COLECCIÓN G. M. BRUÑO

ARITMETICA

CURSO MEDIO

PARIS
Procuraduría general
78, Rue de Sèvres, 78

COLECCION G. M. BRUÑO

ARITMETICA

CURSO MEDIO

CON

Cálculo Mental y Numerosos Ejercicios

POR

G. M. BRUÑO

EDITORES
Y DISTRIBUIDORES PARA EL OCCIDENTE COLOMBIANO
FÉLIX DE BEDOUT E HIJOS

ARITMETICA

Definiciones preliminares

1. Aritmética es la ciencia que trata de la expresión, cálculo y propiedades de las cantidades consideradas como números.

2. Cantidad.—Llámase *cantidad* todo lo que es susceptible de aumento o de disminución.

Por ejemplo, *la longitud de una calle, la población de una ciudad,* etc.

3. Medir una cantidad es compararla con otra conocida y de la misma especie, que se llama *unidad.*

4. Unidad.—*Unidad* es la cantidad conocida con la cual se comparan todas las cantidades de la misma especie.

Por ejemplo, si se quiere contar los árboles de una alameda, los metros que tiene una pieza de paño, etc., la *unidad* será un *árbol,* un *metro.*

5. Número.—Llámase *número* el resultado de comparar una cantidad con la unidad de su especie.

Un número puede ser *dígito* o *compuesto.*

Número *dígito* es el que consta sólo de una cifra; número *compuesto* es el que consta de más.

Los números cinco (5), nueve (9), etc., son *dígitos;* los números quince (15), ciento veinte (120), etc., son *compuestos.*

6. De la comparación de una cantidad con su unidad pueden resultar tres clases de números: 1.º *el entero*, 2.º *el quebrado*, y 3.º *el mixto*.

Resulta un número **entero** cuando la cantidad medida contiene la unidad un número exacto de veces.

Como *tres* vasos, *diez* hombres.

Se tiene un **quebrado** cuando la cantidad es menor que la unidad.

Como *un tercio* de litro, *tres quintos* de kilogramo.

Resulta un número **mixto** cuando la cantidad medida contiene la unidad una o varias veces, y además una o varias partes de la unidad.

Por ejemplo, *dos* metros y *medio*.

Estas tres clases de números se dividen en *abstractos* y *concretos*.

7. Número **abstracto** es aquél en que no está determinada la naturaleza de la unidad.

Por ejemplo, *cuatro, dos tercios*.

8. Número **concreto** es aquél en que está determinada la naturaleza de la unidad.

Como *cuatro palomas, dos tercios de litro*.

Los números concretos son **homogéneos** cuando se refieren a unidades de una misma especie.

V. g.: cinco *libros*, veinte *libros*.

Y son **heterogéneos** cuando se refieren a unidades de distinta especie.

Como veinte *sombreros*, quince *cuadernos*.

PARTE I

NUMEROS ENTEROS

NUMERACION

9. Definición.—*Numeración* es la parte de la Aritmética que enseña a expresar o nombrar y a escribir los números.

La numeración se divide en *hablada* y *escrita*.

Numeración hablada

10. Definición.—*Numeración hablada* es el arte de expresar los números con algunas palabras, empleadas solas o convenientemente combinadas.

Las palabras con que se expresan los números se llaman *nombres de los números*.

11. Formación de los números enteros.—La unidad se expresa por la palabra *uno*. El número *uno* es la *unidad simple* o de *primer orden*. Para formar los números se añade la unidad a sí misma, luégo otra unidad al grupo de las dos primeras, y así sucesivamente.

Así, *uno* añadido a *uno* da *dos; uno* añadido a *dos* da *tres; uno* añadido a *tres* da *cuatro*, y así en adelante; de modo que, añadiendo una unidad a cada número ya encontrado, se forma un nuevo número.

La serie de los números enteros es ilimitada.

12. Los nombres de los nueve primeros números, son: **uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve.**

Cada uno de los nueve primeros números expresa *unidades simples* o de *primer orden.*

13. El número siguiente se llama *diez* o *decena;* es la unidad de *segundo orden,* que se compone de diez unidades simples.

1.º Por *decenas* se cuenta del mismo modo que se cuenta por unidades simples; se dirá, pues: *una decena, dos decenas*.... hasta *nueve decenas.*

El uso ha reemplazado estas expresiones con las siguientes: *diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa.*

2.º Los nombres de los *nueve números* comprendidos entre dos decenas consecutivas se forman añadiendo al nombre de cada decena el de las nueve unidades simples, de esta manera: *treinta y uno, cuarenta y seis*...., hasta *noventa y nueve.*

14. Nota.—1.º El uso ha querido que en vez de decir *diez y uno, diez y dos, diez y tres, diez y cuatro, diez y cinco,* se diga *once, doce, trece, catorce, quince;* los demás números hasta *veinte* siguen la formación ordinaria: *diez y seis, diez y siete,* etc.

2.º Desde *veinte* hasta *treinta,* los números se expresan en una sola palabra: *veintiuno, veintidós, veintitrés*.... *veintinueve.*

15. El conjunto de diez decenas se llama *centena* o *ciento;* es la unidad de *tercer orden.*

1.º Se cuenta por *centenas* como se contó por *decenas* y por *unidades simples,* diciendo: *una centena, dos centenas*...., *nueve centenas,* o más simplemente: *ciento, doscientos, trescientos, cuatrocientos, quinientos, seiscientos, setecientos, ochocientos, novecientos.*

2.º Los nombres de los números comprendidos entre dos centenas consecutivas se forman añadiendo al nombre de cada centena el de los noventa y nueve primeros números; v. gr.: *ciento uno, ciento dos, ciento noventa y nueve*...., *novecientos uno, novecientos dos*...., hasta *novecientos noventa y nueve.*

3.º El grupo de los tres primeros órdenes de unidades constituye la *clase de las unidades simples.*

16. El conjunto de diez centenas se llama *mil, millar* o *unidad de segunda clase.*

1.º La clase *de los millares,* así como la de las unidades simples, se compone de *unidades, decenas y centenas,* las cuales constituyen los *órdenes* 4.º, 5.º y 6.º

2.º Los nombres de los números comprendidos entre dos millares consecutivos se forman añadiendo al nombre de cada colección de miles los nombres de los novecientos noventa y nueve primeros números.

3.º El conjunto de *diez centenas de mil,* o *mil millares,* se llama *millón* o *unidad de tercera clase.*

17. La clase de los *millones,* así como la de los *millares* y la de las *unidades simples,* se compone de *unidades, decenas* y *centenas,* las cuales constituyen los *órdenes* 7.º, 8.º y 9.º.

Los nombres de los números comprendidos entre dos millones consecutivos se forman añadiendo al nombre de cada colección de millones los nombres de los novecientos noventa y nueve mil novecientos noventa y nueve primeros números.

Continuando, sucesivamente se obtienen *millares de millón,* o *unidad de cuarta clase,* en seguida los *billones, millares de billón, trillones, millares de trillón,* etc.

18. Este sistema de numeración se llama *decimal,* fundándose en la siguiente *convención:*

Diez unidades de un orden forman una unidad del orden superior inmediato, y mil unidades de una clase forman una unidad de la clase superior inmediata.

Recíprocamente, una unidad de un orden vale diez unidades del orden inferior inmediato, etc.

Así diez unidades equivalen a una decena; cien unidades a una centena; una centena a diez decenas; un millar a diez centenas, etc.

Nota.—Por lo que antecede se ve que se han podido designar todos los números por medio de un reducido número de vocablos.

TABLA DE NUMERACION

8a clase	7a clase	6a clase	5a clase	4a clase	3a clase	2a clase	1a clase
24 23 22 orden	21 20 19 orden	18 17 16 orden	15 14 13 orden	12 11 10 orden	9° 8° 7° orden	6° 5° 4° orden	3° 2° 1 orden
6 3 8	1 2 7	3 9 4	2 3 7	8 6 7	5 2 3	6 7 5	4 7 8
centenas decenas unidades	centenas decenas unidades	centenas decenas unidades	centenas decenas unidades	centenas decenas unidades	centenas decenas unidades	centenas decenas unidades	centenas decenas unidades
de millar de trillón	de trillón	de millar de billón	de billón	de millar de millón	de millón	de millar	simples
4° período trillones		3er período billones		2° período millones		1er período unidades	

Numeración escrita

19. Definición.—*Numeración escrita* es el arte de representar los números por medio de ciertos signos convencionales llamados *cifras, o guarismos.*

Estos signos son las cifras *arábigas* (1) *siguientes:*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis	siete	ocho	nueve	cero

Las nueve primeras cifras se llaman *significativas* porque representan por sí mismas un valor.

El *cero* no tiene valor ninguno ni por sí, ni antepuesto a otro número; es una cifra *insignificativa* o *auxiliar* cuyo oficio es ocupar el lugar de cualquier orden, cuando no haya unidades de este orden en un número.

20. Las cifras 2, 4, 6, 8, se llaman *pares.*

Las cifras 1, 3, 5, 7, 9, se llaman *impares.*

21. Valor absoluto y valor relativo.—Cada cifra significativa tiene dos valores: el uno *absoluto* y el otro *relativo.*

Valor absoluto de una cifra es el que depende de la forma que tiene; conserva este valor en cualquier lugar en que se encuentre.

V. g.: en los números 402 y 14, el 4 siempre valdrá 4, y no 3 ni 5, etc.

Valor relativo o *local* de una cifra es el que depende del lugar que ocupa en un número.

Así, en el número 6408, el valor absoluto del primer guarismo de la izquierda es 6, su valor relativo es 6 unidades de millar; asimismo, el valor absoluto del segundo guarismo es 4, y su valor relativo es 4 centenas. etc.

22. Convención.—La numeración escrita se funda en la convención siguiente:

Toda cifra escrita a izquierda de otra representa unidades diez veces mayores que las que expresa ésta.

De este principio resulta que si la primera cifra representa *unidades simples,* la que la sigue a la izquierda representará *decenas;* la tercera, *centenas,* etc.

(1)—Estas cifras se llaman *arábigas* porque fueron los Arabes quienes las introdujeron en Europa en el siglo X.

Así, en el número 624, el 6 representa centenas; el dos, decenas, y el 4 unidades; y en el número 4009, el 4 representa millares; y el 9 unidades.

Luego se necesita una cifra para representar un número que no tiene más que unidades, dos para el que tiene decenas, etc.

23. ESCRITURA DE UN NUMERO.—Para representar un número, se escriben sucesivamente de izquierda a derecha las centenas, decenas y unidades de cada clase, empezando por la clase superior, y colocando ceros en los lugares que carecen de unidades.

Para representar, por ejemplo, el número *cuatrocientos cinco,* se escribirá 405.

Y para representar el número *cuatro mil seis millones veinte mil quinientas unidades,* se dispondrán los guarismos del modo siguiente: 4 006 020 500.

