener constante. Cuando la temperatura varía, la espiral se contrae o dilata haciendo que V toque el tope A o el B, cerrando el circuito eléctrico formado por la batería B y la lámpara L la cual se enciende indicando en esta forma la alteración de temperatura. Este es pues un termostato indicador. Otros termostatos más complejos, regulan automáticamente la temperatura manteniéndola dentro de ciertos límites. En los automóviles se emplea un termostato como el de la figura 12 dispuesto en las tuberías que conducen el agua del motor al radiador. Cuando el agua se enfría, la espiral bimetálica se contrae cerrando el paso al agua, que queda detenida. Al calentarse el agua la espiral se dilata nuevamente abriendo el paso del agua hacia el radiador.

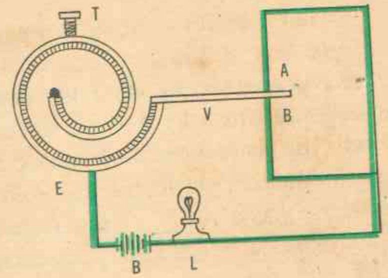


Fig. 11. Termostato.

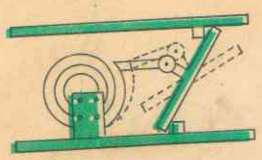


Fig. 12.

PREGUNTAS

1. ¿Podría emplearse el agua como substancia termométrica para temperaturas entre 0°C y 8°C.? Explique su respuesta.

2. Una barra de hierro está dispuesta diametralmente en el interior de un aro también de hierro. Si el conjunto se calienta también uniformemente, ¿continuará el aro siendo circular? no

3. Una plancha de cobre tiene un agujero en el centro. Si la plancha se calienta uniformemente, ¿cómo variará el diámetro del agujero?

PROBLEMAS

A

1. Calcular lo que se dilata una varilla de aluminio de 80 cm. de longitud cuando la temperatura se eleva (1) 80°C., (2) 63°F. *R.* 0.1536 cm., 0.204 cm.

2. Una barra de acero a 0°C. tiene una longitud de 4.80 m. Calcular su longitud a (1) 50°C., (2) —30°C. *R.* 4.8024 m., 4.79856 m.

3. Una barra de cobre tiene una longitud de 180 cm. a 40°C. Calcular su longitud a (1) 120°C., (2) 0°C., (3) —15°C. *R.* 180.23904 cm., 179.88480 cm.

4. Una barra de hierro tiene 3 m. de largo y está a —10°C. ¿Cuál será la variación de temperatura y cuál la temperatura final si se dilata 0.22 cm.? *R.* 62.67°C., 52.67°C.

5. Un puente de acero tiene en verano (30°C.), una longitud de 200 m. Calcular su longitud en invierno (—10°C.). *R.* 199.92 m.

6. Calcular el coeficiente de dilatación de una barra de 8 m. que se dilata 0.45 mm., cuando su temperatura aumenta 40°C. *R.* 0.0000014.

7. Cuando la temperatura de una barra de cobre pasa de —8°C. a 52°C. se dilata 0.80 mm. Calcular su longitud inicial. *R.* 0.803 m.

8. Se tiene un aro de acero de 4 m. de circunferencia a 200°C. ¿Cuál será su circunferencia si su temperatura desciende a 20°C? *R* 3.9928 m.

9. En una plancha de hierro a 0°C. hay un orificio de 6 cm. de radio. ¿Cuál será su radio si su temperatura se eleva a 50°C.? *R.* 6.00351 cm.

10. Las temperaturas extremas de cierta región son 5°C. y 35°C. Durante el invierno se tiende una vía de ferrocarril empleando rieles de acero de 8 m. de longitud. ¿Qué distancia mínima debe dejarse entre dos rieles consecutivos? *R.* 0.24 cm.

B

11. Un disco de aluminio tiene un área de 400 cm.² a 10°C. Calcular su área a (1) 120°C., (2) —50°C. *R.* (1) 402.112 cm.², (2) 398.848 cm.²

12. ¿Cuál es el coeficiente de dilatación lineal de un material si una lámina del mismo que tiene 100 cm.² a —10°C. se dilata 0.0040 cm.², cuando la temperatura pasa a 30°C. *R.* 0.5×10^{-6}.

13. Un recipiente de cobre tiene un volumen de 200 cm.³ a 0° C. Calcular su volumen a (1) 50° C., (2) —50° C. *R.* 200.498 cm.³, 199,502 cm.³

14. Una botella de vidrio pyrex llena de mercurio tiene un volumen de 40 cm.³ a 20° C. ¿Qué volumen de mercurio se derramará si la temperatura del conjunto se eleva a 80° C.? ¿Qué cantidad de mercurio deberá añadirse para mantenerla llena si la temperatura desciende a —30° C.? *R.* 0.4152 cm.³, 0.346 cm.³

15. Calcular la densidad del acero a 140° C. *R.* 7.767.

16. Una esfera de vidrio tiene un volumen de 200 cm.³ a 0° C. Calcular su volumen a 40° C. *R.* 200.216 cm.³

17. Calcular los coeficientes de dilatación cúbica y lineal de una substancia cuya densidad a 0° C. es 2.346 gm./cm.³ y a 50° C. es de 2.338 cm.³ *R.* 68×10^{-6}, 22.6×10^{-6}.

C

18. El hilo de un péndulo simple que bate segundos en un lugar donde la gravedad es 980 cm./seg.² y la temperatura es —10° C. es de acero. Calcular su período y el atraso que experimentará en un día el reloj al cual pertenece si la temperatura sube a 30° C. *R.* 2.0002 seg., 8.64 seg.

19. Una varilla de cobre tiene 2 m. de largo y 1.5 cm.² de sección de a 20° C. Calcular las intensidades de las fuerzas que deben aplicarse en sus extremos y su sentido para mantener invariable su longitud si su temperatura pasa a ser 120° C. *R.* 24,900 newtons.

20. Una probeta de vidrio cuya graduación es correcta a 15° C. contiene 50 cm.³ de glicerina a esta temperatura. Calcular las dilataciones aparente y verdadera de este líquido si la temperatura pasa a ser 45° C. *R.* 0.7575 cm.³, 0.717 cm.³

21. ¿Qué volumen ocupan 5,000 gm. de mercurio a (1) 0° C., (2) 40° C *R.* 367.6 cm.³, 370.28 cm.³

22. ¿A qué temperatura centígrada se encontraba una barra de aluminio de 2 m. de largo si al duplicar la temperatura se dilató 0.163 cm.? ¿Si al reducirla a la mitad se contrajo 0.14 cm.? *R.* 33.9° C., 58.3° C.

23. Una esfera de cobre tiene a 0° C. un volumen de 4,000 cm.³ Calcular el empuje que experimenta cuando se sumerge en agua a 0° C. y a 90° C. *R.* 4,000 gf., 4,017.93 gf.

capítulo 22 Calor

1. CALOR

Es una experiencia bien conocida que siempre que ponemos en contacto dos cuerpos cuyas temperaturas son diferentes, la temperatura del más caliente disminuye y la del más frío aumenta hasta que eventualmente ambas quedan a la misma temperatura, o sea en *equilibrio térmico.*

Al disminuir la temperatura de un cuerpo, la energía de sus moléculas también disminuye. Luego *si la temperatura de un cuerpo desciende, su energía interna disminuye.* Recíprocamente, *si la temperatura de un cuerpo sube, su energía interna aumenta.*

Por tanto, al poner en contacto dos cuerpos a temperaturas diferentes, el más caliente pierde energía interna, la cual a su vez es absorbida por el más frío, cuya energía interna aumenta. El principio de conservación de la energía requiere por tanto que, si no ocurren además otros procesos:

$$\text{energía interna perdida} = \text{energía interna ganada} \qquad (1)$$

Se llama calor a la energía que pasa de un cuerpo a otro debido a una diferencia de temperatura entre los mismos. El calor no es una nueva forma de energía, sino un nombre que se le da a la energía transferida o en tránsito a consecuencia de una diferencia de temperatura. El calor antes de ser emitido es energía interna y después de ser absorbido vuelve a ser energía interna. En resumen:

$$\left.\begin{array}{l}\text{calor ganado}\\ \text{o perdido}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{cambio de energía interna debido a una}\\ \text{diferencia de temperatura.}\end{array}\right.$$

o, si designamos por Q el calor ganado o perdido y por $\triangle E = E_2 - E_1$ el cambio en energía interna:

$$Q = \triangle E \qquad (2)$$

Esta relación es correcta en tanto no ocurren otros procesos. La expresión (1) puede entonces escribirse en la siguiente forma:

$$\text{calor perdido} = \text{calor ganado} \qquad (3)$$

resultado que puede enunciarse en la siguiente forma:

I. *Siempre que entre varios cuerpos hay un intercambio de energía calorífica, la cantidad de calor perdida por unos cuerpos es igual a la cantidad de calor ganada por los otros, principio fundamental de la calorimetría.*

El principio anterior puede suplementarse con los siguientes principios:

II. *La cantidad de calor absorbida o desprendida por un cuerpo es proporcional a su variación de temperatura.* Así para elevar la temperatura de un cuerpo 20°C. se requiere *doble* cantidad de energía calorífica que para elevarla 10°C.

III. *La cantidad de calor absorbida o desprendida por un cuerpo es proporcional a su masa.*

IV. *Cuando varios cuerpos a temperaturas diferentes se ponen en contacto, la energía calorífica se desplaza de los cuerpos cuya temperatura es más alta a aquellos cuya temperatura es más baja.* El equilibrio térmico ocurre cuando todos los cuerpos quedan a la *misma temperatura.*

2. UNIDADES DE CANTIDAD DE CALOR

Siendo el calor una forma de energía debe medirse en las mismas unidades que ésta: en ergs en el sistema C.G.S., en joules en el M.K.S., y en pies-libra en el inglés.

No obstante, se han introducido unidades más adecuadas para medir la energía calorífica: la *caloría pequeña* (*c*), la *caloría grande* (*C*) y la *unidad térmica británica* (B.T.U.). La relación entre estas tres unidades y las de la energía en general, se verá más adelante. Ahora sólo estudiaremos sus definiciones.

CALORIA PEQUEÑA (*c*) *es la cantidad de calor que es necesario suministrar a un gramo de agua para elevar su temperatura de* 14.5°C. *a* 15.5°C.

En un principio la caloría pequeña se definió como la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de un gramo de agua 1°C. Sin embargo, al mejorarse los métodos de experimentación se observó que dicha cantidad de calor no es la misma si la temperatura del agua se eleva de 0°C. a 1°C., o de 4°C a 5 C., o de 20°C. a 21°C., etc. Esta dificultad hizo que se propusiera como definición de la caloría pequeña la *centésima* parte de la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 gm. de agua de 0°C. a 100°C. Posteriormente se observó que la caloría así definida coincidía con la definición primitiva si se adoptaba como intervalo de temperatura el comprendido entre 14.5°C. y 15.5°C. Este es el origen de la definición de caloría pequeña que dimos al comienzo.

CALORIA GRANDE *o kilocaloría* (*C*) *es la cantidad de calor que es necesario suministrar a un kilogramo de agua para elevar su temperatura de* 14.5°C. *a* 15.5°C. Como 1 kg. = 1,000 gm., resulta que:

$$1 \text{ Caloría grande} = 1{,}000 \text{ calorías pequeñas.}$$

UNIDAD TERMICA BRITANICA (B.T.U.) *es la cantidad de calor que es necesario suministrar a una libra de agua para aumentar su temperatura* 1°F. Como 1 lb. = 454 gm. y 1°F = 5/9°C., resulta que:

$$1 \text{ B.T.U.} = 454 \text{ gm.} \times \frac{5}{9}{}^\circ\text{C.} = 252 \text{ calorías pequeñas.}$$

Raramente se usa la *termia* igual a 1,000 C.

3. CALOR ESPECIFICO

Es la cantidad de calor que es necesario suministrarle a la unidad de masa de una substancia para elevar su temperatura un grado. Se designa por *c*. Sea Q la cantidad de calor que es necesario darle a una masa m de una substancia para elevar su temperatura de t_1° a t_2°. El calor específico de la substancia es entonces:

$$c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)} \qquad (4)$$

ya que al dividir Q por m se tiene el calor absorbido por la unidad de masa y al dividir por $(t_2 - t_1)$ resulta el calor absorbido correspondiente a una variación de un grado en la temperatura. Despejando Q,

$$Q = mc(t_2 - t_1) \qquad (5)$$

Esta fórmula es de gran importancia práctica y nos da la cantidad de calor absorbido o deprendido por un cuerpo de masa m y calor específico c al variar su temperatura de t_1° a t_2°.

De acuerdo con (4) el calor específico debe expresarse en cal/gm°C., en Cal/kg°C, o en B.T.U./lb°F según el caso. Sin embargo, su valor numérico es el mismo siempre porque estas tres unidades tienen la misma magnitud. En efecto:

$$1\frac{\text{Cal.}}{\text{kg}^\circ\text{C.}} = \frac{1{,}000\ \text{cal.}}{1{,}000\ \text{gm}^\circ\text{C.}} = 1\frac{\text{cal.}}{\text{gm}^\circ\text{C.}},\quad 1\frac{\text{B.T.U.}}{\text{lb}^\circ\text{F}} = \frac{252\ \text{cal.}}{454\ \text{gm}\times 5/9^\circ\text{C.}} =$$

$$= 1\frac{\text{cal.}}{\text{gm}^\circ\text{C}}\ \therefore\ 1\frac{\text{cal.}}{\text{gm}^\circ\text{C}} = 1\frac{\text{Cal.}}{\text{kg}^\circ\text{C}} = 1\frac{\text{B.T.U.}}{\text{lb}^\circ\text{F}}$$

El calor específico del agua es igual a la unidad. El del hielo es 0.50.

CALORES ESPECIFICOS DE ALGUNOS METALES

Metal	*Calor esp.*	*Peso atóm.*	*c.e. × p.a.*
Aluminio	0.212	26.97	5.72
Cobre	0.094	63.57	6.17
Hierro	0.115	55.84	6.12
Mercurio	0.033	200.6	6.7
Plata	0.056	107.88	6.04
Estaño	0.055	118.70	6.62
Zinc	0.094	65.38	6.08

4. CAPACIDAD CALORIFICA

Es la cantidad de calor que es necesario suministrarle a un cuerpo de masa m *para elevar su temperatura un grado.* Haciendo $t_2 - t_1 = 1°$ en (5) resulta para la capacidad calorífica:

$$C = mc \tag{6}$$

de donde (5) se reduce a:

$$Q = C\,(t_2 - t_1) \tag{7}$$

El *valor en agua* de un cuerpo es la cantidad de agua cuya capacidad calorífica es igual a la del cuerpo. Como el calor específico del agua es la unidad, el valor en agua de un cuerpo es una cantidad de agua en gramos numéricamente igual a la capacidad calorífica del cuerpo en calorías/°C.

Ejemplo 1: Calcular la cantidad de calor que debe suministrarse a 300 gm. de cobre para elevar su temperatura de —8°C. a 122°C.

$m = 300$ gm., $c = 0.094$ cal./gm.°C., $t_1 = -8°$C., $t_2 = 122°$C.

$$Q = mc(t_2 - t_1) = 300\ \text{gm.} \times 0.094\frac{\text{cal.}}{\text{gm.}^\circ\text{C.}} \times [122^\circ\text{C.} - (-8^\circ\text{C.})] =$$

$$= 366.7\ \text{cal.}$$

Ejemplo 2: En 200 gm. de agua a 10°C. se introducen 150 gm. de hierro a 110°C. Hallar la temperatura final del conjunto.

Designándola por t tenemos:

calor perdido por el hierro: $150\ \text{gm.} \times 0.115\dfrac{\text{cal.}}{\text{gm.}^\circ\text{C.}} \times (110^\circ\text{C.} - t)$

calor ganado por el agua: $200\ \text{gm.} \times 1\dfrac{\text{cal.}}{\text{gm.}^\circ\text{C.}} \times (t - 10^\circ\text{C.})$.

Aplicando el principio fundamental (1):

$$150 \times 0.115 \times (110 - t) = 200 \times 1 \times (t - 10)$$

Dividiendo ambos miembros por 50.

$$0.345(110 - t) = 4(t - 10)\quad \therefore\quad 37.95 - 0.345t = 4t - 40$$

$$4.345\ t = 77.95\quad \therefore\quad t = \frac{77.95}{4.345} = 17.95^\circ\text{C.}$$

5 METODOS CALORIMETRICOS

Para medir el calor específico de los cuerpos se han ideado diversos procedimientos de los cuales expondremos algunos. Los aparatos empleados reciben el nombre de *calorímetros*.

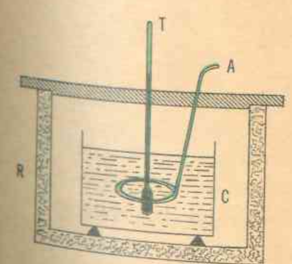


Fig. 1. Calorímetro de agua

El usado más comúnmente es el *calorímetro de agua*, (fig. 1). Consiste en un recipiente C, usualmente de cobre en los modelos corrientes, en el cual se ha colocado cierta cantidad de agua. El calorímetro está sobre dos soportes de un material mal conductor del calor, tal como corcho o ebonita, en el interior de otro recipiente R de paredes dobles entre las cuales se ha dispuesto lana o algodón que son muy malos conductores del calor. La pared exterior de C y la pared interior de R deben estar muy bien pulimentadas para disminuir la pérdida de calor por radiación. Como accesorios, el calorímetro lleva un termómetro T y un agitador A cuya finalidad es mover el agua para que tenga la misma temperatura en todos sus puntos.

El cuerpo de masa M, cuyo calor específico c se desea determinar se introduce en el calorímetro hasta que el conjunto adquiera la temperatura de equilibrio t. Si t_1 es la temperatura inicial del cuerpo, el calor desprendido por el mismo es, de acuerdo con (5):

$$\text{calor perdido por el cuerpo: } Mc(t_1 - t).$$

Dicho calor es absorbido por el agua, el calorímetro y sus accesorios. Sean m; m_c, m_t y m_a las masas del agua, el calorímetro, el termómetro y el agitador respectivamente y sean 1, c_c, c_t y c_a sus calores específicos. La capacidad calorífica del conjunto es pues:

$$C = m + m_c c_c + m_t c_t + m_a c_a.$$

Sea t_2 la temperatura inicial del agua y el calorímetro. La final es por supuesto t. Aplicando (7) resulta que:

$$\text{calor ganado por el agua y el calorímetro: } C(t - t_2)$$

Como de acuerdo con (3) el calor perdido por un cuerpo debe ser igual al ganado por el otro, se tiene que:

$$Mc(t_1 - t) = C(t - t_2) \quad \therefore \quad c = \frac{C(t - t_2)}{M(t_1 - t)} \qquad (8)$$

que nos determina el calor específico c.

6. CALOR DE COMBUSTION

Se llama CALOR DE COMBUSTION *de una substancia a la cantidad de calor que desprende la unidad de masa de la substancia al arder, o sea al combinarse con el oxígeno.* Esta característica es de gran importancia para conocer el valor de un combustible o de un alimento. El calor de combustión se denomina también *potencia calorífica* en el caso de los combustibles. Algunas veces el calor de combustión se define como el calor desprendido por una molécula gramo en lugar de considerarse la unidad de masa. En el cuadro se dan los calores de combustión de varios cuerpos.

CALORES DE COMBUSTION EN CAL./GM.

Combustibles	*Calor de comb.*	*Alimentos*	*Calor de comb.*
Alcohol (etil.)	7,180	Mantequilla	3,030
Hulla	8,000	Leche	310
Gasolina	11,530	Tocino	4,080
Hidrógeno	34,000	Espinacas	75
Carbón	8,000	Azúcar	1,860

En el caso de los alimentos es necesario hacer una selección cuidadosa de los mismos en la calidad y en la cantidad para que el organismo reciba la cantidad de energía que requiere para reparar el desgaste diario. Para ello se ha creado una ciencia llamada *Dietética*. En condiciones ordinarias un hombre activo requiere diariamente 3.4×10^6 cal., uno que lleva una vida sedentaria sólo necesita 2.5×10^6 cal., mientras que una persona enferma tiene bastante con 1.8×10^6 cal.

PREGUNTAS

1. ¿Qué representa la capacidad calorífica?
2. ¿Cree usted que hay alguna relación entre el primer principio de la calorimetría y otro importante principio de la Física? Explique.
3. ¿Es importante conocer el calor de combustión de los alimentos? ¿Por qué?

PROBLEMAS

A

1. Calcular la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 200 gm. de aluminio (*a*) de 10°C. a 40°C., (*b*) de —70°C. a —40°C. *R.* 1,272 cal.
2. ¿Cuál es el calor específico de un cuerpo cuya masa es 400 gm. si necesita 80 calorías para elevar su temperatura de 20°C. a 25°C? *R.* 0.04.
3. ¿Qué calor desprenden 150 gm. de hierro cuando su temperatura desciende de 120°C. a 30°C.? *R.* 1,552 cal.

62

4. ¿Qué variación experimentará la temperatura de una masa de 240 gm. de zinc si absorbe 450 calorías? Si la temperatura inicial era —30°C., ¿cuál es la temperatura final? *R.* 19.9°C., —10.1°C.

5. Calcular el calor requerido para elevar la temperatura de 80 lb. de estaño de 25°F. a 60°F. *R.* 154 B.T.U.

6. Cierta cantidad de plata absorbe 300 calorías y su temperatura pasa de 5°C. a 85°C. Calcular su masa. *R.* 66.9 gm.

7. Calcular el calor específico de un cuerpo cuya masa es 50 lb. si absorbe 134.2 B.T.U. cuando su temperatura pasa de 22°F. a 45°F. *R.* 0.116.

8. Se ponen en contacto una masa de cobre de 200 gm. a 100°C. y una masa de hierro de 120 gm. a 20°C. Calcular (*a*) su temperatura final, (*b*) el calor perdido por el cobre, (*c*) el calor ganado por el hierro. *R.* 66.1° C., 637.2 cal.

9. En un recipiente con 40 cm.^{3} de agua a 4°C. se introduce una masa de aluminio de 80 gm. a 80°C. Despreciando el efecto del recipiente, calcular (*a*) la temperatura final, (*b*) el calor ganado por el agua, (*c*) el calor perdido por el aluminio. *R.* 26.6°C., 904 cal.

10. Un cuerpo está compuesto por una aleación de 200 gm. de cobre, 150 gm. de estaño y 80 gm. de aluminio. Calcular su capacidad calorífica y el calor necesario para elevar su temperatura 50°C. *R.* 44.01, 2,200.5 cal.

11. ¿Cuál es el calor específico de un cuerpo cuya masa es 100 gm. y cuya temperatura es 100°C., si al introducirlo en 200 gm. de agua a 30°C. la temperatura final es 32.7°C? *R.* 0.08.

12. Un recipiente de cobre tiene una masa de 4,200 gm. y una temperatura de 15°C. En el mismo se introducen 3 litros de agua a 80°C. Calcular la temperatura final. *R.* 72.4°C.

13. ¿Qué masa de agua a 100°C. debe mezclarse con 2 litros de agua a 4°C. para que la temperatura final sea 20°C.? *R.* 400 gm.

B

14. Una bola de aluminio de 20 gm. y a 100°C. se introduce en un calorímetro de cobre cuya masa es 200 gm. y contiene 100 gm. de agua a 100°C. Calcular la temperatura final. *R.* 13.1°C.

15. Una masa de 100 gm. de hierro se coloca en un calorímetro de cobre cuya masa es de 180 gm. y contiene 120 gm. de agua a 20°C. Si la temperatura final es de 25°C. calcular la temperatura inicial del hierro. *R.* 85.4°C.

16. ¿Cuál es el calor específico del latón si al echar 150 gm. del mismo a una temperatura inicial de 95°C. en un calorímetro de cobre cuya masa es 90 gm. y contiene 103 gm. de agua a 5°C. la temperatura final es 10°C.? *R.* 0.04.

17. La capacidad calorífica de un calorímetro incluyendo el agitador y el termómetro es de 20 cal./°C. Su temperatura es de 20°C. y contiene 100 gm. de agua. Si en el mismo se introduce un cuerpo cuya masa es 60 gm. que está a 120°C. y la temperatura final es 30°C., calcular su calor específico. *R.* 0.22.

18. En un calorímetro de cobre cuya masa es 100 gm. y contiene 500 gm. de agua a 50°F. se introducen 200 gm. de hierro a 90°C. Calcular la temperatura final. *R.* 13.4°C.

19. Calcular la cantidad de alcohol necesaria para calentar dos litros de agua de 4°C. a 86°C. suponiendo que el agua absorbe todo el calor producido. *R.* 0.0285 l.

20. Calcular lo que costará calentar el agua contenida en una bañadera (40 litros) de 10°C. a 50°C., empleando carbón cuyo precio es de 0.80 por kg. *R.* $0.16.

capítulo **23** Teoría cinética de los gases

1. INTRODUCCION

Ya hemos indicado anteriormente que los gases se caracterizan:

a) porque son muy *compresibles*, es decir, que puede reducirse su volumen sin mucha dificultad.

b) porque son muy *expansibles*, es decir, tienden a ocupar un volumen cada vez mayor, careciendo de volumen propio.

c) porque son muy *elásticos*, recobrando exactamente su volumen original una vez que dejan de actuar los agentes que hicieron aumentar o disminuir su volumen.

Estas propiedades y otras varias admiten una explicación sencilla si se suponen los gases constituídos en la forma propuesta por la *teoría cinética de los gases*.

Esta teoría se basa en las siguientes hipótesis: a) en un gas las moléculas están animadas de movimiento rectilíneo uniforme con velocidades usualmente grandes (alrededor de 1,500 m./seg.). b) Ocasionalmente una molécula choca con otra o con las paredes del recipiente que contiene el gas. c) Las moléculas están tan distantes entre sí que prácticamente no se ejercen fuerzas entre ellas, excepto en el momento de un choque.

Así se explica con gran sencillez, por ejemplo, la presión que ejerce un gas sobre las paredes del recipiente. En efecto, en cada momento millo-

nes de estas moléculas chocan con las paredes rebotando, con lo que cada molécula ejerce una fuerza muy pequeña sobre la pared. La resultante de las fuerzas debidas a estos millones de moléculas tiene un valor apreciable que puede ser muy grande. Esa resultante nos da la fuerza total ejercida sobre la pared. Para hallar la presión basta, como sabemos, hallar la fuerza que actúa sobre la unidad de área. Cuando se tiene un gas en equilibrio en un recipiente cuyo volumen no es muy grande *el gas ejerce rápidamente la misma presión en todos los puntos del recipiente.*

En este sentido, la presión ejercida por un gas que ocupa un volumen pequeño se diferencia esencialmente de la de un líquido, ya que la presión ejercida por éste se debe a la gravedad y aumenta con la profundidad. (Ver No. 4, Cap. XVII).

Otra propiedad que la teoría cinética explica en una forma muy simple es la *difusión*. Si dos recipientes 1 y 2 (fig. 1) unidos por un tubo provisto de una llave C, que se mantiene cerrada, se llenan por medio de A y B con dos gases diferentes y se abre C se observa que transcurrido un intervalo de tiempo más o menos largo, ambos gases se encuentran distribuídos en los dos recipientes. La explicación es clara: debido a la gran movilidad de sus moléculas, continuamente hay moléculas de los dos gases que pasan por C en direcciones opuestas hasta que ambos se mezclan por completo.

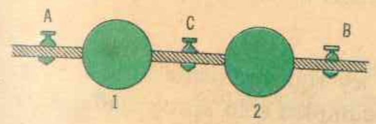


Fig. 1.

2. TRANSFORMACION ISOTERMICA

Ley de Boyle-Mariotte. El estado de un gas está caracterizado por tres magnitudes físicas que son su presión p, su volumen V y su temperatura T. Durante una transformación pueden variar dos de estas magnitudes permaneciendo constante la tercera. Si la temperatura no varía, la transformación es *isotérmica* y se cumple entonces la *ley de Boyle-Mariotte*:

El volumen de un gas es inversamente proporcional a su presión cuando su temperatura permanece constante. O sea:

$$pV = \text{constante} \quad (1)$$

Así, por ejemplo, si un gas encerrado en un recipiente cilíndrico provisto de un émbolo (fig. 2), se somete a diversas presiones p_1, p_2 ... y los volúmenes en cada caso son V_1, V_2, ... respectivamente, se cumple que:

$$p_1V_1 = p_2V_2 = \dots = \text{constante} \quad (2)$$

siempre que la temperatura no haya variado.

Si la presión aumenta, el volumen disminuye, si la presión disminuye, el volumen aumenta. Así, si la presión se hace 2, 3, 4... veces mayor, el volumen se reduce a ½, ⅓, ¼ de su valor, mientras que si la presión se reduce a ½, ⅓, ¼ de su valor original el volumen se hace 2, 3, 4,... veces mayor.

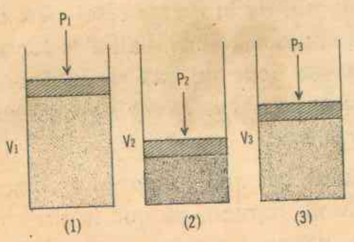


Fig. 2.

La teoría cinética de los gases permite explicar la ley de Boyle-Mariotte. En efecto, al disminuir el volumen de un gas, el número de moléculas que en cada momento chocan con las paredes del recipiente aumenta porque tienen menos espacio para moverse y por consiguiente hay un aumento de presión. Lo contrario sucede si el volumen aumenta. La velocidad de las moléculas no cambia por permanecer constante la temperatura.

La ley de Boyle-Mariotte no es una ley rigurosamente exacta, y los *gases reales* que existen en la naturaleza la cumplen sólo aproximadamente. Sin embargo, la aproximación es tanto más perfecta cuanto más elevada sea la temperatura del gas y menor su presión.

Esta importantísima ley fue descubierta independientemente en 1660 por el físico inglés Roberto Boyle (1627-1691) y en 1676 por el monje francés Edme Mariotte (1620-1684).

Ejemplo 1: Un gas ocupa un volumen de 250 cm.³ cuando la presión es de 70 cm. de Hg. ¿Cuál será su volumen si la presión pasa a ser 1.5 atmósferas sin alteración de la temperatura?

$$p_1 = 70 \text{ cm. de Hg}, \quad V_1 = 250 \text{ cm.}^3$$

$$p_2 = 1.5 \text{ atm.} = 1.5 \times 76 \text{ cm. de Hg.} = 114 \text{ cm. de Hg.}$$

$$p_1V_1 = p_2V_2 \quad \therefore \quad 70 \text{ cm.} \times 250 \text{ cm.}^3 = 114 \text{ cm.} \times V_2.$$

$$\therefore \quad V_2 = \frac{70 \times 250}{114} \text{ cm}^3. = 153.3 \text{ cm.}^3$$

3. TRANSFORMACION ISOBARICA

LEY DE CHARLES. Durante una *transformación isobárica*, la presión permanece constante. En la transformación isobárica de un gas se aplica la *ley de Charles:*

El volumen de un gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta cuando su presión permanece constante.

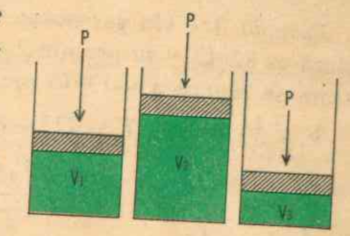


Fig. 3.

Por ejemplo, si tenemos un gas encerrado en un recipiente (fig. 3) provisto de un émbolo de modo que la presión se mantenga siempre igual a un valor determinado p, observaremos que cuando la temperatura absoluta es T_1, T_2,... los volúmenes V_1, V_2,... del gas son tales que:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \ldots \tag{3}$$

y en general:

$$\frac{V}{T} = \text{constante} \tag{4}$$

La teoría cinética explica la dilatación a presión constante. En efecto, al aumentar la temperatura aumenta la velocidad de las moléculas. Para mantener la presión constante, hay que disminuir la frecuencia de choque lo que sólo se consigue aumentando el volumen.

Se llama *coeficiente de dilatación de un gas a presión constante* al aumento de volumen de un gas por unidad de volumen y unidad de aumento de temperatura cuando su presión permanece constante. Se designa por α. Puede demostrarse que *todos los gases tienen el mismo coeficiente de dilatación a presión constante*, cuyo valor es:

$$\alpha = \frac{V_t - V_0}{V_0 t} = \frac{1}{273} = 0.003665 \,{}^\circ\text{C}^{-1}$$

si la temperatura inicial del gas es 0°C. = 273°K.

Demostración: En efecto, de (3):

$$\frac{V_t}{T} = \frac{V_0}{273} \quad \therefore \quad \frac{V_t - V_0}{T - 273} = \frac{V_0}{273} \quad \therefore \quad \frac{V_t - V_0}{t} = \frac{V_0}{273}$$

porque $T°K - 273°K = t°C$. Luego, aplicando (8) del Cap. XXI,

$$\alpha = \frac{V_t - V_0}{V_0 t} = \frac{1}{273} \,{}^\circ\text{C}^{-1}$$

Si la temperatura inicial del gas es T, entonces $\alpha = 1/T$.

Ejemplo 1: Un gas ocupa un volumen de 30 litros cuando su temperatura es 82°C. y su presión 2 atmósferas. Hallar su volumen si su temperatura se reduce a —13°C. sin alterar su presión.

$V_1 = 30$ litros, $T_1 = 273 + 82 = 355°$K., $T_2 = 273 - 13 = 260°$K.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \therefore V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = \frac{30 \text{ lit.} \times 260° \text{K}}{355° \text{K}} = 22 \text{ litros}$$

4. TRANSFORMACION ISOMETRICA

LEY DE GAY-LUSSAC. Cuando durante un cambio de un gas el volumen permanece constante, la transformación se llama *isométrica*, aplicándose la *ley de Gay-Lussac:*

La presión de un gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta cuando su volumen permanece constante.

O sea, si tenemos un gas contenido en un recipiente, (fig. 4), cuyo volumen V es constante, observaremos que las presiones p_1, p_2, p_3, ... correspondientes a las temperaturas T_1, T_2, T_3, ... son tales que:

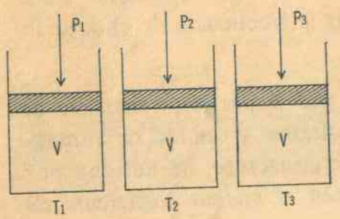


Fig. 4.

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \dots \tag{5}$$

y en general:

$$\frac{p}{T} = \text{constante} \tag{6}$$

El aumento de presión al aumentar la temperatura de un gas se explica fácilmente por la teoría cinética de los gases. En efecto, al aumentar la temperatura aumenta la energía cinética y por consiguiente la velocidad de las moléculas, de modo que cada una de ellas ejerce una fuerza mayor al chocar con las paredes del recipiente. Además, los choques se producen con más frecuencia.

Se llama *coeficiente de aumento de presión de un gas a volumen constante*, al aumento de presión de un gas por unidad de presión y unidad de variación de temperatura. Se designa por β. Es posible probar que *todos los gases tienen el mismo coeficiente de aumento de presión a volumen constante*, cuyo valor es:

$$\beta = \frac{p_t - p_0}{p_0 t} = \frac{1}{273} = 0.003665 \text{ °C}^{-1}$$

si la temperatura inicial del gas es 0°C. = 273°K.

La demostración es análoga a la explicada en el epígrafe precedente para el coeficiente α.

Obsérvese que para todos los gases el coeficiente de dilatación a presión constante es igual al coeficiente de aumento de presión a volumen constante: $\alpha = \beta$.

Ejemplo 2: Un gas ocupa cierto volumen a una temperatura de 27°C. ejerciendo una presión de 5 atm. ¿Cuál será su temperatura si su presión se reduce a 60 cm. de Hg. sin cambio de volumen?

$p_1 = 5$ atm. $= 5 \times 76$ cm. de Hg. $= 380$ cm. de Hg., $p_2 = 60$ cm. de Hg.
$T_1 = 273 + 27 = 300°$K.

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \therefore T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1} = \frac{60 \text{ cm. de Hg.} \times 300° \text{K.}}{380 \text{ cm. de Hg.}} =$$

$$= 47.4° \text{K} = -225.6° \text{C.}$$

5. ECUACION DE LOS GASES IDEALES

Resumiendo los tres tipos más importantes de transformación de un gas tenemos:

A) Transformación isotérmica, ley de Boyle-Mariotte:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \qquad (T. \text{ constante})$$

B) Transformación isobárica, ley de Charles:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad (p \text{ constante})$$

C) Transformación isométrica, ley de Gay-Lussac:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \qquad (V \text{ constante})$$

Se denomina *gas ideal* a un gas que obedezca exactamente las tres leyes anteriores en todas las circunstancias. Los gases reales que existen en la naturaleza sólo obedecen aproximadamente las citadas leyes, pues puede demostrarse que para que un gas sea ideal es necesario que: 1) las fuerzas entre las moléculas sean nulas, 2) las moléculas sean puntos materiales, es decir, sin dimensiones, condiciones que no ocurren en la realidad.

Supongamos que un gas ideal que se encuentra en el estado de presión p_1, volumen V_1 y temperatura T_1, experimenta una transformación en la que ninguna de esas magnitudes permanece constante pasando al estado caracterizado por los valores p_2, V_2, T_2. Combinando las tres leyes se ve que se cumple siempre que:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \tag{7}$$

y en general: $$\frac{pV}{T} = C \text{ constante: } \therefore \; pV = CT \tag{8}$$

La expresión (7) o su equivalente (8) se llama *ecuación de los gases ideales*.

Esta ecuación condensa en una sola expresión las leyes de Boyle-Mariotte, Charles y Gay-Lussac. En efecto, supongamos que el gas experimenta una transformación isotérmica. Entonces $T_1 = T_2$ y (7) se reduce a $p_1 V_1 = p_2 V_2$ que es la ley de Boyle-Mariotte. Si la transformación es isobárica $p_1 = p_2$ y (7) se reduce a $V_1/T_1 = V_2/T_2$ que es la ley de Charles. Finalmente, si la transformación es isométrica $V_1 = V_2$ y (7) es equivalente a $p_1/T_1 = p_2/T_2$ que es la ley de Gay-Lussac.

Un *mol* de una substancia es una cantidad en gramos igual a su masa molecular. Así un mol de agua es igual a 18 gramos de agua y un mol de oxígeno es igual a 32 gramos de ese gas.

El volumen V es proporcional al número n de moles del gas. Por tanto, podemos hacer $C = nR$, donde R es una nueva constante, resultando:

$$pV = nRT \tag{9}$$

La constante R se llama *constante de los gases ideales*. Cuando la presión se mide en atmósferas, el volumen en litros y la temperatura en °K, su valor es $R = 0.082$ lt-atm/mol°K, de modo que:

$$p\text{ (atm)} \times V\text{ (litros)} = 0.082\ nT°K. \tag{10}$$

Este valor de R se obtiene porque se ha determinado experimentalmente que cuando $p = 1$ atm., $T = 273°$K y $n = 1$, resulta que $V = 22.4$ litros. Substituyendo estos valores en (9) se obtiene el valor indicado para R.

Si p se mide en newt./m², V en m³, y T en °K, el valor de la constante es:

$$R = 8.314 \frac{\text{joule}}{\text{mol °K}}$$

que se obtiene haciendo el correspondiente cambio de unidades.

Los gases reales sólo obedecen (9) a elevadas temperaturas, pero para temperaturas próximas a una particular para cada gas y que recibe el nombre de *temperatura crítica*, cuyo significado físico veremos más adelante, presentan desviaciones notables debido a que al disminuir la temperatura disminuye también la velocidad de las moléculas y empieza a hacerse sensible el efecto de las fuerzas intermoleculares.

Ejemplo 1: Un gas ocupa un volumen de 80 cm.³ a una presión de 1.5 atm. y una temperatura de —13°C. Calcular su volumen si su presión se hace igual a 2 atm. y la temperatura se eleva a 107°C.

$V_1 = 80$ cm.³, $p_1 = 1.5$ atm., $T_1 = 273 - 13 = 260°$K.
$V_2 = x$, $p_2 = 2$ atm., $T_2 = 273 + 107 = 380°$K.

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad \therefore \quad V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1}$$

$$V_2 = \frac{1.5 \text{ atm.} \times 80 \text{ cm.}^3 \times 380°\text{K.}}{2 \text{ atm.} \times 260°\text{K.}} = 87.6 \text{ cm.}^3$$

6. TEORIA CINETICA DE LOS GASES

La ecuación general de los gases ideales que acabamos de exponer está relacionada directamente con la teoría cinética que hemos mencionado y con la relación entre temperatura y energía molecular media.