24. LECTURA DE UN NUMERO.—I. Para leer un número de tres guarismos, se **enuncian separadamente las centenas, las decenas y las unidades.**

Así, 739 se leerá: *setecientas treinta y nueve unidades.*

II.—Para leer un número cualquiera. 1º **Se divide el número en grupos de a seis cifras, empezando por la derecha; entre el primero y el segundo grupo, y en la parte inferior, se escribe el número 1 que representa los millones; entre el segundo y el tercero, el número 2 que representa los billones; entre el tercero y el cuarto el número 3 que representa los trillones, etc.**

Cada grupo de a seis cifras se subdivide en dos de a tres, con un punto o con una coma, para separar los millares. La última sección puede constar de sólo una o dos cifras.

2º **En seguida, empezando por la izquierda, se leen sucesivamente las diferentes secciones, posponiendo la palabra** mil **donde se encuentra un punto,** millón **donde se encuentra la cifra 1; billón donde hay el 2, etc.**

Así, el número 4 203 000 963 005 430 728 se dispondrá del modo siguiente: $4_3 203.000_2 963.005_1 430.728$, y se leerá: *Cuatro trillones—doscientos tres mil billones—novecientos sesenta y tres mil cinco millones—cuatrocientos treinta mil setecientas ventiocho unidades.*

25. Nota.—De los principios de la numeración resulta que *para que un número entero sea* 10, 100, 1000.... *veces mayor, basta escribir a la derecha de este número, uno, dos, tres.... ceros.*

Ejemplo: Sea el número 25.

Si se agrega un cero a la derecha, resulta el número 250. Al principio teníamos 25 unidades, y ahora, 25 decenas; siendo las decenas diez veces mayores que las unidades, el número 250 es, por lo tanto, diez veces mayor que 25.

Un raciocinio análogo probaría que, agregando dos ceros, el número se hace cien veces mayor, etc.

Del mismo modo se demostraría que *para hacer* 10, 100, 1000, etc., *veces menor un número que termina por ceros, basta quitar uno, dos, tres, etc., ceros de la derecha.*

Cifras romanas

26. Para representar los números, los Romanos usaban las cifras siguientes:

	I	V	X	L	C	D	M
cuyo valor es:	1	5	10	50	100	500	1000.

La escritura de los números por medio de las cifras romanas se funda en las siguientes convenciones.

27. CONVENCIONES.—I. Si a la derecha de una cifra se escribe otra de valor igual o menor, el valor que representa ésta se agrega al valor de la primera.

Así, los números	III,	XV,	XXVII,	CLXI,	MDCCXVI,
se leen	3	15	27	161	1716

Es de advertir que no se repiten los caracteres V, L y D, y que los demás no se repiten más de tres veces seguidas.

28. II.—Si a la izquierda de una cifra se escribe otra menor, el valor de aquélla queda disminuído en el valor de ésta.

No se restan las cifras V, L, D.

Los números	IV,	XL,	XCI,	CDXIX,	MDCCCXCVIII,	MCMIX
se leen:	4	40	91	419	1898	1909

29. **III.—Una rayita encima de una cifra le hace representar miles; dos rayitas, millones, etc.**

Los números	$\overline{\text{III}}$,	$\overline{\overline{\text{VII}}}$
representan	3.000	7.000.000

Sin embargo los números 1 000, 2 000, 3 000 suelen escribirse M, MM, MMM.

EJERCICIOS

1. ¿Qué es Aritmética?
2. ¿Qué es unidad?—Dense varios ejemplos.
3. ¿Qué es número?
4. ¿Qué es número entero?—ejemplo.
5. ¿Qué es número concreto?—ejemplo.
6. ¿Qué es número abstracto?—ejemplo.
7. ¿Qué son números homogéneos?—ejemplo.
8. ¿Qué es numeración?
9. ¿Qué nos enseña la numeración hablada?
10. ¿Qué nos enseña la numeración escrita?
11. ¿Cómo se llama este sistema de numeración, y por qué?
12. ¿Cuántos valores tiene una cifra significativa?
13. ¿Qué se llama valor absoluto—valor relativo?
14. ¿Cuál es el oficio del cero?
15. ¿Cuáles son las cifras *pares—impares?*
16. ¿En qué convención se funda la numeración escrita?
17. ¿Cómo se escribe un número?
18. ¿Cómo se lee un número?
19. ¿Cómo se hace un número 10, 100, 1000, etc. veces mayor?
20. Cuando un número remata en ceros, ¿cómo se lo hace 10, 100, 1000, etc. veces menor?

21. ¿Qué orden de unidades representan: las decenas de unidades;—las unidades simples;—las centenas de millar?

22. ¿Qué orden de unidades representan: las decenas de millar;—las centenas;—las decenas de millón?

23. ¿Cuántos ceros deben escribirse a la derecha de la cifra 1 si se quiere representar una decena;—un millar;—una centena;—un millón?

24. Nómbrese la unidad de primer orden de la 1ª clase;—de 2º orden de la 2ª clase;—de tercer orden de la 3ª clase;—de primer orden de la 2ª clase.

25. ¿De qué orden y clase son: las decenas de unidades;—las centenas de millón;—las unidades de millar;—las decenas de millar;—las unidades de millón;—las decenas de millón;—las centenas de unidades?

26. ¿A qué orden pertenecen: las decenas de unidades;—las unidades de millar;—las centenas de millar;—las decenas de millar;—las unidades de millón;—las centenas de unidades;—las decenas de millón;—las unidades de billón?

27. ¿Cuántas cifras se necesitan para escribir los números en que las unidades del orden superior representan: centenas de unidades;—decenas de millar;—unidades de millón?

28. ¿Qué orden de unidades representa la primera cifra de la izquierda en un número: de tres cifras;—de cinco cifras;—de dos cifras;—de seis cifras;—de diez cifras?

29. ¿Qué se llaman cifras romanas?

30. ¿En qué convenciones se funda la escritura de los números por medio de las cifras romanas?

Escríbanse con cifras arábigas los números siguientes:

31. 1º Tres mil doscientas setenta unidades.
    2º Tres mil doscientas siete unidades.
    3º Mil quinientas quince unidades.
    4º Tres mil veintisiete unidades.
    5º Seis mil ciento dos unidades.

32. 1º Cien mil sesenta unidades.
    2º Ciento veintiséis mil siete unidades.
    3º Ochocientas diez y siete mil trescientas nueve unidades.

33. 1º Novecientas cuarenta y cinco mil seiscientas ochenta y tres unidades.

2º Novecientas cuarenta mil seiscientas unidades.
3º Novecientas mil tres unidades.

3º Cinco millones ocho mil doscientas unidades.

34. 1º Un millón ochocientas mil unidades.
2º Un millón ochocientas unidades.
4º Cinco millones setecientas mil novecientas cincuenta unidades.
5º Trece millones novecientas cincuenta y ocho mil cuatrocientas treinta y dos unidades.
6º Noventa millones seiscientas cincuenta y cuatro mil unidades.

35. Mil millones.

Léanse los números siguientes:

36. 1º 540
2º 908
3º 1.520
4º 7.009

37. 1º 47.028
2º 70.500
3º 105.000
4º 308.570

38. 1º 1.340.524
2º 13.000.000
3º 970.545.715
4º 897.002.019

39. 1º 4.000.000.000
2º 25.040.574.099
3º 70.021.037.000
4º 81.000.420.908

40. 1º 456.000.078.224
2º 15.002.498.000.590

Hágase sucesivamente 10, 100 *y* 1000 *veces mayor cada uno de los números siguientes:*

41. 1º 5
2º 90
3º 108
4º 1.800
5º 49.052
6º 583.048

42. 1º 405
2º 1.000
3º 40.008
4º 845.000
5º 19.000.420
6º 325.604.548.025

Hágase sucesivamente 10, 100 *y* 1000 *veces menor cada uno de los números siguientes:*

43. 1º 345.000
2º 1.000.000
3º 45.382.000
4º 125.045.000

44. 1º 80.000
2º 18.495.000
3º 400.000.000
4º 845.048.256.000

Escríbanse con cifras arábigas los números siguientes:

45. 1º XIV
2º XIX
3º XXII
4º LXVIII
5º XLIX
6º LXXV

46. 1º CXCVIII
2º CDXIII
3º MDLVII
4º MDCCXIX
5º MDCCCLXXVI
6º MCMXI

Escríbanse con cifras romanas los números siguientes:

47. 1º 12
2º 19
3º 16
4º 34
5º 42
6º 49

48 1º 72
2º 89
3º 94
4º 436
5º 214
6º 759

49. 1º 1.500
2º 1.647
3º 1.475
4º 1.641
5º 1.880
6º 1.911

OPERACIONES CON LOS NUMEROS ENTEROS

Definiciones

30. Operaciones aritméticas.—Llámanse *operaciones*, en Aritmética, las diversas combinaciones que se hacen con los números, cuando se quiere buscar algún resultado.

Las operaciones fundamentales son cuatro: *adición, sustracción, multiplicación* y *división.*

31. Problema.—*Problema* es una cuestión que tiene por objeto buscar cantidades desconocidas, valiéndose para ello de otras conocidas.

Las cantidades conocidas son los *datos* del problema.

La resolución de un problema comprende la solución y el cálculo.

Llámase *solución* el raciocinio o *análisis* del problema, y la indicación de las operaciones que se deben efectuar.

Cálculo es la ejecución de las operaciones indicadas en la solución.

32. Prueba.—*Prueba* de una operación es otra operación que tiene por objeto cerciorarse de la exactitud de la primera.

La prueba no da siempre *certidumbre absoluta* de la exactitud de una operación, como lo veremos a continuación.

I.—ADICION

Noción de la adición

33 Definición.—*Adición* es una operación que tiene por objeto reunir varios números de una misma especie en uno solo, llamado *suma* o *total.*

Si se quiere saber, por ejemplo, cuántos niños hay en tres clases de las cuales la primera tiene 45, la segunda, 62, y la tercera, 84, se debe ejecutar una **adición, reuniendo los números** 45, 62 y 84 en uno solo.

34. Sumandos.—Las cantidades que han de añadirse unas a otras se llaman *sumandos.*

En la suma de números concretos, los sumandos han de ser cantidades de una misma especie, u homogéneas.

Así, se pueden sumar *pesos* con *pesos*, *metros* con *metros*, *botellas* con *botellas*, pero no pesos con metros ni con botellas.

35. Signo de la adición.—La adición se indica con el signo + que se lee *más*, el cual se coloca entre los números que deben sumarse.

Así, para indicar la suma de 3, 4 y 7, se escribe:

$$3 + 4 + 7$$

Que se lee: *tres más cuatro más siete.*

36. Igualdad.—Dos rayitas horizontales = forman el signo de *igualdad*, que se lee *igual a*, e indica que la cantidad o cantidades que le preceden son iguales a las que le siguen.

Si escribo: $3 + 4 + 7 = 14$

resulta una *igualdad.* La parte $3 + 4 + 7$ es el *primer miembro*, y 14, el *segundo miembro.*

Práctica de la adición

Consideraremos los casos siguientes:

37. Caso I.—Suma de dos números dígitos.— Se encuentra la suma de dos números dígitos por medio de la *Tabla de adición.*

TABLA DE ADICION

Las bandas que están en sentido horizontal se llaman filas.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Las columnas que están en sentido vertical se llaman hileras.

Si se quiere saber, por medio de la tabla, cuánto suman 7 y 5, por ejemplo, se busca el número 7 en la primera fila horizontal y se baja verticalmente la hilera correspondiente a dicho número hasta la quinta fila; 12 es la suma buscada.

Del propio modo se procederá para encontrar la suma de 5 y 7, y así en adelante.

38. CASO II.—Suma de un número dígito con cualquier otro número.—**Para sumar un número dígito con cualquier otro número, se añade el primero a la cifra de las unidades simples del segundo.**

Si ocurriere que esta suma resulta mayor que 9, se suma la decena con las decenas del segundo número.

Así, para sumar 6 con 342 se añade 6 a 2, y resulta la suma 348.

Para sumar 8 con 347, se dirá: **8 y 7 son 15; escribo 5 y** llevo 1 decena; 1 y 4 son 5, etc.

39. CASO III.—Suma de varios números cualesquiera.

Súmense: 847, 292 y 759.

Claro está que la suma de estos números consta de la suma de las unidades, de las decenas y de las centenas.

$$\left.\begin{array}{r} 847 \\ +292 \\ +759 \end{array}\right\} \textit{Sumandos.}$$
$$\begin{array}{r} 1\,898 \end{array} \quad \textit{Total.}$$

Por lo tanto, escribo primero los sumandos unos debajo de otros, colocando las unidades debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, etc. Tiro una raya debajo de los sumandos, y empiezo por la derecha diciendo:

7 unidades más 2 unidades son 9 unidades, más 9 unidades son 18 unidades. En 18 unidades hay 8 unidades que escribo debajo de las unidades, y 1 decena que llevo a la columna de las decenas.

Una decena y 4 decenas son 5 decenas, y 9 decenas son 14 decenas, y 5 decenas son 19 decenas. En 19 decenas hay 9 decenas que escribo debajo de las decenas, y una centena que llevo a la columna de las centenas.

Una centena y 8 centenas son 9 centenas, y 2 centenas son 11 centenas, y 7 centenas son 18 centenas que escribo.

El total es 1.898.

En la *práctica*, se dice:

7 y 2....9 y 9....18, escribo 8 y llevo 1;
1 y 4....5 y 9....14 y 5....19, escribo 9 y llevo 1;
1 y 8....9 y 2....11 y 7....18, que escribo.

40. REGLA.—Para sumar varios números cualesquiera, se escriben los sumandos unos debajo de otros, de modo que las unidades de mismo orden vayan en una misma columna; se tira una rayita debajo del último sumando, y se escribe el resultado debajo de esta raya.

Empezando por la derecha, se suman las cifras de la columna de las unidades; si la suma no pasa de 9, se escribe íntegra; si pasa de 9, se escriben sólo las unidades, reservando las decenas que resulten, para sumarlas con las cifras de la columna siguiente.

Se suman del mismo modo las demás columnas, y debajo de la última se escribe íntegro el total que resulte.

41. Nota.—Se empieza la adición por la columna de las unidades para que se puedan llevar a la columna de las decenas las que provienen de la adición de la primera columna, y las centenas que provienen de la segunda columna se puedan llevar a la de las centenas, etc.

Cuando hay muchos sumandos, se puede, para facilitar el cálculo, formar varios grupos y hacer sumas parciales, escribir el resultado de cada adición parcial y sumar luego estos resultados.

42. Prueba de la adición.—La prueba de la adición puede hacerse principalmente de los dos modos siguientes:

1.º Repitiendo la operación de *abajo arriba*, como lo manifiesta el ejemplo adjunto.

22.481	*Prueba.*
7.642	
8.975	
426	
5.438	
22.481	*Total.*

2.º Cuando hay muchos sumandos, se pueden formar con ellos grupos de 3, 4, 5.... que se suman separadamente. Después se reunen en uno solo todos los totales parciales. El último resultado debe ser igual a la primera suma encontrada.

12.324	
925	1 .191
4.942	
25.015	
98	29.839
4.726	
48.030	48.030

Cálculo mental en la adición

1.º *Suma de un número exacto de decenas, centenas, etc., con otro número exacto de decenas, centenas, etc.*

Para sumar números exactos de decenas, centenas, etc., se suman las decenas, las centenas, etc. y se expresa el resultado en unidades.

Para sumar, por ejemplo, 40 y 70, se dice 4 y 7, **11**, **110**.
Asimismo, para sumar 600 y 900, se dice 6 y 9, **15**, **1.500**.

2.º *Suma de un número dígito con un número exacto de decenas.*—A las decenas se añaden las unidades.

20 y 4, 24; 40 y 8, 48; 70 y 6, 76; 120 y 5, 125; etc.

3.º *Suma de un número exacto de decenas con cualquier otro número.*—Se suman las decenas y se añaden las unidades.

$20+45=(20+40)+5=65$; $40+78=(40+70)+8=118$

4.º *Suma de dos números que constan de decenas y unidades.*—Al primer número se añaden las decenas y luego las unidades del segundo; o se suman separadamente las decenas y las unidades y se suman los dos resultados.

$18+13=(18+10)+3=31$; $45+38=(45+30)+8=83$; etc
o $18+13=(10+10)+(8+3)=20+11=31$;
$45+38=(40+30)+(5+8)=70+13=83$.

5.º *Suma de dos números cualesquiera.*—Para sumar, por ejemplo, 45 con 123, puede descomponerse 45 en $40+5$; entonces tendremos:

$123+40=163$; $163+5=168$.

6.º Cuando en una suma, como ocurre en los ejemplos siguientes, *hay números cuya suma es igual a* 10 *o a cualquier número exacto de decenas*, se agrupan mentalmente estos números, para facilitar la operación.

EJEMPLOS.—1o. Súmense $4+7+6+3$.
Diremos: 4 y 6, 10; 7 y 3, 10; 10 y 10, 20.
2.º *Súmense* $17+12+3+8$.
Diremos: 17 y 3, 20; 12 y 8, 20; 20 y 20, 40.

Nota.—Generalmente no se emplea exclusivamente el cálculo mental; a proporción que se obtiene un resultado, se lo escribe, y se combina el cálculo mental con el cálculo escrito.

EJERCICIOS ORALES

50. ¿Cuántas operaciones fundamentales hay?

51. ¿Cuáles son estas operaciones?

52. ¿Qué es sumar?

53. ¿Cómo se llaman los números que se suman?

54. ¿Qué deben ser los sumandos?

55. ¿Cómo se escriben los sumandos?

56. ¿Cómo se llama el resultado de la operación de sumar?

57. ¿Por qué se empieza la adición por la derecha?

58. ¿Cuándo es indiferente empezarla por cualquier columna?

59. ¿De qué naturaleza son las unidades de un total?

60. ¿Qué cambio resulta en el total, cuando se agrega un número a uno de los sumandos?

61. Si a un total se agregan todos los sumandos, ¿qué será el nuevo total respecto del primero?

62. ¿Qué indica el total, cuando se añade la ganancia al precio de compra?

63. ¿Qué indica el total, cuando se añade la pérdida al precio de venta?

64. ¿Qué es prueba de una operación?

65. ¿Cómo se hace la prueba de la adición?

Cálculo mental

66. Efectúense oralmente las sumas siguientes:

1º 8 + 7	3º 9 + 8	5º 5 + 7
2º 7 + 6	4º 6 + 9	6º 8 + 9

67. Añádase 3 a 2, y luego a cada uno de los números obtenidos, hasta alcanzar 74.

68. Añádase 5 a 3, y luego a cada uno de los números obtenidos, hasta obtener 58.

69. Añádase 7 a 4, y luego a cada uno de los números obtenidos, hasta alcanzar 81.

70. Añádase 9 a 3, y luego a cada uno de los números obtenidos, hasta obtener 93.

71. Efectúense las sumas siguientes:

1º 20 + 30	4º 70 + 80	7º 70 + 50
2º 40 + 50	5º 80 + 90	8º 110 + 40
3º 50 + 20	6º 90 + 50	9º 240 + 70

72. Efectúense las sumas siguientes:

1º 20 + 12	4º 50 + 48	7º 100 + 99
2º 30 + 15	5º 60 + 52	8º 210 + 82
3º 40 + 28	6º 80 + 49	9º 340 + 154

73. Efectúense las sumas siguientes:

1º 12 + 13	4º 54 + 18	7º 86 + 25
2º 35 + 24	5º 65 + 35	8º 97 + 83
3º 48 + 32	6º 71 + 49	9º 92 + 97

74. Efectúense las sumas siguientes:

1º 300 + 200	3º 500 + 700	5º 800 + 900
2º 400 + 600	4º 700 + 800	6º 900 + 500

75. Efectúense las sumas siguientes:

1º 6+7+4+3	4º 3+6+4+7
2º 8+5+2+6	5º 4+9+6+1+7+3
3º 7+8+3+2	6º 8+7+2+3+5

76. Súmense los números siguientes:

1º 87 + 15	3º 266 + 147
2º 124 + 42	4º 342 + 453

77. Carlos ha estudiado 19 renglones por la mañana y 12 por la tarde; ¿cuántos ha estudiado en todo?

78. Pedro tiene 12 plumas; si compra otras 11, ¿cuántas tendrá?

79. Se han repartido 25 pizarras entre los alumnos de una clase y quedan todavía 12; dígase el número total.

80. En una cesta hay 13 naranjas y 11 en otra; ¿cuántas naranjas hay en ambas cestas?

81. En mi jardín hay 8 perales, 7 ciruelos y 12 melocotoneros; ¿cuántos árboles frutales hay?

82. Dígase la suma que tiene Pablo, si en su portamonedas hay $ 40 en oro y $ 15 en plata.

83. Un jardinero cosecha 45 ciruelas y quedan todavía 12 en el árbol; ¿cuántas había?

84. En un corral hay 18 gallinas, 12 patos y 8 pavos; ¿cuántas aves hay en todo?

85. Cuatro cajas contienen respectivamente 24, 36, 18 y 12 lápices; dígase el número total de lápices.

EJERCICIOS POR ESCRITO

Efectúense las sumas siguientes:

86	79.825	**87**	654.789	**88**	5.276	**89**	237.864
	747.365		773.212		576.423		49.874
	984.576		564.342		760.554		895.597

90	576.794.652	**96**	235.789	**101**	574.854.958
	467.887.789		854.756.276		76.875
	689.975.898		876.254		577.784.979
91	577.235.467		6.307		6.452.324
	689.898.596		676.287.984		791.327.451
	845.976.375	**97**	745.650.807	**102**	87.567
92	754.650.827		79.089		397.727.436
	675.798.354		750.607.984		543.879.647
	757.654.976		7.824.253		847.718
93	824.927.552		765.654.807		590.079.068
	937.654.674	**98**	677.094.854		958.673.875
	876.376.981		937	**103**	490.580
	8.198.396		687.924.877		874.965.477
94	456.258.987		4.607.899		242.675.589
	76.898		946.879.789		93.487
	5.789.543	**99**	76.754		723.429.524
	878.265.303		74.049.387		343.385.634
95	924.345.706		87.689	**104**	93.895
	56.227		8.487		714.097.607
	4.376.825		976.889.309		908.706.054
	896.269.824	**100**	75.437		876.793.879
	4.025		475.487.879		93.673
	158.432		87.088.965		793.879.653
	9.245.705		6.969		6.305
			374.807.497		145.789
					6.984.624

105	75.945	**108**	954.800	**111**	943.805.709
	347.785.549		674.985.774		500.400
	7.819.973		642.275.859		375.872.473
	837.493.547		73.849		129.878.347
	94.579		273.249.245		75.004
	698.975.654		433.835.643		478.972.819
106	493.058.970	**109**	23.779	**112**	97.876.681
	505.408		367.495.587		189.876.897
	735.287.437		430.056		577.649
	219.887.374		364.594.783		978.569.897
	47.050		549.378		46.387
	947.297.188		367.598.798		789.576.498
107	97.740.824	**110**	54.276	**113**	4.765
	85.796.530		4.568.947		896.497
	454.084.796		579.879.457		989.769.884
	976.084.785		78.456.974		870.452.374
	684.895.694		854.377.856		85.694.956
	892.017.925		975.084.917		784.954.350

Escríbanse y súmense los números siguientes:

114. Trescientas noventa unidades; mil ochocientas treinta y seis unidades, y doscientas nueve unidades.

115. Cuarenta y ocho unidades; mil cuatrocientas diez y ocho unidades; mil doscientas cincuenta y dos unidades, y novecientas noventa y una unidades.