Consideremos un gas encerrado en un recipiente y concentremos nuestra atención sobre una porción de área A de la pared del recipiente que supondremos plana. Esto siempre es posible si el área es lo suficientemente pequeña. Tomemos el eje X perpendicular a la pared. Una molécula que se mueva perpendicularmente a la pared (fig. 5), con velocidad v_x tiene un momentum mv_x. Después de chocar se mueve en la dirección $-X$ y su momentum es $-mv_x$. Luego la molécula ha transferido a la pared un momentum igual a:

$$mv_x - (-mv_x) = 2\ mv_x$$

En un tiempo t chocan con la pared muchas moléculas. El número de ellas es el contenido en un cilindro de base A y altura $v_x t$ y por tanto, de volumen $v_x tA$, (fig. 6). Si n es el número de moléculas en la unidad de volumen, solo la mitad de ellas se están moviendo hacia la pared; la otra mitad ya ha chocado y está alejándose de la pared. Luego el número de moléculas que chocan con el área A en el tiempo t es:

$$(\tfrac{1}{2} n) \times (v_x tA) = \tfrac{1}{2} n v_x tA$$

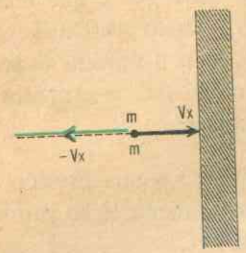


Fig. 5.

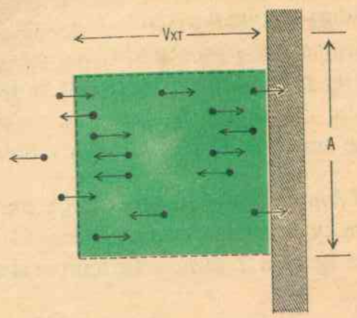


Fig. 6.

Por tanto, el momentum total transferido al área A de la pared en el tiempo t es:

$$(2\,mv_x) \times (\tfrac{1}{2}\,nv_x tA) = nmv_x^2 tA$$

Como la fuerza es igual al cambio de momentum por unidad de tiempo, la fuerza F se obtiene dividiendo la expresión anterior por t, o sea:

$$F = nmv_x^2 A$$

y por tanto, la expresión será:

$$p = \frac{\text{Fuerza}}{\text{área}} = \frac{F}{A} = nmv_x^2 \qquad (11)$$

La hipótesis de que todas las moléculas se mueven perpendicularmente a la pared no es correcta, pues las moléculas se están moviendo en todas direcciones. Descomponiendo la velocidad v en sus tres componentes V_x, V_y, V_z, según tres ejes X, Y, Z sabemos que:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

En promedio y teniendo en cuenta el gran número de moléculas los valores medios de v_x^2, v_y^2 y v_z^2 para todas las direcciones posibles de v son iguales. Por tanto, $\overline{v_x^2} = \tfrac{1}{3}\,v^2$. Llevando este resultado a (11) se obtiene finalmente:

$$p = \tfrac{1}{3}\,nmv^2$$

Si N es el número total de moléculas en el volumen V ocupado por el gas, $n = N/V$ con lo que:

$$p = \tfrac{1}{3}\,\frac{N}{V}\,mv^2 \quad \therefore \quad pV = \tfrac{1}{3}\,Nmv^2 \qquad (12)$$

En realidad todas las moléculas no tienen la misma velocidad de modo que en las fórmulas anteriores v^2 debe considerarse como el *valor medio* del cuadrado de las *velocidades moleculares*, o sea:

$$v^2 = \frac{1}{N}\,(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots)$$

Entonces $\tfrac{1}{2}\,mv^2$ es la energía cinética media $\bar{E}_c$ de las moléculas, con lo que (12) puede escribirse en la forma:

$$pV = \tfrac{2}{3}\;N\bar{E}_c \qquad (13)$$

La energía cinética media de las moléculas es una cantidad proporcional a la temperatura del gas. Luego el segundo miembro de (13) es proporcional a T, de conformidad con (9).

Comparando (9) con (13) concluímos que:

$$\tfrac{2}{3}\,N\bar{E}_c = nRT$$

de donde:

$$\bar{E}_c = \tfrac{3}{2}\;n\,\frac{R}{N}\,T = \tfrac{3}{2}\;kT \qquad (14)$$

El cociente $N_A = N/n$ es el número de moléculas en un mol, llamado número de Avogadro e igual a 6.02×10^{23}. Luego:

$$k = \frac{nR}{N} = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23}\ \text{joule}/{}^\circ\text{K}. \qquad (15)$$

es una constante universal denominada *constante de Boltzmann.*

Podemos escribir (14) en la forma:

$$\tfrac{1}{2}\;mv^2 = \tfrac{3}{2}\;kT$$

y despejando v:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_M}} \qquad (16)$$

donde $M_M = N_A m$ es la masa molecular del gas.

Para obtener la segunda expresión se han multiplicado el numerador y el denominador de la expresión procedente por el número de Avogadro N_A y observado que $R = kN_A$ y $M_M = N_A m$. Por tanto, la velocidad de las moléculas de un gas sólo depende de la temperatura.

Los resultados que hemos obtenido son excelentes en el caso de los gases monoatómicos, como el helio, el neón, etc. En los gases poliatómicos, cuyas moléculas tienen dos o más átomos, hay que tener en cuenta los movimientos internos de los átomos en la molécula.

7. CALORES ESPECIFICOS DE UN GAS

Cuando la temperatura de un gas se eleva, este proceso puede hacerse a presión constante, a volumen constante, o con variación de ambas magnitudes. Se concluye de aquí que el calor específico de un gas depende de las condiciones presentes durante la variación de temperatura. Los dos calores específicos más importantes de un gas son el calor específico a presión constante y el calor específico a volumen constante.

El CALOR ESPECIFICO A PRESION CONSTANTE (c_p) *es la cantidad de calor que hay que suministrarle a la unidad de masa de un gas para aumentar su temperatura un grado, sin variar su presión.*

El CALOR ESPECIFICO A VOLUMEN CONSTANTE (c_v) *es la cantidad de calor que hay que suministrarle a la unidad de masa de un gas para aumentar su temperatura un grado, sin variar su volumen.*

Los calores específicos de todos los gases son prácticamente constantes para un gran intervalo de temperaturas y en todo caso c_p *es mayor que* c_v. La relación entre ambos calores específicos es de gran importancia designándose por γ:

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \qquad (17)$$

Por ejemplo para el oxígeno $c_p = 0.218$ y $c_v = 0.155$; para el vapor de agua $c_p = 0.482$ y $c_v = 0.364$.

El calor específico a presión constante es mayor que el calor específico a volumen constante porque en el primer caso el gas al dilatarse realiza un trabajo contra la presión exterior y para ello requiere que se le suministre más energía.

8. RELACION CON LA TEORIA CINETICA

Recordando (14) del No. 6, tenemos que la energía interna de un mol de un gas es:

$$E_{\text{int.}} = N_A \overline{E}_c = \tfrac{3}{2}\ kN_A T = \tfrac{3}{2}\ RT$$

pues $R = kN_A$. Si la energía se expresa en joules, tenemos, puesto que $R = 8.31$ joules/mol. °K, que:

$$E_{\text{int.}}\ (\text{joule}) = 12.48\ T\ (°K)$$

que nos indica que por cada grado Kelvin de variación en la temperatura, su energía interna varía 12.48 joules/mol.

En el próximo capítulo veremos que 1 joule = 0.24 calorías. Luego la variación de energía interna de un mol de un gas por cada grado Kelvin (o centígrado) es igual a 3.08 calorías. En otras palabras, si M_M es la masa molecular del gas que es la masa de un mol, su calor específico a volumen constante será:

$$c_v = \frac{3.00}{M_M} \quad \frac{\text{cal.}}{\text{gm. } °K.}$$

Este resultado es correcto solo para gases monoatómicos, en cuyo caso $M_M = M_A$. En los gases poliatómicos hay que tener en cuenta la energía que las moléculas absorben para aumentar sus movimientos de rotación y de vibración interna.

La capacidad calorífica de un mol de un gas monoatómico, llamada C mol, es:

$$C \text{ mol (gas)} = M_M \times c_v = 3.00 \text{ cal.}/°K.$$

Sin embargo, de la tabla de la página 282 se ve que la capacidad calorífica de un mol de los distintos sólidos es más bien el doble, o sea del orden de 6,

$$C \text{ mol (sólido)} = M_M \times c_v = 6. \text{ cal.}/°K. \text{ (aprox.)},$$

resultado que se conoce con el nombre de *ley de Dulong y Petit*. La razón de la diferencia es la siguiente:

En nuestro modelo de gas hemos supuesto que el efecto de las fuerzas intermoleculares es despreciable y por tanto, que la energía potencial interna es prácticamente nula. En el cálculo de la energía interna sólo tenemos en cuenta la energía cinética. Sin embargo, en un sólido los átomos están sometidos a fuerzas intensas que los mantienen vibrando alrededor de sus posiciones de equilibrio. La energía potencial es del mismo orden de magnitud que la energía cinética. En consecuencia, para aumentar la energía cinética de las moléculas hay que aumentar en la misma cantidad la energía potencial. Luego si para aumentar 1 °C. la temperatura de un mol hay que aumentar en 3 calorías la energía cinética de las moléculas en un gas, en un sólido habría que aumentar además en 3 calorías la energía potencial, resultando un aumento total de energía interna por mol igual a 6 calorías.

9. TRANSFORMACION ADIABATICA DE UN GAS

Un gas experimenta *una transformación adiabática cuando su cantidad de calor permanece constante durante la transformación y por consiguiente ni da ni recibe calor del exterior durante la misma.* De esta definición se concluye que para someter un gas a una transformación adiabática es necesario disponer de un recipiente de paredes muy mal conductoras del calor. Como esto resulta muy difícil, el inconveniente se elimina verificando la transformación con gran rapidez.

En realidad *toda transformación rápida de un gas, es prácticamente adiabática.* Ello se debe a que no hay tiempo de absorber el calor necesario del exterior para compensar las variaciones de temperatura que pueden ocurrir durante la transformación. El proceso adiabático más perfecto es el de la propagación del sonido de un gas, a causa precisamente de la elevada frecuencia de las variaciones de presión.

Durante la expansión adiabática de un gas, su temperatura desciende a causa de que el trabajo realizado por el gas se hace a expensas de su energía y toda disminución de energía de las moléculas del gas trae como consecuencia un descenso en su temperatura. Por el contrario en las expansiones isotérmicas el trabajo realizado se hace a expensas del calor absorbido por el gas y por eso la temperatura puede permanecer constante.

Este fenómeno del enfriamiento de un gas durante una expansión adiabática puede apreciarse acercando la mano a una válvula abierta de un neumático de automóvil por la que escapa el aire y notando el descenso de temperatura. Por supuesto que si el gas se comprime adiabáticamente se calienta en lugar de enfriarse. Como el sonido es una sucesión rápida de compresiones y expansiones, la temperatura del aire permanece invariable en promedio y el fenómeno aparentemente es isotérmico siendo en realidad adiabático como ya se explicó.

Si p_1, V_1, son la presión y el volumen iniciales de un gas y p_2, V_2, dichas magnitudes después de experimentar una transformación adiabática puede probarse que se cumple que:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma} \tag{17}$$

o también,

$$pV^{\gamma} = \text{constante} \tag{18}$$

donde $\gamma = \dfrac{c_p}{c_v}$ La ecuación de una transformación adiabática es pues (9). Para los gases monoatómicos puede tomarse en general $\gamma = 1.66$ y para los diatómicos $\gamma = 1.40$.

PROBLEMAS

1. La temperatura de un gas pasa de 10°C a 50°C, permaneciendo la presión constante. Si el volumen inicial era de 100 cm³, calcular el volumen final. *R.* 114 cm³.

2. Un gas ocupa a 0°C un volumen de 30 litros. Si al calentarlo a presión constante se dilata 2.5 litros, calcular su temperatura final. *R.* 22.7°C.

3. El volumen de un gas a la presión atmosférica y 30°C es de 4.3 m³. ¿Cuál será su volumen si la temperatura pasa a ser 0°C a presión constante? *R.* 3.8 m³.

4. Un gas ocupa 600 cm³ a —23°C. Si su volumen aumenta en una tercera parte, calcular la variación de temperatura (presión constante). *R.* 83.33°C.

5. Calcular la presión de un gas a 400° K, si a 27°C tiene una presión de 10 kgf/cm². El volumen ha permanecido constante. *R.* 13.33 kgf/cm².

6. La presión de un gas es de 2 atm a 17°C. Si la presión se reduce a 80 cm. de Hg a volumen constante, calcular su temperatura final. *R.* —120.4°C.

7. ¿Cuál será la presión de un gas cuando su temperatura centígrada se duplica si a 300° K ejerce una presión de 100 cm. de Hg.? Considérese el volumen constante. *R.* 109 cm. de Hg.

8. Un recipiente contiene aire a la presión atmosférica y 20°C. ¿A qué temperatura hay que elevarlo para que expulse la mitad del aire que contiene? *R.* 313°C.

9. Un gas se encuentra a 30°C. ¿Cuál será su nueva temperatura si su presión se reduce en un 20% a volumen constante? *R.* —30.6°C.

10. El aire encerrado en un neumático a 27°C. ejerce una presión de 45 lb/plg² sobre la atmosférica que es de 15 lb/plg². Si a causa del movimiento del vehículo la temperatura se eleva 20°C calcular el nuevo exceso de la presión del aire sobre la atmosférica. *R.* 49 lb/plg².

11. Durante una experiencia de química se obtienen 280 cm³ de anhídrido carbónico a una presión de 75 cm. de Hg y una temperatura de 27°C. Calcular su volumen en condiciones normales (presión 76 cm. de Hg y temperatura 0°C.). *R.* 251.4 cm³.

12. Un balón para observaciones estratosféricas tiene un volumen de 9.000 m^3 al nivel del mar (presión 76 cm. de Hg. y temperatura de 27°C.). ¿Cuál será su volumen si se eleva a una altura a la cual corresponden una presión de 4 cm. de Hg. y una temperatura de —33°C.? *R.* 13,6800 m^3.

13. Un gas ocupa un volumen de 30 litros cuando su presión es 1.6 atm., y su temperatura 7°C. ¿Cuál será su presión si el volumen se convierte en 24 litros al pasar la temperatura a 27°C.?. *R.* 2.14 atm.

14. Un gas cuyo volumen es 300 cm^3, su presión es 80 cm. de Hg., y su temperatura —13°C. se dilata 200 cm^3 cuando su temperatura se eleva 24°C. Calcular la variación de presión. *R.* 27.56 cm. de Hg.

15. Se tienen 500 cm^3 de oxígeno en condiciones normales. Si la presión se hace igual a 100 cm. de Hg., ¿cuál debe ser la temperatura para que el volumen sea 600 cm^3? *R.* 158.1°C.

16. Un gas ocupa 20 litros a 70 cm. de Hg. y 17°C. Calcular la variación de temperatura si el volumen se reduce a 5 litros y la presión se duplica. *R.* —128°C.

17. Una masa de hidrógeno ocupa 60 cm^3 en determinadas condiciones. Si su presión se triplica y su temperatura absoluta se duplica, ¿cuál es su nuevo volumen? *R.* 40 cm^3.

18. Un gas se encuentra a 27 °C. Si su volumen disminuye en un 40% y su presión se reduce a la quinta parte, calcular su variación de temperatura. *R.* 264°.

19. Calcular la energía cinética media de las moléculas de un gas a (*1*) 80°K (*2*) 37°C, (*3*) 1.000°C. *R.* 1.64×10^{-14} ergs.

20. Calcular la velocidad media cuadrática de las moléculas de hidrógeno a las temperaturas anteriores si la masa de un átomo de hidrógeno es 1.7×10^{-24} g.

capítulo 24 Cambios de estado

1. CAMBIOS DE ESTADO

El *estado de un cuerpo* es el conjunto de propiedades que posee en un momento dado. Los posibles estados de un cuerpo caen dentro de tres grupos generales: *sólido, líquido* y *gaseoso.* Estudiaremos ahora los fenómenos que ocurren cuando un cuerpo pasa de un estado a otro, o sea cuando experimenta un cambio de estado. Los cambios de estado reciben las denominaciones siguientes:

1) *Fusión:* paso del estado sólido al líquido.

2) *Solidificación:* paso del estado líquido al sólido.

3) *Vaporización:* paso del estado líquido al gaseoso.

4) *Licuefacción:* paso del estado gaseoso al líquido.

5) *Sublimación:* paso del estado sólido al gaseoso.

6) *Sublimación regresiva:* paso del estado gaseoso al sólido.

Los cambios de estado 1, 3 y 5 se llaman *progresivos* y los 2, 4 y 6 *regresivos.*

El cambio de estado es un fenómeno de carácter estrictamente molecular ya que un estado difiere de otro sólo por las circunstancias de agregación de las moléculas. Para que un cuerpo experimente un cambio progresivo, es necesario suministrarle cierta cantidad de energía en forma de calor para aumentar la energía de las moléculas del cuerpo. En los cambios regresivos, el cuerpo desprende cierta cantidad de energía calorífica debido a la disminución de la energía de sus moléculas.

2. FUSION

Es el paso de un cuerpo del estado sólido al estado líquido. El fenómeno de la fusión está regulado por las siguientes leyes:

1) *Todos los cuerpos sólidos tienen, para cada valor de la presión exterior, una temperatura fija a la cual se funden. Esta temperatura recibe el nombre de temperatura o punto de fusión.*

2) *Durante el fenómeno de la fusión el cuerpo absorbe cierta cantidad de calor, que depende de su masa.*

3) *Durante la fusión, la temperatura del cuerpo permanece fija.*

La temperatura de fusión a cada presión es por tanto, la temperatura a la cual un sólido está en equilibrio con su líquido a esa presión.

Estas tres leyes, resultado de la experiencia, tienen una explicación muy simple en la teoría molecular. En efecto, sabemos que la energía de las moléculas de un cuerpo aumenta con su temperatura. Por otra parte las moléculas que se encuentran en la superficie de un sólido se hallan en condiciones distintas de las situadas en el interior. Por consiguiente, al calentar un cuerpo, aumentando su temperatura, llega un momento tal que la energía de las moléculas situadas en la superficie es suficiente para vencer las atracciones debidas a las moléculas restantes del sólido, con lo que dichas moléculas superficiales se separan del resto pasando al estado líquido. Con ello la superficie queda compuesta por un nuevo grupo de moléculas que inmediatamente experimentan el mismo fenómeno continuándose el proceso hasta que todo el cuerpo se ha fundido, si se suministra la energía suficiente.

Se comprende pues que el fenómeno *de la fusión es estrictamente superficial y la temperatura de fusión es aquella a la cual las moléculas situadas en la superficie poseen la energía suficiente para separarse del sólido.* Como la energía de las moléculas depende de la temperatura en una forma bien determinada, queda explicado por qué los sólidos cristalinos tienen una temperatura de fusión fija.

Por otra parte, para efectuar esta separación, las moléculas tienen que realizar un trabajo contra las fuerzas atractivas que las retienen y contra la presión exterior ejercida sobre el sólido. Este trabajo se hace a expensas de la energía calorífica recibida. Se comprende así por qué es necesario suministrar cierta cantidad de energía calorífica al cuerpo para fundirlo y por qué la temperatura permanece fija ya que toda la energía calorífica suministrada a esa temperatura se emplea en realizar el citado trabajo y no se almacena como energía molecular aumentando la temperatura del cuerpo.

En los sólidos *amorfos* por el contrario, no existe una temperatura de fusión determinada sino que a partir de cierta temperatura, no muy definida, el cuerpo se va reblandeciendo *en toda su masa*, volviéndose pastoso hasta que por fin se liquida totalmente. Este fenómeno se puede observar en el vidrio, la cera, la cola, el plomo amorfo, etc.

3. SOLIDIFICACION

Es el paso de un cuerpo del estado líquido al estado sólido y es por consiguiente, el cambio inverso a la fusión. Obedece a leyes análogas a las de la fusión:

1) *Todos los cuerpos tienen, para cada presión, una temperatura fija a la cual se solidifican. La temperatura de solidificación es siempre igual a la temperatura de fusión en igualdad de circunstancias.*

2) *Durante el fenómeno de la solidificación el cuerpo desprende cierta cantidad de calor, que es igual a la que absorbe al fundirse.*

3) *Durante la solidificación la temperatura permanece fija.*

En algunas ocasiones se presenta el fenómeno de la *sobrefusión*, que consiste en que un cuerpo permanece en estado líquido a temperaturas inferiores a su punto de solidificación. Se dice entonces que el líquido está *sobrefundido*. Para que un líquido experimente la sobrefusión es necesario que mientras su temperatura desciende no esté sometido a ningún movimiento o vibración de modo que toda la masa del líquido se encuentre en reposo.