116. Ochocientas dos unidades; dos mil doscientas setenta y dos unidades; mil doscientas diez y seis unidades, y quinientas treinta y nueve unidades.

117. Seiscientas diez unidades; mil setecientas treinta y seis unidades; cuatro mil ochocientas setenta y ocho unidades; setecientas una unidades; ochocientas treinta y tres unidades, y setecientas noventa y seis unidades.

118. Mil doscientas dos unidades; cinco mil quinientas cinco unidades; seiscientas setenta y ocho unidades; dos mil cincuenta y una unidades, y mil ciento nueve unidades.

119. Catorce mil trescientas veintinueve unidades; mil doscientas setenta y cinco unidades; trescientas ocho unidades; cuatrocientas veintiséis unidades, y mil trescientas nueve unidades.

120. Ciento diez y nueve mil noventa y cuatro unidades; doscientas tres mil seiscientas cuatro unidades; doscientas cincuenta y cinco mil doscientas diez y siete unidades; trescientas mil sesenta y cinco unidades, y setenta y ocho mil seiscientas unidades.

121. Cuatrocientas cincuenta mil doscientas veinte unidades; doscientas treinta y un mil ochenta y seis unidades; un millón doscientas sesenta y dos mil setecientas una unidades, y cuatrocientas un mil seiscientas diez y ocho unidades.

122. Noventa y nueve millones ciento veintisiete mil ochocientas seis unidades; setenta y tres millones ciento cincuenta y seis mil cuatrocientas veinticinco unidades; ciento treinta millones doscientas nueve mil noventa y seis unidades, y setenta y dos millones cuarenta y cinco mil catorce unidades.

123. Sesenta y cuatro mil cuatrocientas sesenta y siete unidades; diez mil quinientas veinte unidades; siete mil novecientas treinta y seis unidades; trece mil setecientas cuarenta y cuatro unidades; nueve mil novecientas cincuenta y cinco unidades, y once mil ochocientas veintidós unidades.

124. Quince mil trescientas veintiséis unidades; dos mil novecientas cincuenta y ocho unidades; cuatrocientas veintiuna unidades; seiscientas noventa y cuatro unidades; novecientas treinta unidades; dos mil doce unidades, y mil seiscientas treinta y ocho unidades.

125. Diez y seis mil cuatrocientas treinta y nueve unidades; setecientas diez y siete unidades; mil quinientas cincuenta unidades; mil seiscientas ochenta unidades; quinientas veintinueve unidades; dos mil veintinueve unidades; mil ochenta y seis unidades; quinientas diez unidades, y mil ciento cincuenta y ocho unidades.

Problemas

126. En un colegio hay 145 alumnos presentes; 15 están ausentes; dígase el número de matriculados.

127. ¿Cuál es el peso total de tres bultos si el primero pesa 75 kilogramos, el segundo 245 y el tercero 378?

128. Un regimiento de infantería tiene 324 hombres en el primer batallón, 290 en el segundo y 350 en el tercero; ¿de cuántos hombres consta este regimiento?

129. Se han cortado en un bosque 544 robles, 415 fresnos, 324 abedules y 424 pinos; ¿cuántos árboles se han cortado?

130. ¿Cuál es el peso de 4 bueyes si el primero pesa 430 kilogramos, el segundo 541, el tercero 619 y el cuarto 574?

131. Un regimiento de caballería tiene 325 caballos en el primer escuadrón, 290 en el segundo, y 360 en el tercero: ¿cuántos caballos tiene el regimiento?

132. Después de haber repartido 28 lápices a mis alumnos, me sobran 16; ¿cuántos tenía al principio?

133. Un tendero ha recibido 4 cajas de jabón; la primera pesa 125 kilogramos, la segunda 75, la tercera 147 y la cuarta 207. ¿Cuál es el peso de las cajas recibidas?

134. ¿Qué suma se necesita para pagar 4 deudas: la primera de $ 405, la segunda de $ 379, la tercera de $ 576 y la cuarta de $ 179?

135. Un joven pagó por un sombrero $ 4; por una capa, $ 15; por unos pantalones, $ 6; por un chaleco, $ 3, y por un par de botas, $ 7. ¿Cuál fue su gasto?

136. Un automóvil vale $ 4.000; otro, $ 3.200; y un tercero, $ 4.500. ¿Cuánto valen juntos?

137. ¿Cuál es la longitud total de 6 calles que miden: la primera, 342, metros; la segunda, 1.425; la tercera, 718; la cuarta, 856; la quinta, 1.895, y la sexta, 906?

138. Un cajero recibió $ 8.450 el lunes; $ 5.300 el martes; $ 3.625 el miércoles; $ 6.200 el jueves; $ 3.495 el viernes, y $ 2.748 el sábado. ¿Cuánto entró en caja durante la semana?

139. Aniceto tiene 12 años, ¿qué edad tendrá dentro de 27 años?

140. Julio nació en 1870; ¿en qué año cumplió los 34 de su edad?

141. Una bicicleta vale $ 200; otra vale tanto como la primera más $ 25; una tercera vale tanto como las dos primeras juntas. Dígase el precio de la tercera y de las tres juntas.

142. ¿Cuántos días ha tardado un labriego para desmontar un terreno, sabiendo que primero empleó 75 días, y después 49?

143. ¿Cuál es la longitud de una pieza de tela, sabiendo que después de haber vendido 45 metros quedan todavía 27?

144. Un comerciante ha comprado ropa por $ 164; ¿en cuánto debe revenderla para ganar $ 24?

145. De una bolsa se sacaron en una ocasión $ 24, y después $ 45, y quedan $ 79; ¿cuánto había en ella?

146. ¿Cuál es el número de árboles de una alameda que cuenta 395 manzanos, 247 capulíes, y 197 naranjos?

147. En un combate se han gastado 8.945 cartuchos, y quedan todavía 12.450; ¿cuántos había antes del combate?

148. Víctor saca primero $ 24 de su caja, luego $ 45, y le quedan $ 79; ¿cuánto dinero había en la caja?

149. ¿Cuántos árboles hay en un huerto que cuenta 395 manzanos, 247 naranjos y 197 perales?

150. Tres piezas de liencillo miden, la 1ª 105 metros; la 2ª 96 y la 3ª 104; ¿cuántos metros miden las tres juntas?

151. En una feria se han vendido 1.415 carneros, 148 vacas, 85 caballos, 247 bueyes, 105 asnos; ¿cuántos animales se han vendido por todo?

152. Manuel tiene $ 5.786; Alonso $ 3.794, y Teresa tanto como los dos primeros juntos; ¿cuánto tiene esta última, y cuánto todos tres?

153. Donato ha comprado paño, y lo revende en $ 6.218 perdiendo $ 143; ¿en cuánto lo había comprado?

154. Un hacendado compra dos rebaños de carneros: el uno de 38 cabezas por $ 584, y el otro de 42 cabezas por $ 626. Dos días después vende el primer rebaño en $ 780, y el segundo, en $ 826. Dígase: 1º el número de carneros; 2º el precio total de compra; 3º el precio total de venta.

II. — SUSTRACCION

Noción de la sustracción

43. Definición.—*Sustracción* o *resta* es una operación por medio de la cual se quita un número de otro de la misma especie.

La sustracción es una operación inversa de la adición, y puede también definirse así: Es una operación en la cual dada la suma de dos números y uno de ellos, se busca el otro.

Así, la operación por medio de la cual se averigua cuántas naranjas deben sacarse o separarse de un canasto que tiene 86, para que queden 34, se llama *sustracción*, porque para esto deben restarse 34 naranjas de 86.

44. Minuendo y sustraendo.—Llámase *minuendo* la cantidad de que ha de restarse o quitarse otra menor.

Sustraendo es el número que se resta del minuendo.

Si por ejemplo, se resta 7 de 19, 7 es el *sustraendo*, y 19 el *minuendo*.

45. Signo de la sustracción.—La sustracción se indica con el signo — que se lee *menos*.

Para indicar que de 19 se restan 7, se escribe 19—7, y se lee 19 *menos* 7.

46. El resultado de la sustracción se llama *resta*, o *exceso* del minuendo sobre el sustraendo, o *diferencia* de los dos números dados.

Práctica de la sustracción

Ocurren dos casos en la operación de restar:

47. Caso I. — Restar un número de otro cuando cada cifra del sustraendo es menor que su correspondiente del minuendo, o igual a ella.

Réstese 325 de 749.

749	*Minuendo*
—325	*Sustraendo*
424	*Diferencia*

Claro está que para obtener la diferencia de estos números, basta restar sucesivamente las unidades, decenas y centenas de 325 de las unidades, decenas y centenas de 749.

Quito 5 unidades de 9, y quedan 4; 2 decenas de 4, y quedan 2; 3 centenas de 7, y quedan 4; o más brevemente: 5 de 9, 4; 2 de 4, 2; 3 de 7, 4; la cantidad 424 representa la diferencia que hay entre los dos números propuestos.

48. Caso II.—Restar dos números cuando una o varias cifras del sustraendo son mayores que sus correspondientes del minuendo.

Entonces hay que aplicar el principio siguiente que se considera como evidente:

No se altera la diferencia de dos números cuando se les añade una misma cantidad.

Sea restar 3.849 de 6.456.

$$\begin{array}{r} 6.456 \\ -3.849 \\ \hline 2.607 \end{array}$$

Después de haber dispuesto los números como en el caso precedente, se ve que no pueden restarse 9 unidades de 6; añado entonces al 6 una decena o 10 unidades, lo cual da 16; 9 de 16, 7; como añadí una decena a las 6 unidades, debo añadir también una decena al 4 del sustraendo; 1 y 4 son 5, de 5 queda 0; 8 de 14 quedan 6, llevo 1 millar a los 3 del sustraendo; 1 y 3 son 4, de 6 quedan 2.

En la práctica se dice así:

de 9 a 16, van 7, y llevo una decena;
de 5 a 5, cero;
de 8 a 14, 6, y llevo un millar;
de 4 a 6, 2.

Este modo de restar se conoce con el nombre de método de *compensación.*

49. REGLA.—Para restar un número de otro, se escribe el sustraendo debajo del minuendo, de modo que vayan las unidades debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, etc.

Debajo del sustraendo se tira una raya para separarlo del resultado.

Se quitan sucesivamente las unidades, decenas, centenas, etc. del sustraendo, de las unidades, decenas, centenas, etc. del minuendo. Si una cifra del sustraendo es mayor que su correspondiente del minuendo, se añaden a ésta diez unidades de su orden, y por compensación, se añade una unidad de su orden a la cifra siguiente del sustraendo.

El número así obtenido es la diferencia de los números dados.

50. Prueba de la sustracción.—La prueba de la sustracción puede hacerse principalmente de dos modos:

1º. Por la adición.—Sumando la diferencia con el sustraendo, el total debe ser igual al minuendo.

$$\begin{array}{rr|l} & 1854 & \\ & -968 & \\ \cline{2-2} \textit{Diferencia:} & 886 & 1854\ \textit{Prueba} \end{array}$$

2º Por la sustracción.—Restando del minuendo la diferencia, el resultado debe ser igual al sustraendo.

	Operación	Prueba
	2908	2908
	—1439	—1469
Diferencia:	1469	1439 = *al sustraendo*

Cálculo mental en la adición y sustracción combinadas

1º *Resta de un número exacto de decenas de otro número exacto de decenas.*—Se restan las decenas, y se escribe un cero a la derecha del resultado.

Para efectuar las restas siguientes 50—20; 120—80, se dice:

5—2, 3, 30; 12—8, 4, 40.

2º *Resta de un número dígito de otro número comprendido entre* 9 y 19.—Se resta de 10 el número dígito y al resultado añádanse las unidades del minuendo.

Así para efectuar la resta 15—8, digo:

10—8, 2 y 5, 7; luego 15—8=7

Asimismo 17—9=(10—9) + 7=1 + 7=8.

3. *Resta de un número exacto de decenas de cualquier otro número.*—De las decenas del minuendo se restan las

del sustraendo, y al resultado se añaden las unidades del minuendo.

Para restar 30 de 95, resto 3 decenas de 9 y añado 5 unidades

Luego, 95—30=(9—3), 60+5=65.
Asi mismo, 138—80=(13—8), 50+8=58.

4º *Resta de un número cualquiera de un número exacto de decenas.*

1º 60—58=10—8=2; 80—76=10—6=4.
2º 60—45=(60—50+5=15; 120—95=(120—100)+5=25.

5º *Resta de dos números cualesquiera.*

Para restar, por ejemplo, 24 de 49, puedo restar 20 y 4;
49—20=29; 29—4=25.

Para restar, 93 de 425, se restará 100 y se añadirá 7, pues 93=100—7.
425—93=(425—100)+7=332.

Para restar 294 de 425 se restará 300 y se añadirá 6:
425—294=(425—300)+6=131.

6º *Suma de dos números cualesquiera.*

Para sumar, por ejemplo, 95 con 148, a 148 se añadirá 100 y se restará 5, ya que 95=100—5:
148+95=(148+100)—5=243.

Para sumar 6 425 y 193, a 6 425 se añadirá 200 y se restará 7
6.425+193=(6.425+200)—7=6.618.

EJERCICIOS DE SUMAR Y RESTAR

EJERCICIOS ORALES

155. ¿Qué es sustracción o resta ?

156. ¿Cómo se llama el número mayor—el número menor?

157. ¿Qué han de ser el minuendo y el sustraendo?

158. ¿Cuándo es indiferente empezar la sustracción por cualquier columna?

159. ¿Qué se obtiene: sumando el sustraendo con la diferencia;—quitando la diferencia del minuendo?

160. ¿Qué cambio sufre la diferencia de dos números: cuando se aumenta el minuendo;—cuando se disminuye;— cuando se aumenta el sustraendo;— cuando se disminuye?

161. ¿Cambia la diferencia de dos números: cuando se añade una misma cantidad a cada uno de ellos; — cuando se quita una misma cantidad a ambos números?

162. Si se añade 10 a un número y 6 a otro, ¿qué cambio sufre la diferencia de estos números?

163. Si se quita 6 de un número y 7 de otro menor, ¿qué cambio sufre su diferencia?

164. ¿Qué se obtiene sumando dos números con su diferencia?

165. La suma de los dos términos de una sustracción más la diferencia es 82, ¿cuál es el minuendo?

166. Si de la suma de dos números se quita la diferencia, ¿qué resulta?

167. La suma de dos números es 45, su diferencia es 15, ¿cuáles son estos dos números?

168. ¿Cómo se hace la prueba de la sustracción: 1º por medio de la adición; — 2º por medio de la sustracción?

CALCULO MENTAL

169. Del número 45 réstese 4, y hágase lo propio de cada una de las restas, hasta obtener la resta 1.

170. Del número 72 y de las restas que resulten, réstese 5, hasta obtener la resta 2.

171. Del número 95 y de las restas que resulten, réstese 7, hasta obtener la resta 4.

172. Efectúense mentalmente las restas siguientes:

1º 30—10	4º 70—50	7º 60—40.
2º 40—20	5º 80—50	8º 70—30.
3º 50—20	6º 80—30	9º 90—60.

173. Efectúense las restas siguientes:

1º 12—8	4º 43—6	7º 66—9
2º 21—4	5º 54—5	8º 67—7
3º 22—7	6º 55—8	9º 88—9

174. Efectúense las restas siguientes:

1º 25—10	4º 64—30	7º 91—50
2º 48—20	5º 75—40	8º 89—50
3º 57—30	6º 84—60	9º 99—70

175. Efectúense las restas siguientes:

1º 20—16	4º 50—37	7º 80—65
2º 30—17	5º 60—24	8º 70—58
3º 40—23	6º 70—48	9º 90—76

176. Efectúense las restas siguientes:

1º 20—11	4º 75—42	7º 145—99
2º 25—15	5º 88—54	8º 215—101
3º 47—25	6º 92—75	9º 387—196

177. Efectúense las sumas siguientes:

1º 25 + 22	4º 148 + 99	7º 515 + 410
2º 54 + 39	5º 258 + 101	8º 410 + 496
3º 84 + 65	6º 404 + 197	9º 497 + 392

178. Si de los 42 vales que tengo me quitan 7, ¿cuántos me quedarán?

179. Si de los 25 árboles que hay en el patio se cortan 8, ¿cuántos quedarán?

180. Un profesor premia a 28 de sus 40 alumnos; ¿cuántos son los que quedan por premiar?

181. De una cesta de 39 manzanas quito 25; ¿cuántas quedan?

182. Los 37 alumnos de una clase están repartidos en dos divisiones; si la primera tiene 21, ¿cuántos tiene la segunda?

183. Norberto tiene 13 vales, le quitan 8, gana 11 y le quitan otros 8; ¿cuántos tiene aún?

184. Sobre 67 libros, 48 son nuevos, y los demás, usados; ¿cuántos son éstos?

185. De una suma de $ 52 gasto $ 8, $ 15 y $ 22; ¿cuántos tengo aún?

186. He comprado un caballo y un coche en $ 700; si el coche sólo vale $ 500, ¿cuánto importa el caballo?

187. Un criado ahorra $ 200 sobre $ 525 que representan su sueldo; ¿cuánto ha gastado?

EJERCICIOS POR ESCRITO

Efectúense las restas siguientes:

188.	143.995—98.637	**197.**	3.428.782—1.872.639
189.	712.906—701.808	**198.**	1.600.833—1.524.228
190.	104.108— 98.601	**199.**	1.625.342—1.596.359
191.	941.607—857.209	**200.**	2.748.521—1.887.368
192.	604.391—602.795	**201.**	7.318.115—6.347.221
193.	1.306.221—998.308	**202.**	1.025.627—456.341
194.	2.096.300—1.421.253	**203.**	7.602.801—6.348.259
195.	1.112.623—1.098.349	**204.**	1.941.300—982.603
196.	1.402.883—1.397.789	**205.**	1.624.309—843.541

PROBLEMAS

206. ¿A qué número deben agregarse 54 unidades, para tener 560?

207. ¿Qué queda de una pieza de 20 pesetas, después de haber comprado 12 ptas. de carne y 4 ptas. de bacalao?

208. Un cocinero tenía 19 huevos; después de haber empleado 5 para tortilla y servido 6 pasados por agua, ¿cuántos tiene todavía?

209. Un viajero da $ 25 para pagar su asiento de ferrocarril y le devuelven $ 9. ¿Cuánto ha pagado por su asiento?

210. Un padre tenía 29 años al nacer su hijo. ¿Cuál será la edad del hijo cuando el padre cumpla 68 años?

211. En 1909, Honorio tenía 30 años; su hermano, 42; su hermana, 50; su madre, 70, y su padre, 73. ¿En qué año nacieron?

212. La suma de dos números es 17.603; siendo el número mayor 8.758, ¿cuál es el menor?

213. La diferencia de dos números es 3.629 y el minuendo 17.512. ¿Cuál es el sustraendo?

214. La suma de dos números es 40.900, y su diferencia, 4.100; ¿cuáles son estos números?

215. El Popocatepetl tiene 5.452 metros de altitud y el Nevado de Toluca 4.623. ¿Cuántos metros más de altura tiene el Popocatepetl que el nevado de Toluca?

216. Un ejército se componía de 54.600 hombres; se le incorporan dos regimientos, uno de 2.745 hombres y otro de 2.850; habiendo perdido el ejército 3.648 hombres en un combate, ¿cuántos soldados le quedan?

217. Una persona caritativa deja al morir 285.000 pesos; por testamento, lega a sus herederos $ 140.000; a un hospicio $ 5.400, y lo restante para la construcción de una escuela. ¿Qué suma corresponderá a esta obra?

218. En una tinaja de 500 litros, se echan sucesivamente 145, 152 y 184 litros. ¿Cuántos litros se necesitan para llenar la tinaja?

219. Un cajero que tenía $ 3.525 en caja, ha recibido en un día: $ 1.485, $ 3.642 y $ 987; el mismo día paga $ 4.216 y $ 98. ¿Cuánto le queda?

220. En un colegio de 140 alumnos hay 3 clases: la primera cuenta 25 alumnos; la segunda, 39; ¿cuántos alumnos hay en la tercera?

221. Dos costales de naranjas tienen, el 1º 380, y el 2º 504; ¿cuántas naranjas se pondrán en el primer costal para que tenga el mismo número que el 2º?