Por ejemplo, con gran cuidado puede lograrse que el agua permanezca en estado líquido a —3° C. o —4° C. y aún a —20° C. Sin embargo, basta que se agite un líquido sobrefundido para que inmediatamente sobrevenga una rápida solidificación.

4. INFLUENCIA DE LAS SUBSTANCIAS DISUELTAS

En general, las substancias disueltas hacen *descender* la temperatura de fusión de modo que la solución se solidifica a una temperatura inferior a la correspondiente al líquido puro. Por ejemplo, una solución saturada de sal común (ClNa) en agua se solidifica a —2° C., en lugar de hacerlo a 0° C. como corresponde al agua pura.

5. VARIACION DE VOLUMEN EN LA FUSION

Todas las substancias al fundirse experimentan un cambio de volumen ya dilatándose, ya contrayéndose. *En la mayoría de los casos, las substancias se dilatan al fundirse y por consiguiente se contraen al solidificarse.*

Sin embargo, *algunas substancias tales como el agua, se contraen al fundirse y se dilatan al solidificarse.*

Por ejemplo, un gramo de hielo ocupa un volumen de 1.0908 cm.³ a 0°C. y un gramo de agua (líquida), ocupa 1.0001 cm.³ a la misma temperatura de modo que el agua experimenta una contracción de 0.0907 cm.³ por gramo al fundirse y una dilatación equivalente al solidificarse. Este aumento de volumen del agua fue hecho patente por Huygens, quien logró reventar un cañón lleno de agua y cerrado herméticamente con sólo congelar el agua contenida en su interior. También se contraen al fundirse algunas soluciones acuosas, el antimonio y el bismuto y sus aleaciones, etc. La leche también posee la misma propiedad que puede observarse colocando en el congelador de un refrigerador una botella llena de leche: cuando ésta se ha solidificado emerge de la botella una porción de leche sólida indicándonos que ocupa un volumen mayor que en estado líquido.

La dilatación en la solidificación se emplea con éxito en la preparación de piezas en relieve mediante moldes, ya que al derramarse el líquido fundido sobre el molde y solidificarse, ajusta más íntimamente con éste adquiriendo la forma deseada con más nitidez. El metal empleado en la preparación de tipos de imprenta es una aleación de plomo, antimonio y cobre que se dilata al solidificarse. Por el contrario, las monedas de oro y plata deben estamparse porque estos metales se contraen al solidificarse.

6. INFLUENCIA DE LA PRESION EN LA FUSION

La temperatura de fusión de un sólido depende de la presión exterior aunque la variación de dicha temperatura es insignificante en la mayoría de los casos. *Cuando la substancia se dilata al fundirse, todo aumento de presión eleva el punto de fusión.*

La razón es la siguiente: en estos casos el cuerpo al fundirse realiza un trabajo contra la presión aplicada ya que se dilata. Luego si esta presión se aumenta, las moléculas deben adquirir una energía mayor para que se verifique el fenómeno de la fusión. Por ejemplo, a la presión atmosférica la parafina se funde a 46.6°C., pero ejerciendo presiones de 100 atmósferas se logra retardar la fusión hasta 49.9°C.

Por otra parte, *cuando la substancia se contrae al fundirse, todo aumento de presión hace descender el punto de fusión,* puesto que entonces al aumentar la presión favorece la tendencia de las moléculas a formar un grupo más próximo. El agua cae dentro de este grupo y un aumento de presión igual a 1 atmósfera desciende el punto de fusión 0.0075°C., de modo que bajo una presión de 1,000 atm. el agua se fundiría a —7.5°C., propie-

dad que ha sido verificada experimentalmente. Esta propiedad se hace patente mediante experiencias muy simples.

Por ejemplo, pasando por encima de un bloque de hielo (fig. 1), un alambre fino con dos cuerpos pesados suspendidos en sus extremos, se ve que el alambre atraviesa el bloque sin cortarlo, ya que al aumentar la presión, la parte del hielo que ha sido comprimida se funde, pues su punto de fusión ha descendido. Tan pronto como la presión recupera su valor normal, como ocurre cuando el alambre va atravesando el bloque de hielo, el agua que se había fundido se solidifica nuevamente por encontrarse aún a 0° C.

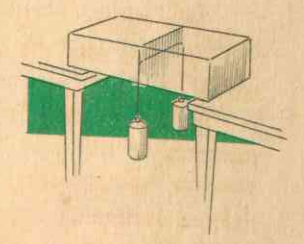


Fig. 1

7. CALOR DE FUSION

Es la cantidad de calor que hay que darle a la unidad de masa de un cuerpo en estado sólido y a la temperatura de fusión para que pase al estado líquido. Por supuesto que cuando se solidifica la unidad de masa del cuerpo, éste *desprende* una cantidad de calor igual a su calor de fusión. Si L es el calor de fusión de un cuerpo, la cantidad de calor necesaria para fundir una masa M del mismo es:

$$Q = ML \qquad (1)$$

El calor de fusión se expresa en cal./gm.

Constantes de los cambios de estado

Cuerpo	*Temp. de Fusión* (°C)	*Calor de Fusión* (cal./g.)	*Temp. de Ebullición* (°C)	*Calor de Vaporización* (cal./g.)
Agua*	0	79.71	100	539.55
Aluminio	659.7	76.8	1,800	....
Argón	—189.2	6.71	—185.7	37.6
Cobre	1,083	42	2,300	....
Hidrógeno	—259.14	14.0	—252.7	108
Mercurio	—38.8	2.82	356.9	65
Nitrógeno	—209.86	6.09	—195.8	47.6
Alcohol (etil)	—130	....	78.3	208

* En los ejercicios prácticos tómese 80 cal./gm. y 540 cal./gm. respectivamente.

8. VAPORIZACION

Es el paso de un cuerpo del estado líquido al estado gaseoso. Esta transformación puede verificarse sólo en la superficie del líquido, en cuyo caso se llama también *evaporación*, y puede además, producirse en el interior del líquido llamándose entonces *ebullición*.

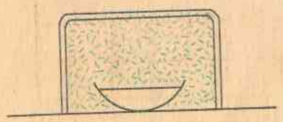


Fig. 2.

Supongamos que tenemos un recipiente con un líquido y cubierto por una campana de cristal (fig. 2). Admitiendo por el momento que no hay ningún gas encima del líquido, las moléculas más veloces del líquido al llegar a la superficie libre la atraviesan venciendo las fuerzas atractivas de las otras moléculas, pasando al espacio circundante. Si este espacio es muy grande las moléculas, ya en estado gaseoso, quedarán muy separadas y continuamente se desprenderán del líquido más y más moléculas hasta que todo el líquido se ha vaporizado, lo cual se produce en un tiempo relativamente pequeño.

Sin embargo, si el espacio no es muy grande, a medida que va progresando la evaporación, la cantidad de moléculas encima de la superficie del líquido es tal que gran número de ellas vuelven a caer sobre el líquido a causa de sus choques con otras moléculas hasta que llega un momento que el número de moléculas que se evaporan es igual al número de moléculas que se condensan, ocurriendo un equilibrio estadístico, cesando aparentemente la vaporización. El espacio encima del líquido está en ese momento saturado de vapor.

Un VAPOR SATURANTE *es el que está en equilibrio con su líquido.* En caso contrario, como al principio del experimento que estamos describiendo, se llama *no saturante. La presión de un vapor saturante recibe el nombre de* PRESION MAXIMA ya que es la mayor presión que puede ejercer un vapor de ese líquido a la temperatura que se considere.

Algunos líquidos llamados *fijos*, tales como el mercurio y el aceite, poseen presiones máximas extremadamente pequeñas a casi todas las temperaturas, razón por la cual aparentemente no se vaporizan ya que bastan cantidades imperceptibles de estas substancias para saturar un espacio bastante grande. Por esta razón el mercurio y el aceite se emplean con éxito en las máquinas neumáticas para producir bajas presiones.

Por el contrario los *líquidos volátiles*, tales como el éter o la acetona, son aquellos que a la temperatura ambiente poseen una presión máxima grande, siendo difícil que saturen el espacio que los rodea, vaporizándose por ello rápidamente.

9. LEYES DE LOS VAPORES SATURANTES

Estas leyes son las siguientes:

1) *La presión máxima de un vapor saturante es independiente del volumen, pero aumenta con la temperatura.*

2) *La densidad de un vapor saturante depende sólo de la temperatura.*

3) *La presión máxima de un vapor saturante disminuye cuando en el líquido hay substancias disueltas.*

La variación de la presión máxima del vapor de agua con la temperatura se ha representado en la fig. 3. Este gráfico se llama curva de vaporización.

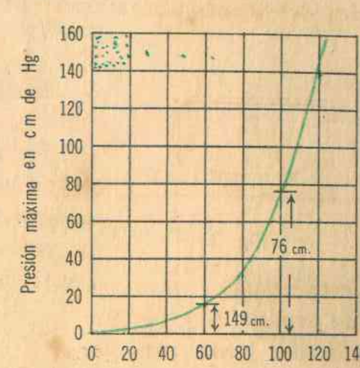


Fig. 3. Curva de vaporización del agua.

10. CALOR DE VAPORIZACION

Durante la vaporización, el líquido absorbe cierta cantidad de calor. El *calor de vaporización* a una temperatura dada es la cantidad de calor absorbida por la unidad de masa de un líquido al vaporizarse a esa temperatura.

Si L es el calor de vaporización de un líquido, el calor absorbido al vaporizarse la masa M es:

$$Q = ML \tag{2}$$

El calor de vaporización del agua a 100°C. es igual a 540 cal./gm.

Cuando un vapor se condensa desprende el mismo calor que absorbió al vaporizarse.

Si el calor de vaporización no se suministra directamente al líquido al vaporizarse, éste lo toma de los cuerpos que lo rodean, produciendo en ellos un enfriamiento más o menos notable según la velocidad de evaporación. Por ejemplo, una gota de éter colocada sobre la mano produce una intensa sensación de frío que se acentúa si se facilita la evaporación produciendo una corriente de aire con un abanico. Por esta misma razón es peligroso permanecer con ropas mojadas, a causa del enfriamiento producido por el agua al evaporarse. El peligro disminuye o desaparece si se permanece bajo el sol porque entonces el calor recibido compensa el perdido a causa de la evaporación.

11. EBULLICION

Es el fenómeno de la vaporización cuando se produce no sólo en la superficie libre del líquido sino además, en el interior del mismo, como lo indican las burbujas de vapor que se forman en la masa del líquido y ascienden hacia la superficie libre de acuerdo con el principio de Arquímedes.

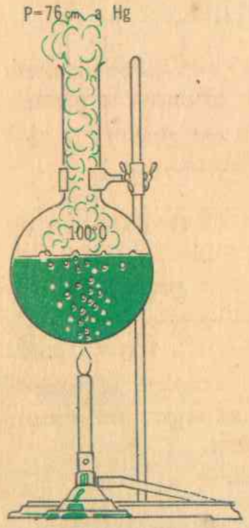


Fig. 4. Ebullición por aumento de temperatura.

Las leyes de la ebullición son las siguientes:

1) *Para que se produzca la ebullición es necesario que la presión exterior sea igual a la presión máxima del vapor de líquido,* ya que si fuera mayor no podría subsistir ninguna burbuja de vapor porque se condensaría instantáneamente.

2) *La ebullición ocurre siempre a una temperatura determinada, que es aquella a la cual la presión exterior es igual a la presión máxima del vapor.* Esta temperatura recibe el nombre de *temperatura de ebullición.* La relación entre las temperaturas de ebullición del agua y las presiones exteriores viene dada por la misma curva de la figura 4 que representa la variación de la presión máxima del vapor de agua con la temperatura.

3) *Durante la ebullición la temperatura permanece constante.*

4) *Durante la ebullición el líquido absorbe una cantidad de calor, que depende de su masa.*

Para producir la ebullición de un líquido pueden seguirse dos procedimientos: a) *aumentar la temperatura* del líquido hasta que la presión máxima de su vapor sea igual a la presión exterior; b) *disminuir la presión* exterior hasta que sea igual a la presión máxima del vapor a la temperatura del líquido.

Supongamos por ejemplo, que tenemos una vasija con agua a 60° C. cuando la presión atmosférica es 760 mm. de Hg. Para hacer hervir el agua en estas condiciones, podemos elevar la temperatura del agua a 100° C. (fig. 4), porque a esta temperatura la presión máxima del vapor de agua es 760 mm. de Hg., (fig. 3). Pero también podemos colocar la vasija debajo de la campana de una máquina neumática y disminuir la presión hasta 149 mm. de Hg., que es la presión máxima del vapor de agua a 60° C.

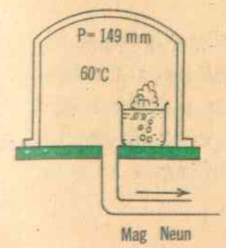


Fig. 5. Ebullición por disminución de presión.

Tan pronto se alcanza esa presión el agua comienza a hervir (figura 5 y figura 3).

12. INFLUENCIA DE LA PRESION EN LA EBULLICION

La temperatura de ebullición de un líquido aumenta con la presión atmosférica porque entonces la presión máxima del vapor saturante debe ser mayor, lo que requiere un aumento de la temperatura.

Por ejemplo, si tenemos agua en ebullición en un balón cuya embocadura se ha cerrado por medio de unas pinzas (fig. 6), de modo que la presión sea superior a la atmosférica al no poderse escapar el vapor producido, el termómetro indica que la temperatura del vapor es superior a 100° C. Análogamente una reducción de la presión atmosférica disminuye la temperatura de ebullición. Por ejemplo, en lugares altos donde la presión atmosférica es inferior a 760 mm. de Hg. el agua hierve a temperaturas inferiores a 100° C.: en Quito (Ecuador) lo hace a los 90° C. y en el Monte Blanco a los 84° C.

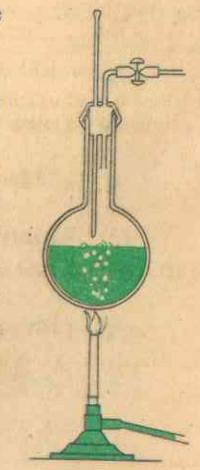


Fig. 6.

Una aplicación de esta propiedad son las *autoclaves* (fig. 7), empleadas para hacer hervir los líquidos, especialmente el agua, a temperaturas superiores a la de ebullición a la presión normal. Consisten en un recipiente metálico que puede cerrarse herméticamente, con lo que al calentar el líquido contenido en su interior se produce el mismo efecto ilustrado en la figura 6. Llevan además un manómetro *M*, una válvula de seguridad *V* que permite la salida de los vapores cuando la presión se eleva demasiado, y una llave *L* para dejar escapar los vapores cuando convenga. Se usan en los lugares montañosos para cocinar los alimentos y en los lugares donde la presión es normal, para que se cocinen más rápidamente en las llamadas "ollas de presión". También se emplean en cirugía para esterilizar el instrumental, pues para destruir ciertos gérmenes se requieren temperaturas superiores a 100° C., e industrialmente para extraer la gelatina de los huevos y para la esterilización final de las frutas y vegetales en conserva.

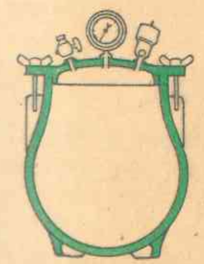


Fig. 7. Marmita o autoclave.

13. INFLUENCIA DE LAS SUBSTANCIAS DISUELTAS

Podemos decir que en general, *los gases disueltos facilitan la ebullición* porque ayudan a la formación de burbujas de vapor. El agua contiene siempre cierta cantidad de aire en solución, el cual comienza a desprenderse del líquido aun antes de que hierva. Al alcanzarse la temperatura de ebullición, las burbujas gaseosas facilitan la vaporización del agua al crear superficies libres en el interior del líquido.

Por otra parte, *las sales y otras substancias no gaseosas disueltas elevan el punto de ebullición.* Por ejemplo, una solución acuosa de sal común saturada hierve a 108°C. a la presión normal. Esto se debe a que dichas substancias elevan la presión máxima del vapor.

Ejemplo 1: Calcular la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 150 gm. de hielo de —10°C. hasta 120°C. suponiendo la presión igual a la atmosférica.

El problema se divide en 5 partes:

1) Calor absorbido por el hielo al elevar su temperatura de —10°C. a 0°C. Como el calor específico del hielo es 0.50 cal./gm.°C., resulta:

$$Q_1 = 150 \text{ gm.} \times 0.50 \text{ cal./gm.°C.} \times [0 - (-10)] = 750 \text{ cal.}$$

2) Calor necesario para fundir el hielo:

$$Q_2 = ML_f = 150 \text{ gm.} \times 80 \text{ cal./gm.} = 12{,}000 \text{ cal.}$$

3) Calor necesario para elevar la temperatura del agua de 0°C. a 100°C. (*c. e.* = 1 cal./gm°C.):

$$Q_3 = 150 \text{ gm.} \times 1 \text{ cal./gm.°C.} \times (100 - 0) = 15{,}000 \text{ cal.}$$

4) Calor necesario para vaporizar el agua:

$$Q_4 = ML_v = 150 \text{ gm.} \times 540 \text{ cal./gm.} = 81{,}000 \text{ cal.}$$

5) Calor necesario para elevar la temperatura del vapor de agua de 100°C. a 120°C. a presión constante. Como $c_p = 0.4820$ cal./gm.°C. para el vapor de agua,

$$Q_5 = 150 \text{ gm.} \times 0.482 \text{ cal./gm.°C.} \times (120 - 100) = 1{,}446 \text{ cal.}$$

Luego:

$$\text{calor total} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 = 110{,}196 \text{ cal.}$$

14. LICUEFACCION

Es el paso de un cuerpo del estado gaseoso al estado líquido. Para lograr la licuefacción de un gas, puede disminuírse su temperatura, aumentar la presión o ambas cosas a la vez, que son las condiciones contrarias a las exigidas para la vaporización.

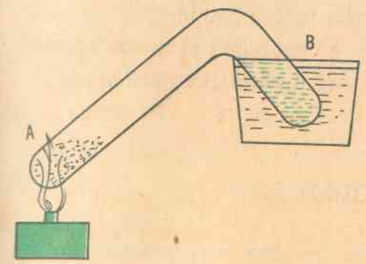


Fig. 8.

Uno de los primeros en licuar varios gases por diversos procedimientos, todos muy sencillos, fue el físico inglés Miguel Faraday (1791-1867). Uno de sus métodos, por ejemplo, consistía en depositar en el extremo *A* del tubo doblado de la figura 8 un compuesto químico del cual se desprendía el gas al elevarse la temperatura. Al irse acumulando los vapores en el extremo *B* que se mantenía sumergido en una mezcla frigorífica, el aumento de presión acompañado del descenso de temperatura hacía que el espacio se saturara de vapor provocando su condensación o licuefacción. En esta forma logró Faraday liquidar el cloro, el anhídrido carbónico, el amoníaco y muchos otros cuerpos que en su época sólo se conocían en estado gaseoso. Por ejemplo, para liquidar el anhídrido carbónico basta con colocar en *A* bicarbonato de sodio.

15. TEMPERATURA CRITICA

Para cada gas hay una temperatura, llamada TEMPERATURA CRITICA, *por encima de la cual es imposible licuarlo por compresión solamente.* De ella se deduce que para poder licuar un gas, es necesario que su temperatura sea inferior a la crítica.

Por ejemplo, el dióxido de carbono se puede licuar por compresión solamente cuando la temperatura es inferior a 31°C., que es por tanto, la temperatura crítica del dióxido de carbono.

Un cuerpo en estado gaseoso se llama *gas* si su temperatura es superior a la crítica, y *vapor* si su temperatura es inferior a la crítica. La temperatura crítica del agua es 374°C.

El calor de vaporización de los cuerpos disminuye al aumentar la temperatura y se hace cero a la temperatura crítica, de modo que a esta temperatura los cuerpos se vaporizan sin absorción de calor.