222. En dos costales hay el mismo número de naranjas que es de 130; si de uno de ellos se sacan 8 para ponerlas en el otro, ¿cuántas naranjas más habrá en éste que en aquél?

223. Un negociante ha comprado 220 metros de paño, y luego 310; vende 40 metros, y luégo, 150; ¿cuántos le quedan todavía?

224. La suma de tres números es igual a 695; la suma de 2 de ellos es 575, y uno de éstos es 325. ¿Cuáles son los otros dos?

225. Un mercader vende 645 cubiertos; la 1ª vez entrega 340, y 178 la 2ª; ¿cuántos le faltan por entregar?

226. Una persona tiene $ 3.300 de rentas. Sabiendo que gasta $ 1.880 para su manutención, $ 200 para su alojamiento, $ 400 para vestirse, y $ 500 para varios gastos; dígase cuánto le queda al fin del año.

227. Una persona piadosa tiene un capital de $ 15.860; deja $ 6.700 a sus parientes, $ 5.400 a una comunidad, y lo demás a los pobres; cuánto recibirán éstos?

228. Patricio debe $ 400 a un acreedor, $ 220 a otro, y $ 40 a un tercero. Toma a préstamo $ 100, y después de haber pagado sus deudas le quedan aún $ 31. ¿Cuánto tenía?

229. Por cierto trabajo, 4 obreros han recibido $ 1.200: al primero le han cabido $ 180; al segundo $ 50 más que al primero; el tercero ha recibido $ 30 menos que los dos primeros juntos, y el cuarto ha recibido lo demás. Dígase lo que le ha cabido a cada uno.

III. — MULTIPLICACION

Nociones generales

51. Definición. — *Multiplicación* es una operación por la cual se toma un número llamado *multiplicando* tantas veces como unidades tiene otro llamado *multiplicador.*

Según esta definición, multiplicar un número por 5, es tomarlo 5 veces.

Así pues, multiplicar 10 por 5 es lo mismo que *hacer la suma* de 5 números iguales a 10.

$$10\times5=10+10+10+10+10.$$

Por donde se ve: 1º que el producto de *cero* por cualquier número es *cero,* pues la suma de cualquier número de ceros es cero; 2º que el producto de 1 por cualquier número es igual á este número; porque multiplicar 1 por 10, por ejemplo, es hacer la suma de 10 números iguales á 1; luego el producto es 10.

Por definición también, el producto de un número por cero es igual a *cero,* y el producto por 1 de un número es igual a este número.

de se ve que el producto de 6 por 8 es el mismo que el de 8 por 6; esto es, *no se altera el producto de dos factores cuando se invierte el orden de ellos.*

Práctica de la multiplicación

En la multiplicación de enteros, distinguiremos los casos siguientes:

57. Caso I.—Multiplicar un número dígito por otro.

Puede obtenerse el producto de los dos números por medio de adiciones.

Así $6 \times 3 = 6 + 6 + 6 = 18.$

Pero en la práctica la tabla pitagórica (**56**) proporciona el producto.

El ejemplo precedente manifiesta que, cuando el multiplicador es un número entero, puede considerarse la multiplicación como una adición abreviada.

58. Caso II. — Multiplicar un número cualquiera por un número dígito.

Multiplíquese 847 por 5.

El multiplicando 847 se compone de 7 unidades, 4 decenas y 8 centenas; para multiplicarlo por 5, basta (**51**) multiplicar por 5 todas sus partes, y sumar los resultados.

Disposición de la operación

factores del producto { 847 *multiplicando*
×5 *multiplicador*

4235 *producto*

Se dice: 5 veces 7 unidades son 35 unidades, escribo 5 y llevo 3 decenas; 5 veces 4 decenas son 20 decenas y 3 que llevo son 23 decenas; escribo 3 decenas y llevo 2

centenas; 5 veces 8 centenas son 40 centenas y 2 que llevo son 42 centenas que escribo.

El producto es 4235.

En la práctica se dice:

7 por 5 .... 35; escribo 5 y llevo 3;

4 por 5 .... 20, y 3 que llevo 23; escribo 3 y llevo 2;

8 por 5 .... 40, y 2 que llevo, 42 que escribo.

59. Regla. —*Para multiplicar un número cualquiera por un número dígito, se escribe el multiplicador debajo del multiplicando y se tira una raya.*

En seguida, empezando por la derecha, se multiplica sucesivamente cada cifra del multiplicando por el multiplicador. Si el producto no pasa de 9, se lo escribe; si es mayor, se escriben solamente las unidades de cada producto parcial, y se llevan las decenas para sumarlas con el producto siguiente.

Se continúa la operación hasta el último producto, que se escribe íntegro.

60. Nota.—Ya hemos dicho (**25**) que para multiplicar un número por 10, 100, etc. basta escribir a la derecha uno, dos, etc. ceros; por consiguiente, *si el multiplicador es un número formado por una cifra significativa seguida de ceros, se multiplica el número por la cifra significativa, y se escriben los ceros a la derecha del producto.*

Ejemplo.—Multiplíquese 1425 por 400.

Multiplico 1.425 por 4, según la regla precedente y a la derecha del producto 5.700 escribo 2 ceros. El producto buscado es 570.000

$$\begin{array}{r} 1.425 \\ \times 4 \\ \hline 5.700 \end{array}$$

61. Caso III.—El multiplicando y el multiplicador tienen varias cifras.

Multiplíquese 3.827 por 584.

Multiplicar 3.827 por 584 es repetirlo 584 veces (**51**); ahora bien,

$$584 = 500 + 80 + 4$$

luego, multiplicar 3.827 por 584 es repetirlo 4 veces, más 80 veces, más 500 veces:

3.827× 4= 15.308 unidades (**58**)
3.827× 80= 306.160 — (**60**)
3.827×500=1.913.500 — (**60**)

Sumando los productos parciales, resulta el producto total 2.234.968.

Disposición de la operación

3.827	*multiplicando*
×584	*multiplicador*
15.308	
306.160	*productos parciales*
1.913.500	
2.234.968	*producto total*

En la práctica no se escriben los ceros en que terminan los productos parciales.

Entonces se tiene:

```
    3.827
     ×584
   15.308
   30.616
  19.135
2.234.968
```

62. **REGLA. — Para multiplicar entre sí dos números cualesquiera, se escribe el multiplicador debajo del multiplicando, de modo que las unidades de una misma especie se correspondan.**

En seguida, empezando por la derecha, se multiplica sucesivamente todo el multiplicando por cada cifra del multiplicador, cuidando de escribir la primera cifra de cada producto parcial debajo de la cifra por la cual se multiplicó.

Se suman los productos parciales, y el total da el producto pedido.

NOTA. — Si tuviéramos que multiplicar, por ejemplo, 847 por 2.003, tendríamos según la regla precedente:

```
      847
   ×2.003
    2.541
1.694
1.696.541
```


63. **Multiplicación de dos números que rematan en ceros.**—*Para multiplicar dos o más números que rematan en ceros, basta multiplicar las cifras significativas prescindiendo de los ceros, los cuales se escriben a la derecha del producto.*

Multiplíquese 3.400 por 250.

Tenemos: 34×25=850

y 3.400×250=850.000

```
  34
 ×25
 170
 68
 850
```

64. **Prueba de la multiplicación.**—Para hacer la prueba de la multiplicación, se repite la operación, invirtiendo el orden de los factores, y debe resultar el mismo producto.

Más adelante (pág. 61 y 78) se indicarán otros procedimientos.

65. **Uso de la multiplicación.**—La multiplicación sirve para resolver cuestiones como las siguientes:

1º Hacer una cantidad cierto número de veces mayor;

2º Encontrar el valor de varias unidades cuando se conoce el valor de una de ellas;

3º Reducir unidades de especie superior a inferior, etc.

PROBLEMA I.—Cada uno de los 15 alumnos de una clase tiene 25 vales; ¿cuántos vales tienen juntos?

Análisis. — Si un alumno tiene 25 vales, los 15 alumnos tendrán 15 veces más, o

25×15=375 vales.

Respuesta. — Los 15 alumnos tienen juntos 375 vales.

Operación

```
  25
 ×15
 125
 25
 375
```

PROBLEMA II.—¿Cuánto importan 8 piezas de cierto género, si cada una se compra por $ 13?

Análisis.—Si una pieza vale \$ 13, las 8 piezas valdrán 8 veces más, o

$13 \times 8 = \$ 104.$

Respuesta.—Las 8 piezas importan \$ 104

Operación

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 8 \\ \hline 104 \end{array}$$

PROBLEMA III.—Sabiendo que un año consta de 365 días, ¿cuántos días hay en 6 años?

Análisis.— Si en un año hay 365 días, en 6 años habrá 6 veces más, o

$365 \times 6 = 2.190$ días.

Respuesta. — En 6 años hay 2.190 días.

Operación

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times 6 \\ \hline 2.190 \end{array}$$

Nociones sobre las potencias

66. Llámase **potencia** de un número el producto de varios factores iguales a él.

Así $2 \times 2 \times 2$ es una potencia de 2, y 25×25, una potencia de 25.

67. Por **grado** de una potencia se entiende el número de veces que entra en ella un mismo factor.

Primera potencia de un número es el mismo número, el cual se llama *base* de la potencia.

Segunda potencia o **cuadrado** de un número es el producto de dicho número por sí mismo.

Así, 4 es el cuadrado o segunda potencia de 2, pues $4 = 2 \times 2$.

Tercera potencia o **cubo** de un número es el producto de dicho número tomado tres veces como factor.

Por ejemplo, 8 es el cubo de 2, pues $8 = 2 \times 2 \times 2$.

68. Las potencias de los números se indican por medio de una cifra que se escribe a la derecha, y en la parte superior de ellos; esta cifra se llama *exponente.*

Así, 13^4 indica la cuarta potencia de 13, o el producto de 4 factores iguales a 13; luego:

$$13^4 = 13.\ 13.\ 13.\ 13$$

El exponente 1 se subentiende siempre.

Así, $7^1 = 7.$

Cálculo mental en la multiplicación

69. Multiplicación de un número dígito por otro. (Véase la tabla.)

70. Multiplicación de un número por 2. — Se añade este número a sí mismo.

Así, $45 \times 2 = 45 + 45 = 90,$
$450 \times 2 = 450 + 450 = 900;$
o también $45 \times 2 = 40 \times 2 + 5 \times 2 = 90;$
en fin $45 \times 2 = 50 \times 2 - 5 \times 2 = 90.$

71. Multiplicación por 10, 100, 1000, etc.—Para multiplicar un número por 10, 100, 1.000, etc., basta escribir a la derecha uno, dos, tres, etc. ceros.

Así, $45 \times 10 = 450.$
$80 \times 100 = 8.000.$
$325 \times 1.000 = 325.000.$

72. Multiplicación por 9, por 99, por 999, etc.—Para multiplicar un número por 9, se lo multiplica por 10, y del producto se resta el número.

Así, $48 \times 9 = 48 \times (10 - 1) = 48 \times 10 - 48.$

Para multiplicar un número por 99, se lo multiplica por 100, y se resta el número, pues $99 = 100 - 1$.

Por ejemplo: $225 \times 99 = 22.500 - 225 = 22.275.$

Para multiplicar por 999, se multiplica por 1.000 y se resta el multiplicando, ya que $999 = 1.000 - 1$.

73. Multiplicación por 11.—Si el número que se ha de multiplicar tiene sólo una cifra, se la repite dos veces.

Así $8 \times 11 = 88.$

Si el número tiene dos cifras, se hace la suma de estas cifras y se la escribe entre ellas.

Para multiplicar 52 por 11, se dice: $5+2=7$, que se coloca entre 5 y 2. El producto es 572.

Cuando esta suma tiene más de una cifra, se escribe sólo la de las unidades, y se añade la de las decenas a las del número.

Así, para multiplicar 75 por 11, diremos: $7+5=12$; se coloca el 2 entre 7 y 5, y se añade 1 a 7. El producto es 825.

El procedimiento general consiste en multiplicar el número por 10, y añadir al producto el mismo número.

Así, $45\times11=45\times(10+1)=45\times10+45.$

Asimismo, para multiplicar un número por 101, se lo multiplica por 100, y al producto se añade el multiplicando, pues $101=100+1$.

74. Multiplicación por 12.—Se puede multiplicar el número por 3 y por 4, ya que $12=3\times4$.

Se lo puede también multiplicar por 10, y al producto añadir dos veces el número.

Así, $428\times12=428\times3\times4.$
$428\times12=428\times(10+2)=428\times10+428\times2.$

75. Multiplicación por 15. — Se multiplica el número por 3 y por 5, pues $15=3\times5$.

Se puede también multiplicar por 10, y añadir al producto 5 veces el número, o la mitad del mismo producto.

Si el número es *par*, se le puede añadir su mitad, y multiplicar por 10 la suma obtenida.

Si el número es *impar*, se le añade su mitad por defecto, y se escribe 5 a la derecha de la suma obtenida.

Sea 17×15; tenemos $17+8=25$; a la derecha escribamos 5. El número 255 es el producto buscado.

76. Multiplicación por 20, 30, 40 etc.—Para multiplicar un número por 20 se lo multiplica por 2 y por 10, pues $20=2\times10$.

Para multiplicarlo por 30, se le multiplica por 3 y por 10, etc.

77. Multiplicación por 19, 29, 39, etc. — Se multiplica por 20, por 30, por 40, etc., y del producto se resta el multiplicando.

Así, $45\times19=45\times(20-1)=45\times20-45.$

78. Multiplicación por 21, 31, 41, etc. — Se multiplica por 20, 30, 40, etc., y al producto se añade el número.

Así, $45\times21=45\times(20+1)=45\times20+45.$

79. Producto de dos números comprendidos entre 10 y 20.—Para obtener este producto, se añade a uno de los números la cifra de las unidades del otro, se multiplica la suma por 10, y se añade el producto de las cifras de las unidades.

Sea
$$15\times14=(10+5)\times(10+4)$$
$$15\times14=10\times10+5\times10+10\times4+5\times4$$
$$=(10+5+4)\times10+5\times4$$
$$=(15+4)\times10+5\times4.$$

EJERCICIOS ORALES

230. ¿Qué es multiplicación?

231. ¿Cómo se llama el resultado de la multiplicación?

232. ¿Cómo se llaman el multiplicando y el multiplicador?

233. ¿Cómo puede hacerse la prueba de la multiplicación?

234. ¿Qué es el producto respecto del multiplicando?

235. ¿Qué representa el producto de las unidades del multiplicando?

236. ¿Qué representa el producto de centenas por decenas?

237. ¿Qué representa el producto de centenas por unidades?

238. ¿Qué representa el producto de millares por centenas?

239. ¿En qué caso el producto es igual: 1º al multiplicando; 2º al multiplicador?

240. ¿En qué caso el producto es menor: 1º que el multiplicando; 2º que el multiplicador?

241. ¿En qué caso el producto es mayor: 1º que el multiplicando; 2º que el multiplicador?

242. En qué caso el producto es: 1º mayor que cada uno de los factores; 2º menor que cada uno de los factores?

243. ¿En qué caso el producto es a la vez mayor que uno de sus factores y menor que el otro?

244. ¿Qué cambio sufre un producto: cuando se hace un factor cualquiera 4 veces mayor;—7 veces menor?

245. ¿Qué cambio sufrirá un producto de dos factores: 1º multiplicando cada uno de los factores por 5; — 2º dividiendo cada uno de los factores por 10?

246. Cuando se multiplica por 6 uno de los factores del producto y que se divide el otro factor por 6, ¿qué cambio sufre el producto?

247. ¿Qué cambio sufrirá el producto siguiente: $7\times15\times4\times5\times6$; 1º suprimiendo el factor 15; 2º suprimiendo los factores 4 y 6?

CALCULO MENTAL

248. Efectúense mentalmente los productos siguientes:

1º	8×2	3º	125×2	5º	784×2
2º	26×2	4º	347×2	6º	849×2

249. Efectúense los productos siguientes:

1º	15×10	4º	48×30	7º	64×12
2º	49×100	5º	57×20	8º	86×12
3º	100×1000	6º	142×80	9º	125×12

250. Efectúense los productos siguientes:

1º	25×8	4º	47×9	7º	29×99
2º	120×8	5º	59×9	8º	125×99
3º	266×8	6º	120×9	9º	614×99

251. Efectúense los productos siguientes:

1º	28×11	4º	49×21	7º	25×19
2º	45×11	5º	57×21	8º	48×29
3º	120×11	6º	149×31	9º	87×39

252. Efectúense los productos siguientes:

1º	52×15	4º	120×999	7º	15×16
2º	67×25	5º	148×1001	8º	28×101
3º	94×18	6º	225×301	9º	120×101

253. Efectúense los productos siguientes:

1º	12×15	4º	16×19	7º	19×15
2º	13×14	5º	15×18	8º	13×16
3º	15×18	6º	14×19	9º	17×12

254. Un escolar permanece 6 horas diarias en clase; ¿cuántas horas permanece en ella en 4 días?

255. Cuántas naranjas hay en 3 costales si hay 40 en cada uno?

256. Cuántos lápices hay en 5 paquetes de 12 cada uno?

257. En un corral hay 4 veces tantas gallinas como gallos. Si hay 16 gallos, ¿cuántas gallinas y cuántas aves hay en todo?

258. Cuánto son 10 por 10, 100 por 10, 10 por 100, 1,000 por 10?

259. Si una moneda de 2 pesetas pesa 10 gramos, ¿cuántos gramos pesan 25 de ellas?

260. Una sirvienta gana $ 18 mensuales; ¿qué le deben por 8 meses?

261. ¿Cuál es el precio de 2 docenas de pollos a $ 1 los 6?

262. Un criado ahorra $ 24 por mes; ¿cuánto habrá ahorrado al fin de un año?

263. ¿Qué suma se necesita para pagar 45 obreros que han ganado $ 30 cada uno?

264. Un sombrerero ha vendido 60 sombreros en $ 8 cada uno; dígase la suma que ha recibido.

265. ¿Cuánto importan 200 hectolitros de maíz, a $ 7 uno?

EJERCICIOS POR ESCRITO

Efectúense los productos siguientes:

266. 7.845×42
267. 5.749×67
268. 3.187×96
269. 25.432×48
270. 83.423×512
271. 84.321×705
272. 29.574×280
273. 548.312×402
274. 746.531×704
275. 924.617×419
276. 356.978×908
277. 986.070×870
278. 708.796×905
279 130.690×99
280. 270.069×101
281. 384.780×39
282. 139.843×13
283. 279.890×52
284. 484.709×999
285. 687.375×769
286. 790.721×548
287. 148.359×4.058
288. 108.978×9.601
289. 197.370×6.094
290. 743 908×9.508
291. 964.000×250
292. 914.400×7.200
293. 840.000×9.650
294 987.000×80.090
295. 800.900×589.000
296. 1.645.309×8.076
297. 4.528 500×74.800
298. 4.500.400×4.980
299. 4.700.600×45.304
300. 4.600.000×35.400
301. 6.748.709×85.600
302. 47.876.094×500.000
303. 40.506.090×45.008

Problemas de sumar, restar y multiplicar

304. Un ciclista recorre 22 kilómetros por hora; ¿cuántos habrá recorrido después de 6 horas.

305. Un impresor compra 625 resmas de papel de 500 hojas cada una. Dígase el número total de hojas.

306. Doce personas han comido en una posada, pagando $ 3 cada una. ¿Cuál ha sido el gasto total?

307. Un hombre trabaja 12 horas diarias. ¿Cuántas horas ha trabajado durante un mes de 26 días laborables?

308. ¿Cuántas tejas serán necesarias para retejar una casa, sabiendo que forman 150 hileras de 248 tejas cada una?

309. Calcúlese el número de viajeros que puede transportar un tren de 12 vagones, de 48 asientos cada uno.

310. Un mercader recibe cuatro pedidos de 450 botellas cada uno; hace dos envíos de 370 botellas cada uno; ¿cuántas le quedan todavía por mandar?

311. Dígase cuántos cigarrillos al año fuma un individuo que consume cada semana 4 paquetes de 25 cigarrillos.

312. ¿De cuántos renglones consta un volumen de 496 páginas, si en una página hay 39 renglones?

313. En un ingenio de azúcar se fabrican diariamente 15.690 kilogramos de azúcar. ¿Cuántos se fabricarán en un año, trabajando 309 días?

314. Fabricio tiene 367 carneros, Servando tiene 3 veces más que él, menos 409, y Hermenegildo tiene tantos como ambos juntos; ¿cuántos carneros tienen los dos últimos, y cuántos los tres juntos?

315. El sonido recorre 340 metros por segundo; ¿ a qué distancia se halla una persona que oye el estampido de un cañón 17 segundos después del disparo?

316. ¿Cuántas bujías hay en 8 cajas que contienen cada una 12 paquetes de 8 bujías?

317. Un carpintero emplea 8 operarios que reciben $ 2 por su jornal; ¿cuánto tendrá que pagarles después de 38 días de trabajo?

318. ¿Cuál es el importe de 48 resmas de papel a $ 18 resma?

319. ¿Cuál es el número de higos contenidos en 18 cestos de 125 docenas cada uno?

320. Una familia de campesinos habiendo permanecido 4 días en una ciudad ha gastado diariamente $ 4 por persona; los gastos del viaje han sido de $ 6 por persona. Dígase el gasto total, sabiendo que la familia se compone del padre, de la madre y de 4 hijos.

321. Un hacendado ha vendido 15 carneros y 3 bueyes. Siendo el precio de un carnero, de $ 10, y el de un buey de $ 90 dígase la suma que ha recibido.

322. ¿Qué número de duraznos hay en 13 canastos, si cada uno tiene 14 docenas?