Cuando un cuerpo se encuentra a su temperatura crítica hay una presión mínima, llamada *presión crítica*, por debajo de la cual no se licúa. El volumen de la unidad de masa y la densidad cuando la presión y la temperatura tienen sus valores críticos se llaman *volumen y densidad críticos* y el estado correspondiente se llama *punto crítico.*

La temperatura crítica puede justificarse mediante la teoría cinética. En efecto, si la temperatura de un gas es elevada, sus moléculas tienen mucha energía. Entonces aunque se comprima el gas y las moléculas queden muy próximas, las fuerzas intermoleculares son insuficientes para mantenerlas a distancias fijas como en los líquidos y el cuerpo permanece en estado gaseoso.

16. PRODUCCION DE BAJAS TEMPERATURAS

La producción de bajas temperaturas es de gran importancia tanto práctica como científicamente, en la refrigeración, en la licuefacción de los gases, en la purificación de substancias como el cloroformo, etc. Todos los procedimientos empleados en la producción de bajas temperaturas consisten esencialmente en la vaporización de una substancia o la expansión de un gas en contacto con el cuerpo que se desea enfriar. Al vaporizarse o expansionarse según el caso, absorbe calor del cuerpo disminuyendo su temperatura. Los vapores son recogidos en otro lugar y licuados o los gases comprimidos nuevamente desprendiendo el calor absorbido. El proceso o ciclo se repite continuamente.

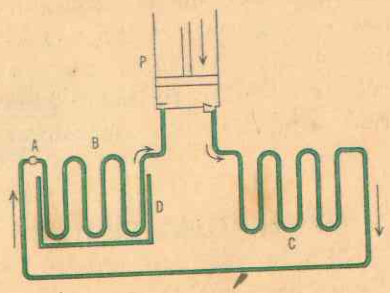


Fig. 9. Fabricación del hielo. Cuando el émbolo *P* desciende, comprime amoníaco en *C* licuándolo. Al pasar por la válvula de expansión y subir el émbolo, el amoníaco se vaporiza en *B*, enfriando el agua en *D*, hasta solidificarla.

17. SUBLIMACION

Es el paso de una substancia directamente del estado sólido al estado gaseoso. La transformación inversa o paso del estado gaseoso al sólido se llama *sublimación regresiva*. El iodo a la presión ordinaria se sublima, como puede observarse, calentándolo: rápidamente se desprenden vapores violáceos que pueden condensarse en estado sólido sobre cualquier superficie fresca. La nieve carbónica o anhídrido carbónico sólido empleado en la conservación y transporte de helados, también se sublima a la presión ordinaria desprendiendo vapores blancos muy semejantes al vapor de agua. Otros cuerpos que se volatilizan a la presión ordinaria son el alcanfor, el ácido benzoico y la naftalina. Los sólidos sublimables se distinguen por el olor penetrante que producen a causa de los vapores que emiten.

El mecanismo de sublimación es semejante al de evaporación y se debe al escape de las moléculas en la superficie del sólido. Si el sólido está en un recinto cerrado, se produce un equilibrio entre el sólido y el vapor, cesando la sublimación, cuando la presión del vapor alcanza un valor que es característico para cada temperatura y siempre mucho menor que la presión de equilibrio entre un líquido y su vapor.

El *calor de sublimación*, a una temperatura dada, es la cantidad de calor absorbida por la unidad de masa del sólido al sublimarse a esa temperatura.

18. CURVAS DE EQUILIBRIO

La relación entre la presión y la temperatura durante los cambios de estado se pueden expresar gráficamente mediante las *curvas de equilibrio.*

En este diagrama (fig. 10), la temperatura se indica en el eje de las abscisas y la presión en el eje de las ordenadas. Si señalamos las temperaturas de equilibrio de un sólido y su líquido a diversas presiones, resulta una curva *TB* que se llama *curva de fusión*. A la izquierda de *TB* la substancia sólo puede estar en estado sólido y a la derecha en estado líquido.

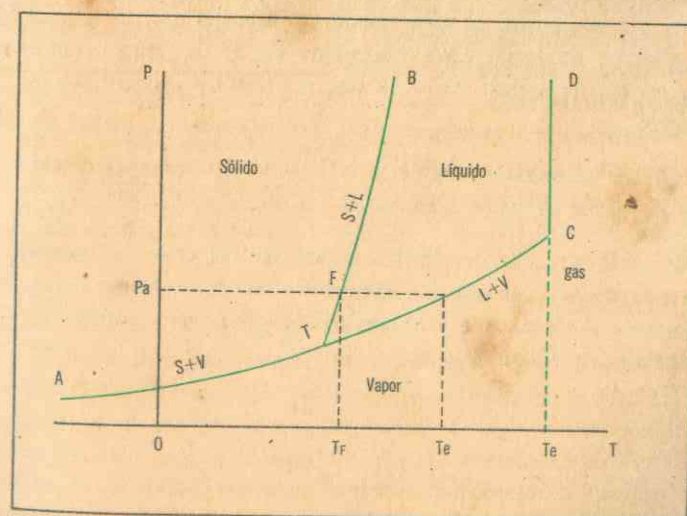


Fig. 10.

Análogamente, *la curva de vaporización TC* señala las presiones y temperaturas a las cuales un líquido está en equilibrio con su vapor y la *curva de sublimación* corresponde a los estados de equilibrio de un sólido con su vapor. En las regiones intermedias, la substancia sólo se encuentra en un estado, tal como se ha indicado.

Las tres curvas se cortan en un punto T, llamado *punto triple* que es la única combinación de presión y temperatura a la cual la substancia puede coexistir en sus tres estados, sólido, líquido y vapor.

La curva de vaporización termina en el punto C, llamado *punto crítico*, que corresponde a la temperatura y presión críticas. Se continúa en la recta CD porque para temperaturas superiores a la crítica la substancia sólo está en estado gaseoso cualquiera que sea la presión.

Si trazamos una línea horizontal correspondiente a la presión exterior o atmosférica P_a, su intersección F con la curva de fusión t_f, y su intersección E con la curva de vaporización nos determina la temperatura de ebullición t_e. Evidentemente, si la presión correspondiente a T es mayor que P_a, el cuerpo se sublima al calentarlo.

19. HUMEDAD DE LA ATMOSFERA

Como ya se ha explicado, el aire es una mezcla de oxígeno, nitrógeno, argón, anhídrido carbónico, hidrógeno y otros gases en proporciones bien definidas. Sin embargo, el aire puede, además, contener una cantidad *variable* de vapor de agua. La cantidad de vapor de agua presente en la atmósfera en un momento dado es un factor muy importante en el estado del tiempo.

Se llama HUMEDAD ABSOLUTA O ESTADO HIGROMETRICO ABSOLUTO *a la cantidad de vapor de agua presente en un metro cúbico de aire.*

Por otra parte, se denomina HUMEDAD RELATIVA O ESTADO HIGROMETRICO RELATIVO (e) *a la relación entre la masa* (m) *de vapor de agua presente en un volumen dado de aire y la masa* (m$_s$) *que habría, si dicho volumen estuviera saturado de vapor.* O sea:

$$e = \frac{m}{m_s} \tag{3}$$

El concepto de humedad relativa es más importante que el de humedad absoluta. Si p es la presión parcial debida al vapor de agua y p_s es la presión

parcial que ejercería el vapor si el aire estuviera saturado de vapor, la definición anterior de estado higrométrico relativo es equivalente a:

$$e = \frac{p}{p_s} \tag{4}$$

ya que la presión es proporcional al número de moléculas en la unidad de volumen.

Frecuentemente se expresa la humedad relativa en forma de por ciento, resultando:

$$e = 100\,\frac{m}{m_s}\,\% = 100\frac{p}{p_s}\% \tag{5}$$

El estado higrométrico relativo es un factor importante. Un estado higrométrico relativo próximo a 100% indica que la atmósfera está casi saturada y la evaporación de cuerpos húmedos es muy lenta. Por otra parte un estado higrométrico relativo próximo a cero indica que la atmósfera está seca y la evaporación se hace con gran rapidez. Por eso una ropa humedecida y tendida en el interior de una habitación se seca más rápidamente cuando la atmósfera está seca que cuando está húmeda.

Además, en el verano es más conveniente un estado higrométrico bajo y en el invierno uno alto, porque en el primer caso el sudor se evapora rápidamente y el calor absorbido durante la vaporización nos mantiene fresca la piel, mientras que en el segundo caso al dificultarse la evaporación los poros se cierran y no hay pérdida de calor en el cuerpo. En general, para que el clima sea saludable, el estado higrométrico debe conservarse entre 45% y 60%.

Para la conservación de frutas, vegetales, carnes, etc., se requieren una temperatura y un grado de humedad bien determinados. Otro tanto ocurre con la manufactura de determinados productos tales como en la industria del algodón. Igualmente los teatros y establecimientos donde se congregan muchas personas, requieren gran ventilación. En las oficinas y cuartos de estudio donde es necesario una intensa concentración mental deben también suministrarse las mayores comodidades posibles. Todo esto ha conducido al diseño de procedimientos por los cuales pueden controlarse la humedad y la temperatura de un recinto determinado. El aire, regulado en esta forma y debidamente purificado recibe el nombre de *aire acondicionado*.

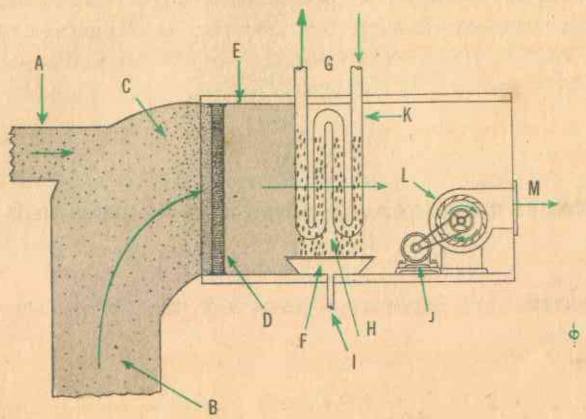


Fig. 11. Unidad de aire acondicionado: A y B, entrada de aire; C, aire húmedo y sucio; D, filtro para el polvo; E, aire húmedo y limpio; F, vasija para recoger el agua condensada; G y K, tubos refrigerantes; H, gotas de agua extraídas del aire húmedo; I, drenaje; J, motor; L, ventilador; M, aire seco y limpio.

Ejemplo: 1. En una habitación, cuyas dimensiones son 3 m., 4 m., y 2.5 m. existe una temperatura de 20°C. y un estado higrométrico de 40%. Si la densidad del vapor de agua saturante a esta temperatura es 17.3 gm./m.³, calcular la masa total de vapor de agua en la habitación.

$$e = 40\% = 0.40$$

Luego si m y m_s designan las masas de vapor de agua en 1 m.³ de aire en las condiciones anteriores, $m_s = 17.3$ gm./m.³. Por tanto:

$$e = \frac{m}{m_s} \quad \therefore \quad m = m_s e = 17.3 \frac{\text{gm.}}{\text{m}^3} \times 0.4 = 6.93 \frac{\text{gm.}}{\text{m}^3}.$$

Como el volumen de la habitación es:

$$V = 3 \text{ m.} \times 12 \text{ m.} \times 2.5 \text{ m.} = 90. \text{ m.}^3$$

la masa de vapor de agua será:

$$M = mV = 6.93 \frac{\text{gm.}}{\text{m.}^3} \times 90 \text{ m.}^3 = 623.7 \text{ gm.}$$

PREGUNTAS

1. Indique brevemente mediante un gráfico la variación de temperatura en la fusión.
2. ¿En qué se emplea la energía calorífica suministrada durante un cambio de estado?
3. ¿En qué se diferencia la evaporación de la ebullición?
4. Señale dos métodos posibles para producir la ebullición de un líquido.
5. Señale la diferencia entre un vapor y un gas.
6. ¿Por qué un vaso conteniendo agua fría se humedece exteriormente?
7. ¿Por qué un líquido volátil tal como el éter se vaporiza rápidamente en un pomo destapado, pero se conserva si se tapa el pomo?
8. Bajo una campana neumática se colocan dos recipientes: uno conteniendo agua destilada y el otro una solución salina. Explique el fenómeno que ocurrirá.

PROBLEMAS

A

Calor específico del hielo: 0.50; del vapor de agua: 0.48

1. Calcular la cantidad de calor necesaria para fundir (*a*) 30 gm. de hielo, (*b*) 200 gm. de aluminio, (*c*) 50 gm. de hidrógeno, si estas substancias se encuentran a sus respectivas temperaturas de fusión. *R.* 2,400 cal., 15,360 cal., 700 cal.
2. Calcular la cantidad de calor necesaria para fundir 60 gm. de hielo a —4°C. *R.* 4,920 cal.
3. Calcular la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 100 gm. de hielo de —10°C. a 20°C. *R.* 10,500 cal.
4. Calcular el calor de fusión de una substancia si para fundir 135 gm. de la misma hacen falta 2,800 calorías. *R.* 20.7 cal./gm.
5. ¿Qué masa de hielo a 0°C. puede fundirse con 658 calorías. *R.* 8.225 gm.
6. El hielo a la presión normal se funde a 0°C. ¿A qué temperatura se fundirá si la presión se eleva a 8 atm.? Se sabe que su punto de fusión desciende 0.0075° C. por cada aumento de 1 atm. en la presión. *R.* —0.0525°C.

7. Calcular el calor necesario para vaporizar (*a*) 200 gm. de agua, (*b*) 400 gm. de mercurio a 356.9° C., si estas substancias se encuentran a sus respectivas temperaturas de ebullición. *R.* 108,000 cal., 26,000 cal.

8. Calcular la cantidad de calor necesaria para vaporizar 100 gm. de agua a 20° C. *R.* 62,000 cal.

9. Se tienen 250 gm. de Hg. sólido a —38.8° C. Calcular el calor necesario para elevar su temperatura a 20° C., si la temperatura de fusión del Hg. es —38.8° C. *R.* 1,190.8 cal.

10. ¿Qué cantidad de calor se necesita para transformar 300 gm. de agua a 30° C. en vapor a 120° C.? *R.* 166,980 cal.

11. Calcular la cantidad de calor requerido para transformar 150 gm. de hielo a —20° C. en vapor a 150° C. *R.* 113,115 cal.

12. Examinando la curva de vaporización del agua (fig. 4), indique a qué temperatura hierve el agua si la presión es de (*a*) 70 cm., (*b*) 40 cm., (*c*) 10 cm. de Hg. Señale también cuál es la presión si el agua hierve a (*a*) 60° C., (*b*) 20° C.

13. ¿Qué calor desprenden 50 kg. de agua a 30° C. si se congelan? *R.* 55,000 cal.

14. ¿Qué calor desprenden 2,500 gm. de vapor de agua a 150° C. si se condensan disminuyendo su temperatura hasta 40° C.? *R.* 1,560,250 cal.

15. Calcular la cantidad de calor necesario para fundir 200 gm. de cobre si la temperatura inicial es (*a*) 1,083° C., (*b*) 33° C. *R.* 8,400 cal., 28,140 cal.

B

16. Determinar la cantidad de vapor de agua a 100° C. que debe condensarse para justamente fundir 420 gm. de hielo. Resolver también el problema suponiendo que la temperatura final del hielo es de 20° C. Resolverlo además si el hielo inicialmente estaba a —10° C. y al final a 10° C. *R.* 62.2 gm., 77.7 gm., 73.9 gm.

17. Resolver los tres casos del problema anterior si el vapor de agua se encontraba inicialmente a 130° C. *R.* 69.6 gm.

18. Resolver los tres casos del problema 16 si el vapor se encontraba inicialmente a 130° C. y su temperatura final es 60° C. *R.* 56.5 gm.

19. En 100 gm. de agua a 50° C., se introducen 20 gm. de hielo a 0° C. Calcular la temperatura final. *R.* 28.3° C.

20. ¿Qué cantidad de agua a 90° C. debe añadirse a 100 gm. de hielo a 0° C. para fundirlo totalmente y que la temperatura final sea 5° C.? *R.* 100 gm.

21. Un vaso contiene 500 gm. de agua a 30° C. En el mismo se echan 300 gm. de hielo a 0° C. Calcular la temperatura final y la masa de hielo fundido. *R.* 0° C., 185 gm.

22. 100 gm. de vapor a 110° C. se condensan en 1,200 gm. de agua a 5° C. Calcular la temperatura final. *R.* 54.2° C.

23. En un calorímetro de cobre cuya masa es 230 gm. y contiene 400 gm. de agua a 20° C., se condensan 30 gm. de vapor a (1) 100° C., (2) 130° C. Calcular en cada caso la temperatura final.

24. ¿Qué masa de carbón hace falta para vaporizar totalmente 5,000 gm. de agua cuya temperatura inicial es 20° C.?

25. Un calorímetro de cobre (masa 200 gm.), contiene 400 gm. de agua a 45° C. Si se introducen 200 gm. de hielo, ¿cuál es la temperatura final? *R.* 5° C.

C

(Véase fig. 3)

26. La temperatura de rocío es de 15° C. Hallar el estado higrométrico. Temperatura de la atmósfera a 25° C. *R:* 53.4%.

27. En un día de verano la temperatura es de 25° C. y el punto de rocío 15° C. Si la temperatura disminuye a 0.6° C. por cada 100 m. de elevación, ¿a qué altura comenzarán a formarse las nubes? *R.* 1,666.6 m.

28. Las dimensiones de una habitación son 4.2 m., 5.3 m. y 3.0 m. Su temperatura. es de 20° C. ¿Qué masa de agua debe vaporizarse para aumentar la humedad relativa de 30% a 40%? *R.* 115.53 g.

29. En un lugar la temperatura es 30° C. y la humedad relativa es 20%. Hallar el punto de rocío. *R.* 5° C. aprox.

capítulo 25 Termodinámica

En este capítulo se emplea la letra W para designar el trabajo y la letra T para designar la temperatura absoluta.

1. EQUIVALENTE MECANICO DE LA CALORIA

Como *el calor es energía en tránsito*, una cantidad de calor puede expresarse en las unidades de energía introducidas en el Capítulo VII: *joules* en el sistema MKS, *ergs.* en el CGS y *libra-pies* en el inglés. Sin embargo, también vimos en el Capítulo XXII que en aquellos fenómenos en los que sólo hay un intercambio de energía calorífica entre varios cuerpos pueden tomarse como unidades convenientes la *caloría* (grande o pequeña) y la *B.T.U.* Como en numerosos fenómenos hay una transformación de energía calorífica en otras formas o viceversa, resulta indispensable conocer la relación entre la caloría o la B.T.U. y el joule, el erg. o la libra- pie.

Esta relación recibe el nombre de *equivalente mecánico de la caloría.*

O sea:

$$\text{equivalente mecánico de la caloría} = \frac{\text{energía expresada en joules}}{\text{energía expresada en calorías}} = J \frac{\text{joules}}{\text{caloría}} \qquad (1)$$

empleándose la letra J para designarlo. El valor aceptado actualmente es:

$$J = 4.185 \frac{\text{joules}}{\text{caloría}} = 4.185 \times 10^7 \frac{\text{ergs.}}{\text{caloría}} = 1{,}054.6 \frac{\text{joules}}{\text{B.T.U.}} = 777.9 \frac{\text{lb.-pie}}{\text{B.T.U.}}$$

de modo que:

$$1 \text{ caloría} = 4.185 \text{ joules} = 4.185 \times 10^7 \text{ ergs.} \qquad (2)$$

y por tanto:

$$1 \text{ joule} = \frac{1}{4.185} \text{ calorías} = 0.238 \text{ calorías.} \qquad (3)$$

2. DETERMINACION DEL EQUIVALENTE MECANICO

Numerosos procedimientos se han seguido para obtener esta importante relación. Todos consisten esencialmente en lo siguiente: sobre un sistema cualquiera se realiza un trabajo igual a W joules; dicho trabajo se emplea en aumentar la energía interna del cuerpo y por tanto, su temperatura. Se calcula después en calorías la cantidad de calor Q que haría falta para producir el mismo cambio de temperatura. Entonces,

$$J = \frac{W \text{ joules}}{Q \text{ calorías}} \qquad (4)$$

Un método empleado en 1845 por James Prescott Joule es el denominado usualmente *método de las paletas.* Joule introdujo agua en el interior de un recipiente provisto de unos salientes (fig. 1) y con un eje con unas paletas dispuestas de modo que al girar el eje no tropiecen con los salientes del recipiente. El objeto de todos estos obstáculos es producir el máximo de agitación y por consiguiente, el mínimo arrastre de agua por las paletas al girar el eje. El eje se pone en rotación mediante dos cuerpos, que se dejan caer desde cierta altura. La agitación del agua se traduce en un aumento de temperatura que resulta de la transformación del trabajo mecánico realizado por los cuerpos al caer, en energía interna del agua y recipiente. El experimento consiste en hacer caer los cuerpos varias veces y calcular el trabajo total W realizado; medir además la variación de temperatura del agua y, conociendo la capacidad calorífica del conjunto, calcular el calor Q, que produciría el mismo cambio de temperatura. Finalmente se aplica (4).

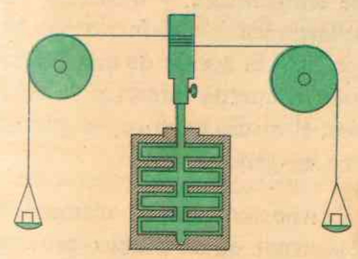


Fig. 1. Método de las paletas.

Ejemplo 1: Expresar en joules una cantidad de calor igual a 200 calorías.

$$Q = 200 \text{ calorías} = 200 \times 4.185 \text{ joules} = 8{,}370 \text{ joules.}$$

Ejemplo 2: Expresar en calorías una energía de 12 joules.

$$W = 12 \text{ joules} = 12 \times 0.238 \text{ cal.} = 2.856 \text{ cal.}$$

Ejemplo 3: Calcular lo que se elevará la temperatura de 20 gm. de agua si a los mismos se les comunica una energía igual a 13.48 joules.

Primeramente debemos calcular las calorías equivalentes a 13.48 joules. Teniendo en cuenta (4).

$$13.48 \text{ joules} = 13.48 \times 0.238 \text{ cal.} = 3.208 \text{ cal.}$$

Por consiguiente, todo ocurre como si le hubiéramos suministrado 3.208 cal. al agua. Por tanto, aplicando (4) del Cap. XXII.

$$Q = mc(t_2 - t_1) \therefore t_2 - t_1 = \frac{Q}{mc} = \frac{3.208 \text{ cal.}}{20 \text{ gm.} \times 1 \dfrac{\text{cal.}}{\text{gm.} \circ \text{C.}}} = 0.1604^\circ \text{ C.}$$

que nos da el aumento de temperatura.

3. PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA

La *termodinámica* tiene por objeto estudiar los procesos en los cuales un cuerpo intercambia energía con el medio que lo rodea.

Este intercambio de energía se produce en dos formas. Mediante *calor* Q cuando se debe a una diferencia de temperatura, y mediante *trabajo* W cuando se produce a través del desplazamiento o deformación del cuerpo bajo la acción de una fuerza. Cuando el cuerpo intercambia energía con el medio exterior, su energía interna en general varía.

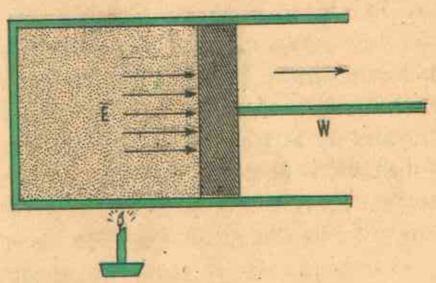


Fig. 2.

Consideremos, por ejemplo, el gas encerrado en un cilindro provisto de un émbolo (fig. 2). Si aplicamos al cilindro una llama, el gas absorbe calor Q porque la llama está a una temperatura más elevada que el gas. Al mismo tiempo, la presión del gas puede empujar el émbolo. Este desplazamiento se traduce en un trabajo W realizado sobre algún cuerpo exterior. En general, la energía interna E del gas habrá variado en este proceso.

En todo proceso es necesario que se cumpla el principio de conservación de la energía, enunciado en el No. 11 del Cap. XI. El *primer principio de la Termodinámica* es una reafirmación de este principio, incluyendo el calor como otro medio de intercambio de energía. Su enunciado es el siguiente:

El aumento de energía interna de un cuerpo es igual al calor absorbido más el trabajo realizado sobre el cuerpo por las fuerzas externas, o sea:

$$\triangle E = Q + W_{\text{EXT.}}$$

donde:

$\triangle E = E_2 - E_1$ es el aumento de energía interna, Q el calor absorbido y $W_{\text{EXT.}}$, el trabajo realizado *sobre* el cuerpo. Ahora bien, el trabajo realizado *por* el cuerpo W, es igual pero de signo contrario al trabajo $W_{\text{EXT.}}$ realizado sobre el cuerpo, o sea $W_{\text{EXT.}} = -W$, con lo que (5) puede escribirse:

$$\triangle E = Q - W \quad \text{o} \quad Q = \triangle E + W \tag{5}$$

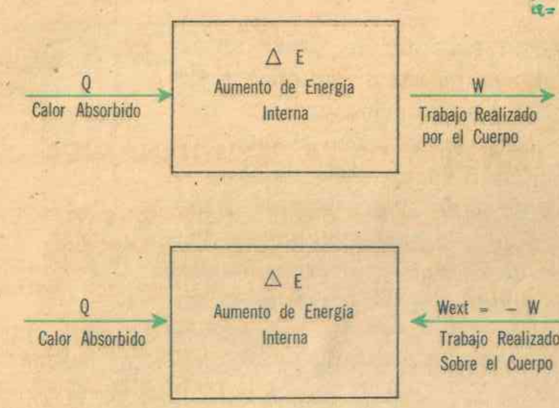


Fig. 3.
Representación esquemática del primer principio de la Termodinámica.

En esta ecuación todos los términos deben expresarse en las mismas unidades: ergs, joules o calorías. Cuando el calor se desprende, Q es negativo, y cuando se realiza trabajo sobre el cuerpo, W es negativo.

En el caso de una locomotora, por ejemplo, el vapor de agua absorbe calor de la caldera como se dijo al principio; parte de ese calor se emplea en aumentar la energía interna del vapor aumentando la velocidad de sus moléculas y la otra parte se emplea en realizar el trabajo necesario para mover la locomotora.

Un CICLO *es una serie de transformaciones tal que el estado final es idéntico al inicial.* En este caso la energía interna final E_2 es igual a la inicial E_1 con lo que $\triangle E = O$ resultando:

$$Q = W \tag{6}$$

Por tanto, *cuando un cuerpo describe un ciclo de transformaciones el calor absorbido es igual al trabajo realizado por el mismo.*

4. EXPERIMENTO DE JOULE

En el año de 1845 Joule realizó una serie de experimentos, con el objeto de estudiar la variación de temperatura de un gas que se dilata sin realizar trabajo exterior. El experimento es de gran importancia porque, como veremos, de él puede obtenerse alguna información acerca de la energía interna de un gas.

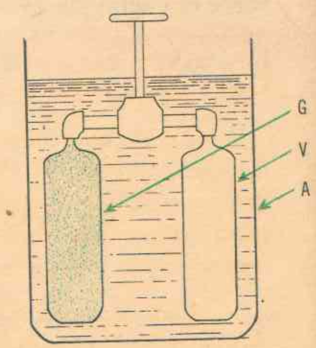


Fig. 4. Experimento de Joule.

El experimento consistió en llenar un recipiente G (fig. 4) con un gas a una presión elevada y ponerlo en comunicación con otro recipiente V en el que se había hecho el vacío, sumergiendo el conjunto en un baño de agua A. Al abrir la llave de paso, el gas pasa de G a V hasta que la presión es la misma en ambos. Durante el proceso de expansión el gas *no* realiza trabajo exterior puesto que V estaba vacío inicialmente. Por tanto, $W = O$. La temperatura del agua antes y después de la expansión se determinó con un termómetro muy sensible, no pudiendo observarse *ninguna variación de temperatura* durante la expansión. Esto nos indica que el gas no absorbió ni desprendió calor en la expansión, de modo que $Q = O$. Por tanto (5) se reduce a $\triangle E = O \therefore\ E_2 = E_1$ indicándonos que *durante la expansión libre* (sin realizar trabajo exterior) *la energía interna de un gas permanece constante.*

Como la presión y el volumen, pero no la temperatura han variado con la expansión, concluímos que, *la energía interna de un gas depende sólo de la temperatura y es independiente de la presión y el volumen.* Pero esto equivale a afirmar que *la energía interna de un gas es de carácter cinético y no potencial* ya que si tuviera parte potencial variaría al variar la presión o el volumen puesto que entonces alterarían las distancias medias entre las moléculas y con ello las fuerzas atractivas o repulsivas que dan origen a dicha energía potencial. Con esto se verifica una de las hipótesis hechas en el Capítulo XXIII: que las moléculas de un gas ideal se influyen mutuamente sólo cuando chocan.

Mediciones más precisas y cuidadosas revelan que en los gases reales sí hay pequeñas variaciones de temperaturas indicando la presencia de fuerzas intermoleculares.

5. SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA

Para completar el esquema de la Termodinámica es necesario enunciar un segundo principio de gran importancia práctica.

El calor absorbido de un cuerpo caliente no se puede transformar en trabajo, sin ceder una cantidad menor de calor a un cuerpo frío.

Es decir, que si por algún procedimiento logramos extraer de un cuerpo la cantidad de calor Q_1, este calor no se puede transformar íntegramente en trabajo. Es necesario ceder primero una pequeña parte Q_2 a otro cuerpo más frío, y es la diferencia $Q = Q_1 - Q_2$ la que se transforma íntegramente en trabajo.

Como consecuencia inmediata, vemos que *para transformar calor en trabajo, es necesario tener dos cuerpos o temperaturas diferentes.* Por esta razón no se puede, por ejemplo, transformar en trabajo la energía calorífica almacenada en el mar, ya que el mar constituye prácticamente un cuerpo a una sola temperatura.

A modo de recíproco del segundo principio podemos decir que para transportar cierta cantidad de calor de un cuerpo frío a uno caliente, se requiere suministrar un trabajo externo. Por eso *el calor sólo pasa espontáneamente de los cuerpos calientes a los fríos.*

Ahora bien, como consecuencia de todos los fenómenos que ocurren en la naturaleza, el calor tiende a distribuírse de modo que todos los cuerpos queden a la misma temperatura, resultando que la *energía calorífica se hace cada vez menos disponible para transformarse en trabajo,* fenómeno que recibe el nombre de *degradación de la energía.*

6. MAQUINA TERMICA

Es todo sistema que absorbiendo calor de un cuerpo caliente y cediendo calor a uno frío es capaz de realizar un trabajo por un proceso cíclico, de modo que una vez efectuado el proceso, el sistema queda en condiciones análogas al comienzo y por tanto, apto para repetirlo de nuevo.

Supongamos que la máquina absorbe el calor Q_1, del cuerpo más caliente y cede el calor Q_2 al cuerpo más frío. El calor absorbido durante el ciclo es, pues:

$$Q = Q_1 - Q_2$$

Como consecuencia, el sistema realiza un trabajo W y como ha realizado un ciclo tendremos aplicando (6) que:

$$Q_1 - Q_2 = W$$

La *eficiencia térmica* o simplemente *eficiencia* (E) de una máquina térmica *es la relación entre el trabajo mecánico realizado en un ciclo* (W) *y la energía calorífica absorbida del cuerpo más caliente* (Q_1).

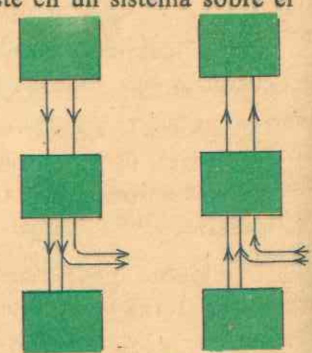
Por tanto:

$$E = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \tag{7}$$

o en forma de por ciento:

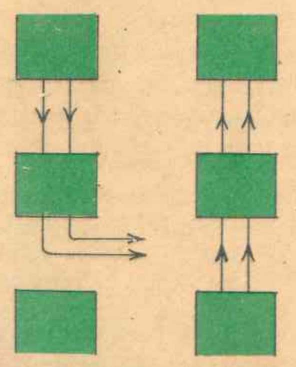
$$E = 100 \frac{W}{Q_1} \% = 100 \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \% \tag{8}$$

Una *máquina refrigerante* o simplemente un *refrigerador* es justamente lo opuesto a una máquina térmica: consiste en un sistema sobre el cual se realiza un trabajo (W), absorbe calor (Q_2) de un foco frío y entrega o cede una cantidad mayor de calor (Q_1) a uno caliente en una forma cíclica. Los métodos de refrigeración consisten en mecanismos más o menos diferentes que realizan el proceso anterior cíclicamente. La eficiencia de un refrigerador viene dada por las mismas expresiones (7) y (8) correspondientes a una máquina térmica.


(a) Máquina térmica. (b) Refrigerador.
Fig. 5.

En la figura 3 se han representado esquemáticamente una máquina térmica (M) y un refrigerador (R). C representa el cuerpo caliente y F el frío.

Lo que el segundo principio de la termodinámica afirma es que el proceso (a) de la fig. 5 es imposible si $Q_2 = 0$ y el (b) tampoco es posible si $W = 0$. Estos procesos imposibles se han indicado esquemáticamente en la figura 6. El primer proceso imposible es la transformación íntegra en trabajo del calor absorbido de un cuerpo caliente y el segundo el paso del calor de un cuerpo frío a uno caliente sin auxilio exterior.


Procesos imposibles.
Fig.6.

Es posible probar que si T_1 es la temperatura absoluta del cuerpo más caliente C y T_2 la del cuerpo más frío F entre los cuales

opera la máquina, su eficiencia térmica está dada también por la expresión:

$$E = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{o} \quad E = 100 \frac{T_1 - T_2}{T_1} \% \tag{9}$$

Por consiguiente, *cuanto mayor sea la diferencia* $T_1 - T_2$ *de las temperaturas entre las cuales opera una máquina térmica mayor es su eficiencia.*

Igualando (7) y (9) vemos que:

$$\frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \therefore \quad W = Q_1 \frac{T_1 - T_2'}{T_1}$$

Esta expresión nos da el trabajo máximo que puede hacer una máquina térmica que absorbe el calor Q_1 de un cuerpo caliente y trabaja entre las temperaturas T_1 y T_2.

Sin embargo, no todo el trabajo W producido por la máquina se emplea en hacer un trabajo útil, pues parte del mismo se emplea en vencer las resistencias pasivas, tales como la fricción, inherente a todo mecanismo. Por consiguiente, el trabajo útil realizado por la máquina es siempre inferior al trabajo máximo W.

Ejemplo 1: Calcular la eficiencia de una máquina térmica que trabaja entre las temperaturas 580°C. y 27°C.

$$T_1 = 580°\text{C.} + 273°\text{C.} = 853°\text{C.}$$
$$T_2 = 27°\text{C.} + 273°\text{C.} = 300°\text{C.}$$

$$E = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{853 - 300}{853} = \frac{553}{853} = 0.648 = 64.8\%.$$

7. ENTROPIA

Una propiedad de importancia en termodinámica es la entropía. Si un cuerpo absorbe el calor Q manteniéndose a la temperatura T, experimenta un aumento de entropía,

$$\triangle S = \frac{Q}{T} \tag{10}$$

de modo que la variación de entropía de un cuerpo se mide por la relación entre el calor absorbido (o desprendido) y la temperatura a la cual lo absorbe (o desprende).

La entropía es una medida del estado de desorden o agitación de las moléculas de un cuerpo. Cuanto mayor sea el desorden molecular, mayor es la entropía del cuerpo. Así, una substancia en estado sólido, cuyas moléculas están relativamente ordenadas, tiene menos entropía que en estado gaseoso, cuando sus moléculas están muy desordenadas.

Una consecuencia del segundo principio de la termodinámica es que la *entropía de un sistema aislado, como el universo, no puede disminuir* y por tanto, solo son posibles aquellos procesos en los que la entropía aumenta o permanece igual, o sea:

$$\triangle S \geqslant O \qquad (11)$$

Consideremos, por ejemplo, el caso de dos cuerpos a temperaturas T_1 y T_2, con $T_1 > T_2$ (fig. 7). Sabemos que si los juntamos, hay una transferencia de calor Q del primero al segundo. La entropía del más caliente, que pierde calor, sufre un cambio $-Q/T_1$, y la del más frío, que gana calor, un cambio Q/T_2. El cambio total de entropía del sistema es:

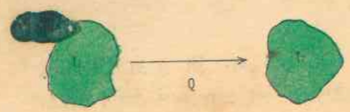


Fig. 7.

$$\triangle S = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2} = Q\,\frac{T_1 - T_2}{T_1\,T_2} > O$$

Se ve que $\triangle S > 0$ puesto que $T_1 > T_2$. Por tanto, la entropía ha aumentado. Pero si el calor hubiera pasado del cuerpo frío al caliente, hubiera resultado $\triangle S < 0$; por eso este segundo proceso, ilustrado en la fig. 6 (b), no ocurre espontáneamente.

Análogamente, comparando (7) y (9):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \therefore \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{o} \quad \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1}$$

El cociente Q_2/T_2 nos da el aumento de entropía F, y Q_1/T_1 la disminución de entropía de C. Luego el cambio total de entropía ha sido $\triangle S = 0$, de conformidad con (11). Pero si Q_2 fuera cero, entonces habríamos tenido $\triangle S < 0$ lo que es imposible. Por ello el proceso ilustrado en la figura 6 (a) es imposible.

PREGUNTAS

1. Explique el primer principio de la Termodinámica señalando su relación con otro importante principio de la Física.

2. ¿Cuál es la condición necesaria para poder transformar calor en otra forma de energía?
3. Explique qué significa la degradación de la energía.

PROBLEMAS

A

1. Expresar en ergs., joules y kgm. una cantidad de calor igual a 2,500 cal. *R.* 1.046×10^4 joules, 1,067 kgm.
2. Expresar en calorías una energía de (*a*) 3,500,000 ergs, (*b*) 250 joules, (*c*) 85 kgm. *R.* 0.0833 cal., 59.73 cal., 199.04 cal.
3. Calcular la temperatura final de 200 gm. de cobre a 10°C., si se les suministra una energía de 68 joules que se transforma íntegramente en calor. *R.* 10.87°C.
4. Calcular en joules la energía necesaria para vaporizar 20 gm. de agua a 100°C. *R.* 45.198 joules.
5. Una bala de 20 gm. y a 0°C., que tiene una velocidad de 300 m./s penetra en un bloque de hielo también a 0°C. Calcular la masa de hielo fundido. *R.* 2.70 gm.
6. Un automóvil tiene una masa de 800 kg. y una velocidad de 72 km./h. Si se detiene al aplicar los frenos, calcular la cantidad de calor desarrollada por fricción de las ruedas con el pavimento. *R.* 38,231.7 cal.
7. Un hombre que trabaja consume energía a razón de 140 watts. ¿Qué cantidad de pan, cuyo calor de combustión es de 8,000 cal./gm., debe comer para poder trabajar una hora? *R.* 15.12 gm.
8. ¿Cuántos kwt-horas se necesitan para fundir 1 ton. de cobre que se encuentra a su temperatura de fusión? *R.* 48.8 kwt-hr.
9. Se desea perforar un orificio en un bloque de hierro de 250 gm. que se encuentra a 20°C. Para ello se emplea una barrena que da 5,000 vueltas y que se hace funcionar mediante un manubrio de 5 cm. de radio sobre el que se ejerce en promedio una fuerza de 1,000,000 dinas. Suponiendo que los ¾ de la energía suministrada se transforman en calor, calcular la temperatura final del hierro. *R.* 117°C.
10. Un cuerpo absorbe 10,000 cal. y realiza un trabajo de (*a*) 30,000 joules, (*b*) 50,000 joules. Calcular la variación de su energía interna. *R.* 11,800 joules, —8,200 joules.

B

11. Una máquina térmica absorbe 5,000 calorías de un foco caliente y desprende 1,000 calorías a un foco frío. Calcular su eficiencia y la cantidad de calor transformado en trabajo. *R.* 80%, 4,000 cal.

12. Una máquina térmica trabaja entre las temperaturas 0°C. y 141°C. Calcular su eficiencia. *R.* 34%.

13. Si la temperatura superior de la máquina del problema 11 es 220° calcular la temperatura del foco frío. *R.* —174.4°C.

14. Una máquina reversible tiene una potencia de 8 H.P. y trabaja entre las temperaturas 140°C. y 20°C. ¿Cuántas calorías absorbe por segundo del foco caliente y cuántas entrega por segundo al foco frío? *R.* 4,906.4 cal.

15. Un motor térmico absorbe en cada ciclo 2,000 cal. de un foco caliente y desprende 800 cal. a un foco frío. Calcular: (*a* el trabajo realizado en cada ciclo, (*b*) su eficiencia térmica. *R.* 5,016 joules, 60%.

16. Si la máquina anterior recibe el calor de un combustible cuyo calor de combustión es de 5,000 cal./gm. y cuyo precio es $ 0.10 por kg., calcular cuánto costará operarla para que produzca un trabajo de 21,000,000 joules. R. $ 0.16.

17. Una máquina de vapor absorbe vapor de agua a 100°C., y lo desprende a 60°C. Calcular su eficiencia térmica. *R.* 10.8%.

18. La máquina anterior realiza en cada ciclo un trabajo de 25,000 joules. Calcular el calor que absorbe del foco caliente y el que desprende al foco frío. *R.* 55,092.6 cal., 49,142.6 cal.

19. Una máquina emplea vapor de agua recalentado a 300°C. desprendiéndolo a 60° C. Calcular su eficiencia térmica. Compárese con el problema 17. Si dicha máquina desprende por ciclo 1,500 cal. al foco frío, calcular además el trabajo realizado por ciclo y el calor absorbido del foco caliente. *R.* 41.7%, 4,481.88 joules, 2,572.7 cal.

20. Una máquina térmica tiene una potencia de 20 H.P. y trabaja entre las temperaturas 150°C. y 20°C. a razón de 30 ciclos por minuto. Calcular (*a*) su eficiencia térmica, (*b*) el calor absorbido del foco caliente por ciclo, (*c*) el calor desprendido al foco frío por ciclo. *R.* 30.7%, 23,123.9 cal., 16,024.8 cal.

21. Un motor de gasolina de un automóvil tiene una eficiencia térmica de 25%. El automóvil consume un galón (3.785 litros) de gasolina por cada 30 km. a una velocidad de 45 km./hr. La densidad de la gasolina es 0.7 gm./cm.^{3} y su calor de combustión 11,000 cal./gm. Calcular la potencia del automóvil. *R.* 17.1 H.P.

capítulo 26 Máquinas térmicas

1. INTRODUCCION

La posibilidad de transformar calor en trabajo, ha permitido construir diversos tipos de máquinas térmicas. Fue precisamente el perfeccionamiento de la máquina de vapor lo que dio lugar al desarrollo industrial que se inició en el siglo XIX. En este capítulo describiremos brevemente algunas máquinas térmicas.

2. MAQUINAS DE VAPOR

La máquina de vapor es la más antigua y simple de las máquinas térmicas. En ella, la energía interna del vapor de agua se transforma en trabajo. Fue perfeccionada a fines del siglo XVIII por James Watt (1736-1819) y desde entonces no ha sufrido modificaciones substanciales.

El foco caliente es una caldera que suministra calor al agua convirtiéndola en vapor. El vapor actúa sobre un émbolo produciendo un trabajo. Después de mover el émbolo pasa a otro recipiente llamado *condensador*, que es el foco frío. Las etapas que componen el ciclo de una máquina de vapor son las siguientes:

1) *Admisión.* El vapor procedente de la caldera penetra por *A* hasta *B* donde actúa sobre el émbolo *D* empujándolo hacia la izquierda, haciendo además que el vapor que se encuentra en *C* a causa de la operación anterior salga por *E* hacia el condensador.

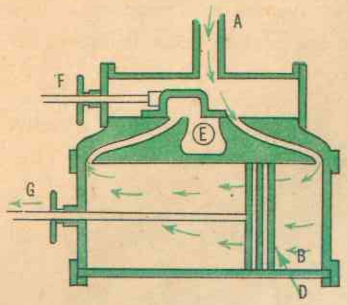


Fig. 1.

2) *Expansión.* Cuando el émbolo está hacia la mitad de su recorrido la pieza *F*, llamada *caja de distribución* o *capilla* se corre un poco hacia adelante cerrando la comunicación de *A* con *B* impidiendo la entrada de más vapor, pero dejando aun abierta la de *C* con *E* para permitir la salida de los vapores residuos. Durante esta etapa el vapor en *B* continúa empujando el émbolo, dilatándose, ya que la presión en *C* es inferior por estar en comunicación con la atmósfera por *E*. En esta forma se consigue un ahorro de vapor sin gran disminución en el trabajo efectuado.

3) *Expulsión.* Una vez que el émbolo ha alcanzado el extremo izquierdo de su carrera, la capilla se corre totalmente hacia la derecha con lo que el vapor en *B* pasa al condensador. Durante el movimiento de regreso del émbolo, se repiten los mismos fenómenos.

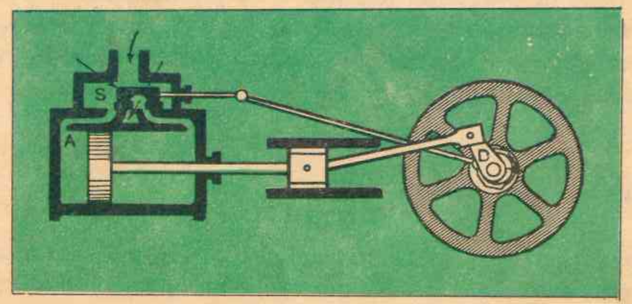


Fig. 2. Máquina de vapor.

Mediante un mecanismo adecuado, el movimiento oscilatorio del émbolo puede transformarse en movimiento de rotación, como se ve en la figura 2, donde además puede apreciarse el mecanismo que pone en movimiento la capilla.

Como la eficiencia de una máquina depende de las temperaturas entre las cuales trabaja, algunas veces el vapor, que está a 100° C. en la caldera, se recalienta en dispositivos especiales antes de pasar al cilindro para aumentar su temperatura inicial.

3. TURBINAS DE VAPOR

En las turbinas se lanza un chorro de vapor contra una rueda provista de paletas o álabes. La acción del vapor sobre los álabes pone la rueda en movimiento.

En las *turbinas de reacción* (fig. 3), se tiene un sistema de ruedas fijas *F* y giratorias *R* con las paletas o álabes dispuestos en sentido contrario. Al chocar el vapor *V* con las paletas de las ruedas móviles *M* las hace girar en el sentido indicado, siendo desviado hacia las ruedas fijas *F* que lo lanzan sobre las siguientes ruedas móviles *M*, etc.

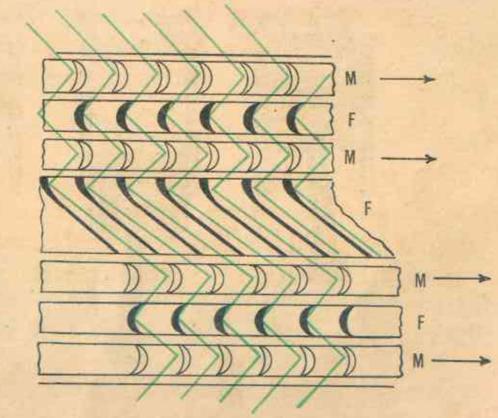


Fig. 3. Turbina de reacción.

Las turbinas constituyen el medio más eficiente de aprovechar la energía calorífica del vapor de agua. Hoy se construyen turbinas para buques que desarrollan una potencia de 60,000 H.P.

En la figura 4 se tienen las ruedas de una turbina de 50,000 H. P. preparada para su montaje.

Recientemente se han construido turbinas que trabajan con vapor de mercurio en lugar de vapor de agua. Este cambio tiene la ventaja de permitir aumentar la temperatura de los vapores, sin tener que operar a presiones excesivas y peligrosas, mejorando así la eficiencia de la máquina.

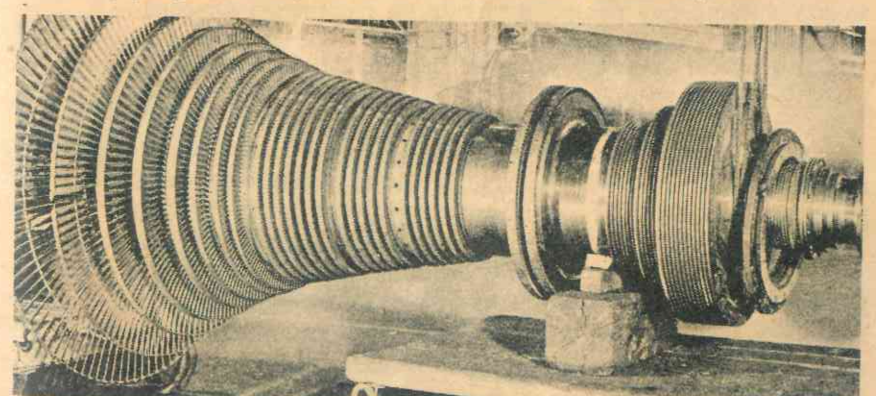


Fig. 4.

4. MOTOR DE EXPLOSION DE CUATRO TIEMPOS

Otro tipo muy práctico de motor térmico es el *motor de explosión.* En estos motores se usa la fuerza expansiva producto de la combustión rápida de un gas. El tipo más usado es el *motor de explosión de cuatro tiempos* (fig. 5), cuyo ciclo completo de operación consta de cuatro fases o tiempos:

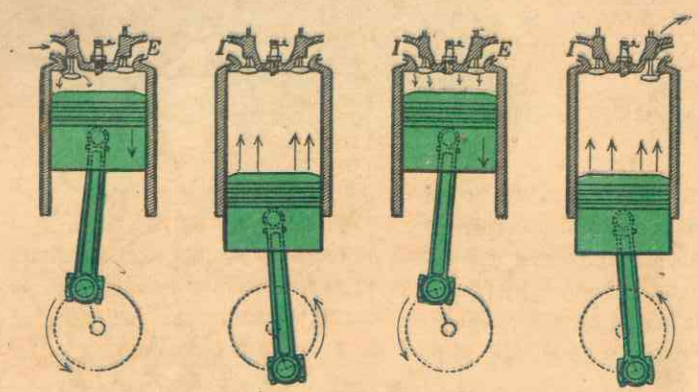


Fig. 5. Motor de explosión de cuatro tiempos.

a) *Admisión.* Moviéndose el émbolo *P* en la dirección indicada se permite que penetre en el cilindro una mezcla explosiva, usualmente formada por aire y vapor de gasolina, para lo cual la válvula *I* se mantiene abierta durante este tiempo mediante un mecanismo adecuado.

La mezcla de aire y vapor de gasolina procede de un dispositivo especial llamado *carburador.*

b) *Compresión.* Con las válvulas *I* y *E* cerradas, el émbolo se mueve hacia arriba comprimiendo el gas y aumentando con ello su temperatura.

c) *Expansión.* Terminada la compresión se hace saltar una chispa eléctrica entre los alambres terminales de la *bujía B,* la cual en unión de la alta temperatura ya existente, provoca la inmediata combustión del vapor de gasolina, generándose nuevos gases (en especial monóxido de carbono, CO), de gran fuerza expansiva que actuando sobre el émbolo lo hacen descender.

d) *Expulsión.* Una vez que el émbolo ha terminado su descenso, la válvula *E* se abre y el émbolo al subir fuerza el aire y los residuos de la combustión hacia la atmósfera a través de *E.*

Con este paso se ha terminado un ciclo, que comienza a repetirse de nuevo al volver a descender el émbolo. Como se habrá observado, sólo el tercer tiempo del ciclo es activo y el motor se mantiene en movimiento durante los otros tres tiempos por inercia para lo cual en las máquinas fijas se dispone en *O* una rueda de gran masa y gran radio llamada *voladora* y en las móviles es suficiente la inercia del vehículo que tiende a seguir moviéndose.

Fig. 6. Bujía.

Usualmente, en las máquinas se disponen varios motores de explosión o cilindros en serie (dos, cuatro, seis, ocho y aun hasta doce y más en los aeroplanos) con sus fases o tiempos distribuídos de modo que las explosiones vayan sucediéndose con lo que la máquina funciona uniformemente por impulsos casi continuos y no intermitentes como ocurre cuando tienen un solo cilindro.

Como la temperatura de los cilindros puede elevarse extraordinariamente, se procura que sean de gran superficie para que irradien bastante calor y además se les refresca con una corriente de agua que circula alrededor de ellos y pasa después a un tanque llamado *radiador* cuyas paredes tienen también gran área para que se enfríe rápidamente antes de regresar de nuevo a los cilindros.

5. MOTOR DIESEL

El tipo más eficiente de motor de explosión es el motor Diesel (figura 7). Esta máquina consume una cantidad muy pequeña de combustible que suele ser petróleo crudo, que tiene además la ventaja de ser más económico que la gasolina y *no* emplea bujías pues se produce la combustión a causa de la elevada temperatura consecuencia de la compresión. Su funcionamiento es el siguiente:

1) *Admisión-expulsión.* Estando el émbolo en la posición indicada, la bomba compresora *B* introduce en el cilindro cierta cantidad de aire *puro.* Al mismo tiempo por la válvula *a* escapan a la atmósfera los restos de la mezcla empleada en el ciclo anterior.

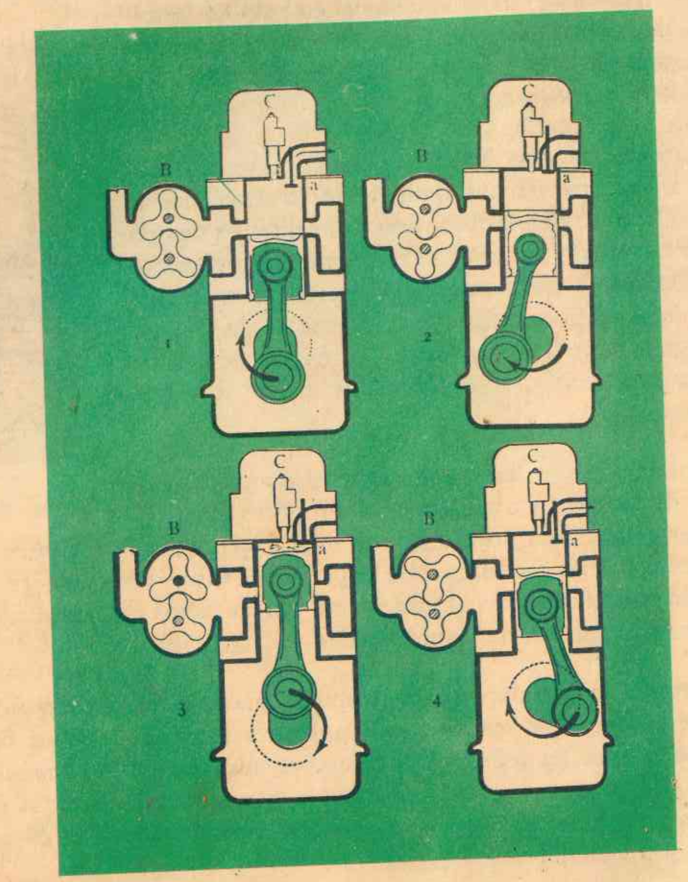


Fig. 7. Motor Diesel.

2) *Compresión.* Cerrada la válvula *a* e impedida la admisión de más aire por el propio movimiento del émbolo, éste comprime el aire elevando su temperatura hasta unos 550° C.

3) *Combustión.* Concluída la compresión, penetra por *C* un chorro pulverizado del combustible, que a la temperatura reinante se quema más o menos rápidamente generando gases cuya fuerza expansiva hace descender el émbolo. La combustión total del combustible acaba poco antes de que el émbolo termine su descenso, pero como se ha mantenido durante una fracción apreciable del mismo, se conserva la presión elevada durante cierto tiempo lo que constituye una de las principales ventajas del motor Diesel.

Esta presión es de unas 500 a 600 $\frac{\text{lbf.}}{\text{plg.}^2}$ (50 a 60 kgf. /cm.²).

4) *Expulsión.* Al ir terminando el émbolo su descenso durante la fase anterior se abre la válvula de escape *a* permitiendo la salida a la atmósfera de la mezcla ya quemada, para que cuando el émbolo haya descendido completamente, permitiendo la entrada de nuevo aire, quede en el cilindro lo menos posible de la mezcla ya usada.

Como puede verse, en el motor Diesel la inyección del combustible se hace *después* de haberse completado la compresión con lo que pueden lograrse temperaturas más elevadas mejorándose la eficiencia que en la práctica llega a un 40%.

Los motores Diesel se usan mucho hoy en los buques y en las locomotoras sustituyendo las máquinas de vapor.

6. MOTOR A CHORRO

Aunque estos son los motores más modernos, son a su vez los más simples y se emplean principalmente en los aviones. En estos motores el impulso se debe al momentum de un chorro de gas que escapa a gran velocidad por la parte posterior del motor, (fig. 8). Los gases resultan de la combustión de aire comprimido con un combustible, que puede ser kerosene. Los gases, al salir, actúan sobre una pequeña turbina que mueve un compresor para comprimir el aire tomado de la atmósfera. El motor a chorro trabaja en un ciclo continuo.

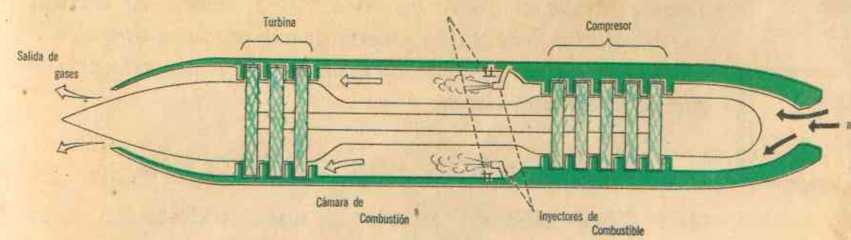


Fig. 8.

1º) Qué és una maquina de vapor?
2º) Enumere las etapas que componen el ciclo de una maquina de vapor!
3º) Qué diferencia encuentra entre un motor de explosión de 4 tiempos y un motor diesel?
4º) Cual es el motor más moderno y en que consiste?

capítulo 27 Propagación del calor

1. PROPAGACION DEL CALOR

La energía calorífica es energía en tránsito y puede desplazarse de una región a otra de un mismo cuerpo o pasar de un cuerpo a otro, aun en los casos en que los cuerpos no están en contacto. *La propagación del calor* puede presentarse bajo tres aspectos diferentes: *convección, conducción* y *radiación.* Aunque las tres formas de propagación citadas son esencialmente diferentes desde el punto de vista físico, tienen en común que *el calor se propaga en general de una región a otra donde la temperatura es inferior, de acuerdo con el segundo principio de la termodinámica.*

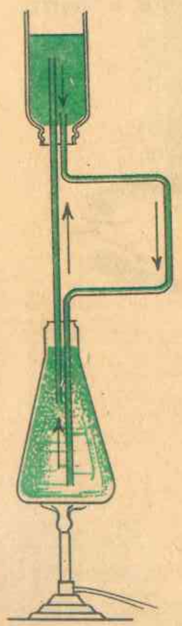


Fig. 1.

2. PROPAGACION POR CONVECCION

Como sabemos, el calor es una manifestación de la energía de las moléculas de un cuerpo. Si tenemos un líquido, por ejemplo, y se calienta una región del mismo, las moléculas de dicha región poseen más energía que las restantes del cuerpo; podemos decir que son moléculas "calientes". Si por alguna razón estas moléculas calientes se desplazan a otro lugar, llevan consigo su energía, que es así transportada de una región a otra del espacio por convección.

La convección del calor es el transporte de la energía de un lugar a otro a causa del desplazamiento de las moléculas de un cuerpo entre dichos lugares. Para que la convección sea posible es necesario que las moléculas posean gran movilidad y, por tanto, *la convección existe sólo en líquidos y gases.*

La convección en el agua se manifiesta por el sencillo experimento de la figura 1. Al calentar el recipiente inferior, el agua caliente asciende por el tubo central desplazando el agua más fría que se encuentra en el recipiente superior, la cual desciende por el tubo doblado de la derecha. Para verificar que ese es el movimiento del líquido se colorea el agua en el recipiente superior. A los pocos momentos el tubo de la derecha se va coloreando indicándonos el descenso por el mismo del agua en el recipiente superior; el tubo central permanece incoloro. *La convección, en general, se debe a la diferencia de densidades.* En efecto, el agua caliente, siendo menos densa que la fría, tiende, de acuerdo con el principio de Arquímedes, a quedar por encima del agua fría originando así la corriente de convección explicada. Obsérvese en la figura la disposición de los extremos de los tubos.

El experimento anterior es el fundamento del método de calefacción por agua durante el invierno en los países fríos. En las calderas de las máquinas de vapor (fig. 2) se emplea la convección para mantener el agua a alta temperatura en el hervidor *D.*

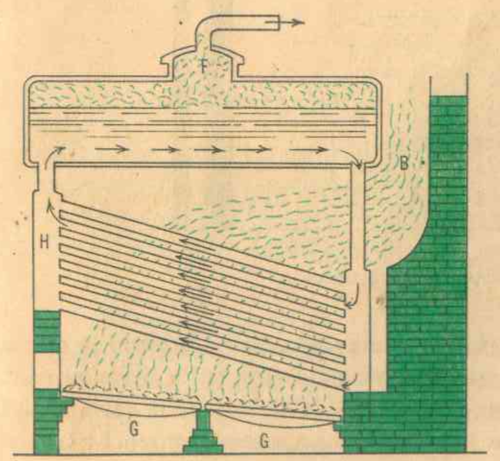


Fig. 2.

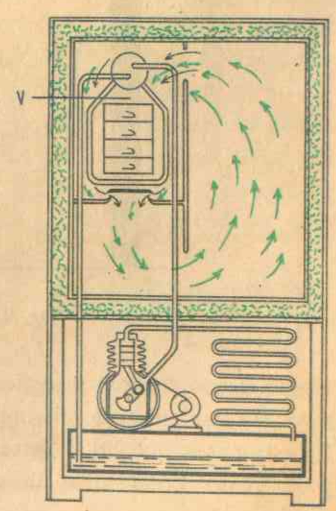


Fig. 3. Corrientes de convección en un refrigerador.

En los gases ocurren también corrientes de convección; el aire caliente tiende a elevarse por ser más ligero y el aire frío tiende a descender por ser más denso. En la figura 3 se tienen las corrientes de convección en el interior de un refrigerador: en la unidad refrigerante *U* el aire se enfría y al aumentar su densidad desciende desplazando el aire que está en regiones más distantes y por ello más calientes, ascendiendo entonces y acercándose a la unidad refrigerante.

En la figura 4 se tiene el mismo principio aplicado a la calefacción por el aire en el invierno: el aire caliente asciende por *A* pasando a la habitación y el aire más frío de la habitación desciende por *B* pasando al calentador *C*.

La elevación del humo por una chimenea es un fenómeno de convección. Los vientos son grandes corrientes de convección por la misma razón, aunque también aquí influye la diferencia de presión. Durante el día, por ejemplo, la tierra se calienta más rápidamente que el mar y sopla un

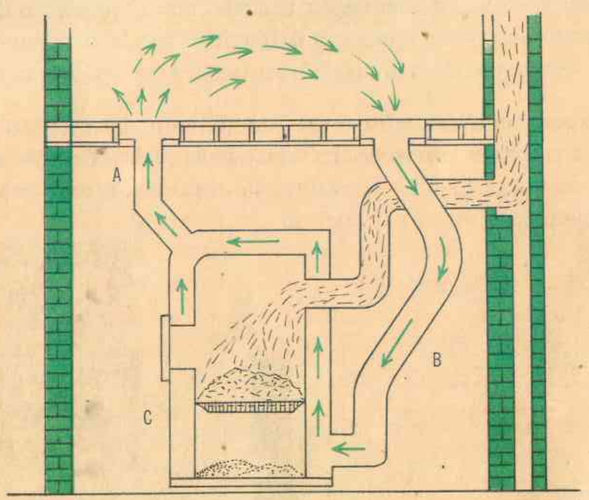


Fig. 4. Sistema de calefacción.

viento fresco del mar a la tierra (fig. 5). Durante la noche la tierra se enfría más rápidamente que el mar y sopla un viento fresco de la tierra al mar. Estos vientos pueden notarse aun a distancias de 40 km. de la costa a uno y otro lado. Los vientos alisios se deben a la misma causa en mucho mayor escala.

3. PROPAGACION POR CONDUCCION

Tomemos una varilla metálica, de cobre por ejemplo, y sosteniéndola con la mano por un extremo introduzcamos el otro en un mechero en el cual la temperatura es muy elevada (unos 1,800° C.). Si la conservamos

en esta posición por algún tiempo, notaremos que el extremo donde tenemos nuestra mano se va calentando poco a poco hasta obligarnos a retirarla por la elevada temperatura que ha alcanzado dicho extremo, indicándonos que la energía calorífica se ha propagado a lo largo de la barra pero esta vez sin que haya un desplazamiento de las moléculas o los átomos a lo largo de la misma, puesto que se trata de un sólido. Este es un ejemplo de propagación del calor por conducción.

Fig. 5.

En general, *el calor se propaga por conducción cuando pasa de una región a otra del cuerpo, o de un cuerpo a otro en contacto, sin que se desplacen las moléculas de los mismos.*

El mecanismo de la propagación del calor por conducción es el siguiente: al calentar una región de un cuerpo, las moléculas en dicha región se encuentran en un estado de mayor agitación, o sea más "calientes", que las restantes. Esa mayor energía se comunica a las moléculas contiguas a causa de los incesantes choques que ocurren entre ellas; las nuevas moléculas "calientes" transmiten su energía por el mismo procedimiento a otras que las rodean, continuándose el proceso de propagación de la energía calorífica mientras haya moléculas en contacto. Como en los sólidos las moléculas están mucho más próximas que en los líquidos, y en éstos mucho más próximas que en los gases, resulta que *los sólidos son mejores conductores del calor que los líquidos y los gases, siendo los gases los peores conductores del calor.* Entre los sólidos los mejores conductores son los metales.

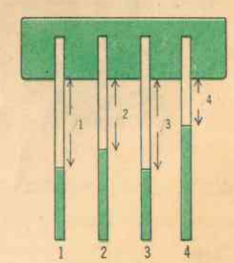


Fig. 6.

No todos los metales y otros sólidos conducen por igual el calor como lo revela una simple experiencia: Una serie de barras metálicas (fig. 6) se introducen por un extremo en un baño de agua caliente, recubriéndose el resto de las mismas con cera. Al irse propagando el calor a lo largo de las barras se va fundiendo la cera. Al cabo de cierto tiempo, la cera se ha fundido las longitudes l_1, l_2, l_3 y l_4 indicándonos que las barras 1 y 3 conducen el calor casi por igual y mucho mejor que la 2 y ésta mejor que la 4. Entre los metales, los mejores conductores del calor, en orden decreciente son la plata, el cobre, el oro, el aluminio, etc. Entre los peores, se encuentran el plomo y el bismuto.

La buena conductibilidad calorífica de los metales se revela por el siguiente experimento. Si la llama de un mechero es interceptada por una rejilla metálica (fig. 7 *B*) la llama no atraviesa la rejilla o si se enciende el gas después de haber colocado la rejilla, la llama sólo corresponde a la mitad superior. Ello se debe a que la rejilla metálica conduce el calor de la llama tan rápidamente que del otro lado el calor no es suficiente para producir la combustión. Estas rejillas se emplean continuamente en el laboratorio, cada vez que se desea calentar un recipiente. En este mismo principio se basa la lámpara de seguridad inventada por Sir Humphrey Davy (fig. 7 *A*) y empleada en las minas de carbón para evitar la explosión de los gases que se encuentran siempre en dichas minas. La única peculiaridad de la lámpara es que la llama está rodeada por una rejilla metálica impidiendo su salida. En la actualidad estas lámparas han sido substituídas por unas eléctricas.

La observación de la conducción del calor en los líquidos y gases se dificulta por la formación de corrientes de convección que prácticamente

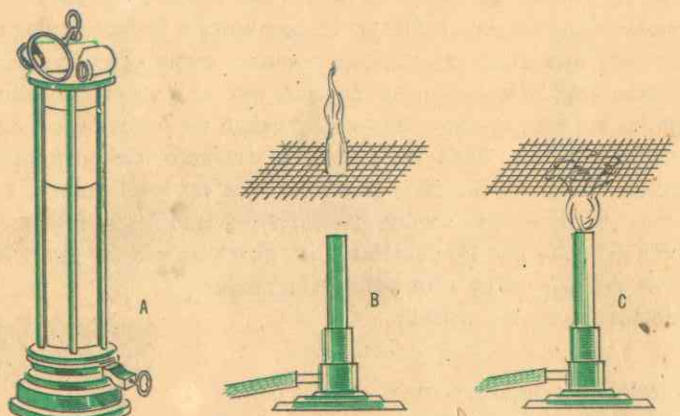


Fig. 7.

son inevitables. Sin embargo, algunos experimentos bastante simples nos revelan la poca conductibilidad de líquidos y gases. Por ejemplo, si en un tubo de ensayo conteniendo agua, se mantiene en el fondo por algún procedimiento conveniente un pedazo de hielo, y se calienta en la región próxima a la superficie para evitar las corrientes de convección (fig. 8), transcurre un tiempo bastante largo antes de que el hielo se funda, a causa de la poca conductibilidad del agua.

La conductibilidad térmica del agua es unas 1,200 veces menor que la de la plata, y la de los gases es alrededor de 25 veces menor que la del agua.

Los vestidos de lana, de fieltro y de pieles son convenientes en el invierno porque además de ser materiales poco conductores del calor contienen entre sus poros pequeñas cantidades de aire, insuficientes para dar lugar a corrientes de convección, con lo que el conjunto debido a su mala conductibilidad impide que el calor del cuerpo humano pase al exterior.

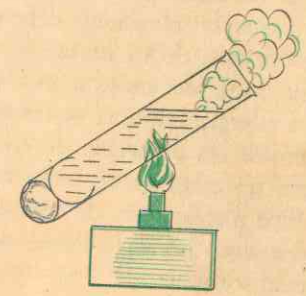


Fig. 8.

4. LEY DE FOURIER

Consideremos una barra de sección A, hecha de un material muy buen conductor del calor y rodeada de un material muy mal conductor del calor. Si A_1 y A_2 son dos secciones separadas, la distancia d y cuyas temperaturas son t_1 y t_2 respectivamente, siendo t_1 mayor que t_2, la cantidad de calor que pasa a través de una sección de la barra en la unidad de tiempo se calcula por la fórmula de Fourier.

$$Q = KA \frac{t_1 - t_2}{d} \qquad (1)$$

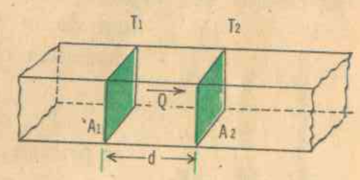


Fig. 9.

donde K es un coeficiente característico de cada material, denominado *conductividad térmica*. La conductividad térmica del vidrio es 0.002 y la del aluminio es 0.50 en el sistema C.G.S.

5. PROPAGACION POR RADIACION

El proceso más importante de propagación de la energía es, sin duda, alguna, el de la *radiación. En la radiación la energía es transmitida de un cuerpo a otro distante, a través del* VACIO, es decir, sin la cooperación de agente material alguno. En esta forma, por ejemplo, nos llega la energía radiante del sol. Análogamente cuando nos colocamos próximos a una estufa o a un cuerpo caliente, la mayor parte del calor percibido es el debido a la absorción de la energía radiante emitida por ellos. La energía radiante es un fenómeno bastante complicado cuyo estudio más detallado se hará en la Optica y el Electromagnetismo cuando se hayan acumulado datos suficientes para ello.

Todos los cuerpos sin excepción están contínuamente *emitiendo* energía radiante, tanto más intensamente cuanto mayor sea su temperatura, aunque la intensidad depende además de su constitución química y de la naturaleza de su superficie. Al mismo tiempo los cuerpos *absorben* la energía radiante emitida por los otros cuerpos que los rodean. La *emisión* de energía radiante se traduce en un *descenso* de la temperatura del cuerpo emisor: la *absorción* de energía radiante por un cuerpo provoca en el mismo un *aumento* de temperatura. Sin embargo, la energía radiante *no* produce alteraciones de temperatura en el espacio vacío a través del cual se propaga: las variaciones de temperatura ocurren solamente al ser emitida o absorbida.

Por ejemplo, si se coloca una mano cerca de un bombillo eléctrico y se enciende éste, se nota desde el primer instante una sensación de calor, debida al calor radiante emitido por el filamento del bombillo, aunque el bombillo esté frío.

No todos los cuerpos emiten o absorben por igual la energía radiante. Puede comprobarse que *los cuerpos mejores emisores de energía radiante son también los mejores absorbentes*. Esta característica constituye la esencia de la *ley de Kirchoff* cuyo enunciado preciso no podemos dar aquí.

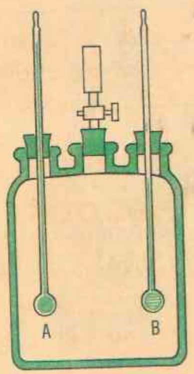


Fig. 10.

Por ejemplo, si tenemos dos termómetros *A* y *B*, el primero con el bulbo recubierto de negro de humo (fig. 10), encerrados en una vasija en la que se ha hecho el vacío para evitar la propagación por convección o por conducción, y se colocan de modo que reciban la energía radiante solar, se observa que la temperatura de *A* se eleva más rápidamente que la de *B* indicándonos que *A* tiene un poder absorbente mejor que *B*. Si a continuación llevamos el conjunto a la sombra, la temperatura de *A* desciende más rápidamente que la de *B* indicándonos que además *A* es mejor emisor que *B*.

Cuando la energía radiante incide sobre un cuerpo, parte es *absorbida*, parte es *reflejada* y parte es *transmitida*.

Un cuerpo que *absorbe totalmente* toda la energía radiante que sobre él incide recibe el nombre de *cuerpo negro*. Como por tanto *el cuerpo negro es el mejor absorbente de energía radiante*, resulta, por lo dicho anteriormente, que también *el cuerpo negro es el mejor emisor de energía radiante*.

Un orificio pequeño abierto en una cavidad cuyas paredes se mantienen a temperatura fija (fig. 11), da lugar prácticamente a un cuerpo negro, porque la energía radiante que penetra por el mismo difícilmente vuelve a salir, siendo totalmente absorbida después de experimentar incontables reflexiones en el interior de la cavidad.

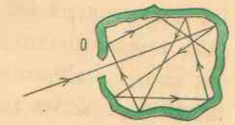


Fig. 11. Cuerpo negro.

6. LEY DE STEFAN-BOLTZMANN

Ha sido verificado experimentalmente por Josef Stefan (1835-1893) y demostrado teóricamente por Ludwig Boltzmann, que *la energía emitida por unidad de área y por unidad de tiempo* (u) *por un cuerpo es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta* (T), resultado que constituye la *ley de Stefan-Boltzmann*. Por tanto:

$$u = aT^4 \tag{2}$$

donde a es una constante cuyo valor para el cuerpo negro es:

$$a = 1.36 \times 10^{-12} \frac{\text{cal.}}{\text{cm.}^2\ \text{seg.}\ {}^\circ\text{C.}^4} = 5.77 \times 10^{-5} \frac{\text{erg.}}{\text{cm.}^2\ \text{seg.}\ {}^\circ\text{C.}^4}$$

La ley Stefan-Boltzmann nos permite tener una idea de la temperatura del sol, puesto que se comporta como un cuerpo negro, midiendo la energía radiante que nos llega del mismo. El resultado indica que la temperatura solar es de unos 6,000° C.

7. CUERPOS EMISORES, ABSORBENTES Y REFLECTORES

Se llama *poder emisor* de un cuerpo cualquiera a la cantidad de energía emitida en la unidad de tiempo por la unidad de área de dicho cuerpo. De acuerdo con lo dicho anteriormente, el cuerpo negro es el que tiene mayor poder emisor.

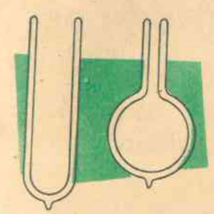


Fig. 12.
Vasos de Dewar

Un *reflector perfecto* sería un cuerpo que reflejara toda la energía radiante que sobre él incide. Los reflectores perfectos no existen. Se comprende que cuanto mejor reflector es un cuerpo, es peor absorbente y, por tanto, peor emisor. O sea, los *cuerpos buenos reflectores de energía radiante son malos absorbentes y emisores de la misma.*

Esta propiedad fue empleada con éxito por James Dewar en la preparación de recipientes destinados a contener aire líquido (fig. 12) y en general, para conservar invariable la temperatura de los cuerpos que contienen. Consisten en unos vasos de vidrio de paredes dobles entre los cuales se ha hecho el vacío para evitar toda conducción o convección de calor. La cara externa de la pared interior se platea, ya que como este metal es muy buen reflector es muy mal emisor reduciendo así las pérdidas por radiación. Igualmente, la cara interior de la pared exterior también se platea para reflejar la poca energía radiante que haya podido emitirse. Una aplicación muy útil y corriente de los recipientes de Dewar la constituyen los *vasos termos* (fig. 13), que son vasos de Dewar, rodeados de un cilindro protector de latón y provisto de un tapón.

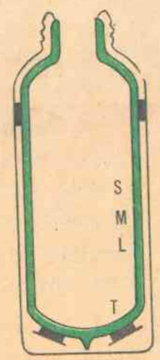


Fig. 13. Vaso termo.

En lo que a la transmisión de la energía radiante se refiere, algunos cuerpos la dejan pasar sin absorberla prácticamente y se llaman *diatérmanos*. Otros cuerpos no transmiten la energía radiante siendo opacos a la misma y se denominan *atérmanos*. Aunque el vidrio ordinario es transparente para la energía radiante luminosa es extraordinariamente atérmano para la energía radiante térmica.

La energía radiante se está empleando mucho en la calefacción porque sin elevar extraordinariamente la temperatura ambiente suministra al cuerpo humano la energía calorífica necesaria.

PREGUNTAS

1. Citar ejemplos de propagación del calor por conducción y por convección.
2. ¿Por qué el espacio entre las dos paredes de un refrigerador se rellena con lana o con serrín?
3. Si se introducen en una vasija con agua caliente una cuchara de plata y una de madera, ¿cuál se calienta más en la parte superior y por qué?
4. ¿Por qué en verano un traje obscuro es más caluroso que un traje claro?
5. ¿Por qué los tanques que contienen combustible se cubren con pintura de aluminio?
6. ¿En qué forma recibimos el calor del sol?

PROBLEMAS

1. En un automóvil que se mueve a cierta velocidad el agua circula por el radiador a razón de 4 litros por seg. Si la temperatura del agua al llegar al radiador es de 85° C. y al salir es de 60° C., ¿qué cantidad de calor pierde el motor cada seg.?
2. Una habitación tiene 4 ventanas de vidrio con un área total de 3 m.² El espesor del vidrio es 0.3 cm. La temperatura interior es de 12° C. y la exterior de 10° C. ¿Qué cantidad de calor pasa de la habitación al exterior en 1 seg. y en 1 hr.?
3. Una plancha de aluminio de 2 mm. de espesor tiene un área de 10 cm.² Si la atraviesan 75 cal./seg. y la temperatura de la cara más caliente es 100° C., ¿cuál es la temperatura de la cara más fría? *R.* 97° C.
4. Las paredes de un refrigerador tienen un área total de 15,000 cm.² y un espesor de 10 cm. Su conductibilidad térmica es 0.0013 cal./cm.² seg. ° C. La temperatura interior es 3° C. y la exterior 23° C. ¿Qué cantidad de hielo es necesario almacenar diariamente en su interior para mantener constante esa diferencia de temperatura? *R.* 42.12 kg.
5. Una vasija de aluminio tiene en el fondo un diámetro de 16 cm. y un espesor de 4 mm. Contiene 2 *l* de agua a 80° C. Si la temperatura en la superficie exterior es de 110° C., (*a*) ¿qué tiempo tardará el agua en empezar a hervir? (*b*) ¿qué cantidad de agua hervirá por seg.? *R.* 7.9 seg., 281 gm./seg.
6. La temperatura del filamento de una lámpara incandescente es 2,453° C. Si se comporta como un cuerpo negro, ¿qué cantidad de calor irradia por seg. cada cm.² de su superficie? *R.* 4.06 cal.
7. Una bola cuya área es 100 cm.² irradia energía calorífica a razón de 10 cal./seg. ¿Cuál es su temperatura si se comporta como un cuerpo negro? *R.* 250° C.

En qué consiste la fuerza centrípeta
Enunciar los principios
Haga 1 cuadro sinóptico sobre el equilibrio
Qué es una máquina, Haga diferencia ÷ torsión
motor y resistente
Qué son los palancales clasifíquelos.
Explique el concepto de fricción. Diga sus ventajas
des y equivalencias
[illegible] el resultado de la variación de [illegible]
Cuales son los métodos calorimetros
Temperatura [illegible]
Cambios de clase [illegible]

INDICE DE MATERIAS