323. Un correo camina 3 leguas por hora; ¿cuántas caminará en 8 días de 6 horas de marcha?

324. Una tendera que tenía 500 huevos vende 13 docenas; ¿cuántos le quedan?

325. ¿Cuántos días hay en 34 años, si 27 son de 365 días y los demás de 366?

326. Un librero compra una docena de volúmenes a razón de $ 3 el volumen; le rebajan $ 8 del total de la factura y le regalan un volumen. ¿Cuánto ganará si vende cada volumen a $ 3?

327. Un estanque puede contener 12.500 litros de agua; un grifo que da 17 litros por minuto, ha quedado abierto durante 175 minutos; y otro que da 29 litros por minuto, durante 192 minutos. ¿Cuántos litros de agua puede recibir aún dicho depósito?

328. ¿Cuál es la renta anual de una persona que podría gastar $ 7 diarios si dicha renta se aumentara de $ 148?

329. Compro 15 docenas de lápices, y vendo 156 de ellos; ¿cuántos me quedan?

330. En una caja hay 40 paquetes de bujías; cada paquete pesa 2 kilos y la caja vacía pesa 12 kilos. Dígase el peso de la caja llena.

331. Para un colegio de internos se han comprado 95 camas de hierro, colchones y almohadas. ¿Cuánto se ha gastado, si una cama cuesta $ 15, un colchón $ 7, y una almohada $ 2?

332. Un libro tiene 825 páginas; cada página está dividida en dos, y cada mitad de página consta de 70 líneas de 30 letras, término medio. Dígase el número de letras que hay en dicho volumen.

333. Un grifo da 38 litros de agua por minuto; otro da 45, y un tercero, 72. ¿Cuál es la cantidad de agua que dan en 248 minutos estos tres grifos juntos?

334. Un empresario emplea 25 obreros durante 6 días; el jornal de 7 de ellos es de $ 3, y de $ 2 el de los demás; ¿cuál es la suma debida por el empresario?

335. Un dependiente que ganaba $ 40 mensuales tiene ahora un sueldo de $ 48. ¿Cuál es el aumento anual de su renta?

336. Un automóvil hace 2 viajes diarios y cada vez lleva 12 viajeros, 4 de ellos pagando $ 5 cada uno, y los demás $ 2. Dígase lo que habrá ganado después de 35 días. 2520

337. Carlos compra 120 docenas de naranjas; después de haber vendido 325 y 260 naranjas, ¿cuántas le quedan todavía?

338. Dos vapores zarpan al mismo tiempo, y del mismo puerto, y van siguiendo el mismo rumbo. El uno tiene 18 kilómetros de velocidad por hora, y el otro, 16. ¿Cuál será la distancia que los separará después de 6 días de navegación? 288

339. Cuatro comerciantes han reunido un capital de $ 17.500; el primero ha puesto $ 2.500; el segundo 3 veces más que el primero, y el tercero $ 6.000 menos que los dos primeros juntos. ¿Qué suma ha abonado cada socio? 3.500

340. Un obrero que gana $ 30 por semana, necesita $ 2 diarios para su manutención, $ 100 al año para su alquiler de casa, y $ 180 para sus demás gastos. ¿Cuánto ahorra en un año ordinario? 556

341. Hilario gasta, término medio, $ 3 diarios, y al fin del año tiene ahorrados $ 250; ¿cuál es su sueldo? 1340

342. Una pieza de paño de 25 metros se compró en $ 12 el metro, y se vendió en $ 386; dígase el beneficio realizado.

343. Un negociante en vinos compra 524 hectolitros en $ 97 el hectolitro, luego 645 hectolitros en $ 85 el hectolitro. Después de haberlo mezclado, lo vende en $ 105 el hectolitro. Calcúlese el beneficio realizado.

344. Un mercader vende 54 docenas de platos, la 1ª vez entrega 340, y 178 la 2ª; ¿cuántos debe entregar todavía?

345. Un obrero cuyo jornal es de $ 4 trabaja 6 días por semana. Dígase lo que le queda al cabo de una semana y al cabo de 52 semanas, si sus gastos diarios ascienden a $ 2.

346. Un obrero que trabaja 302 días al año tiene un jornal de $ 4. Sus gastos diarios son de $ 2 cuando trabaja, y de $ 3 cuando no. Dígase lo que le queda al cabo de un año. 505

347. En un cesto hay 146 peras; si se añaden 17 docenas, ¿cuántas peras habrá en todo?

348. Un mercader que había comprado una pieza de género de 30 metros en $ 5 el metro, vende 12 metros en $ 6 el metro, y lo demás en $ 8. Calcúlese su beneficio.

349. Alonso compra la tala de un bosque. El comprador saca 1.875 árboles que vende a $ 10 cada uno; lo demás lo da por $ 100. ¿Qué beneficio habrá realizado si la corta le cuesta $ 10.000?

350. Tres niños tienen cierto número de canicas. Las del primero y segundo suman 34; las del segundo y tercero, 45 y las del tercero y primero, 55. ¿Cuántas canicas tiene cada uno?

IV.—DIVISION

Noción de la división

80. Definición.—*División* es una operación por la cual conociendo el producto de dos factores y uno de ellos, se busca el otro.

Así, dividir 40 por 5 es buscar un factor que, multiplicado por 5, dé 40 por producto.

Se dice también que *división* es una operación cuyo objeto es partir un número en tantas partes iguales como unidades tiene otro.

81. Dividendo, divisor, cociente.—Llámase *dividendo* el número que debe dividirse o partirse en tantas partes iguales como unidades tiene el divisor.

Divisor es el número por el cual se ha de partir el dividendo, para saber cuántas veces cabe en él.

Cociente es el número que resulta de la división del dividendo por el divisor.

82. Signo de la división.—Para indicar que un número se ha de dividir por otro, se escribe el dividendo, y a continuación el divisor, separándolos por medio de dos puntos; y también poniendo el dividendo encima del divisor, separados con una raya horizontal.

Para expresar, por ejemplo, que 42 se ha de dividir por 7, se escribe:

$$42 : 7 \text{ ó } \frac{42}{7}.$$

y se lee : 42 dividido por 7, ó 42 sobre 7.

83. División exacta y aproximada.— La división es *exacta* cuando el dividendo contiene al divisor un número exacto de veces. Entonces se dice que el dividendo es un *múltiplo* del divisor; inversamente, el divisor es un *submúltiplo* del dividendo.

Por ejemplo, 42 es un *múltiplo* de 7, é inversamente, 7 es un *submúltiplo* ó *divisor* de 42.

72 es un múltiplo de 9, y 9 un *divisor* de 72.

Múltiplo de un número es el producto de este número por otro.

La división es *aproximada*, cuando el dividendo no es un múltiplo cabal del divisor. En este caso la división tiene un *residuo*.

84. Residuo.—Llámase *residuo de una división aproximada;* el excedente del dividendo sobre el producto del divisor por el cociente. El residuo ha de ser necesariamente menor que el divisor.

Así, en la división de 45 por 7, el *cociente* es 6, y el *residuo* 3.

Entonces dícese que se tiene el cociente *en menos de una unidad.*

Nota.—Cuando la división es *exacta*, el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente; cuando es *aproximada*, el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, más el residuo.

85. Número de cifras del cociente.— Para encontrar el número de cifras de un cociente, se separa a la izquierda del dividendo tantas cifras cuantas son necesarias para obtener un número que contenga al divisor al menos 1 vez y menos de 10 veces; el número de cifras que quedan más 1 representa el número de cifras que habrá en el cociente.

Por ejemplo, el cociente de la división de 4.540 por 12 tendrá 3 cifras.

El de 329.857 por 340, tendrá igualmente 3 cifras.

Práctica de la división

En la división de enteros distinguiremos los casos siguientes:

86. Caso I. — El divisor y el cociente son números dígitos.

Divídase 49 por 9.

Por medio de la tabla de Pitágoras, se ve desde luego que 49 es mayor que 9×5 y menor que 9×6. Luego 5 es, en menos de una unidad, el cociente de 49 por 9.

87. Nota.—Se puede también encontrar el cociente por medio de sustracciones sucesivas.

Así, por ejemplo, para dividir 28 por 7 se puede restar 7 cuatro veces sucesivamente. El número de sustracciones representa el cociente y la última resta, si la hay, es el residuo de la división. En el presente caso, el cociente es 4, y el residuo nulo.

$$28-7=21$$
$$21-7=14$$
$$14-7=7$$
$$7-7=0$$

Este ejemplo manifiesta que la división no es más que una sustracción abreviada, y que es una operación inversa de la multiplicación.

88. Caso II.—*El dividendo y el divisor son números compuestos, y el cociente, número* **dígito.**

Divídase 5.847 por 849.

Siendo 5.847 mayor que 1 vez 849 y menor que 10 veces 849 u 8.490, el cociente estará comprendido entre 1 y 10, y tendrá por tanto sólo una cifra.

Para determinar cuál es ésta, se observa que el producto del divisor por el cociente, es la suma de los productos de las 8 centenas 4 decenas y 9 unidades del divisor por el cociente.

Disposición de la operación

Dividendo	5.847	849 *Divisor*
	5.094	6 *Cociente*
Residuo	753	

Ahora bien, el producto de las 8 centenas por la cifra del cociente, da centenas, y este producto no puede encontrarse sino en las 58 *centenas* del dividendo. El cociente de 58 por 8 (**Caso I**) que es 7, será la cifra buscada o una mayor.

Para averiguar que 7 es la cifra verdadera, se multiplica 849 por 7:

$$849\times7=5.943.$$

Como el número 5.943 es mayor que 5.847, el guarismo 7 excede al verdadero. Probemos con 6.

$$849\times6=5.094.$$

Ya que 5.094 es menor que 5.847, se deduce que 6 es el guarismo del cociente, en menos de una unidad.

5.847	849
753	6

Nota.—En la práctica no se escribe el producto del divisor por la cifra del cociente, y se dice: 58 entre 8 á 6; 6×9=54, de 57 quedan 3, y llevo 5; 6×4=24 y 5 que llevo son 29, de 34 quedan 5, y llevo 3; 6×8=48 y 3 que llevo son 51, de 58 quedan 7. El cociente es 6, y el residuo 753.

89. REGLA.—Para dividir un número de varias cifras por otro también de varias cifras, cuando el cociente tiene sólo una cifra, se escribe el mayor y a continuación el menor, se los separa por una raya vertical, y se subraya el segundo (las dos rayas se llaman galera).

Cuando el dividendo y el divisor tienen el mismo número de cifras, se divide la primera del dividendo por la primera del divisor; cuando el dividendo tiene una cifra más, se divide el número formado por las dos primeras cifras a la izquierda del dividendo por la primera del divisor, y resulta la cifra del cociente o una cifra mayor.

Para comprobarla, se multiplica el divisor por esta cifra, y si el producto es menor que el dividendo o igual a él, el cociente hallado es el verdadero; si no se lo disminuye en una unidad, hasta que el producto pueda restarse del dividendo.

90. Caso III. — El dividendo y el divisor son cualesquiera, y el cociente tiene varias cifras.

Divídase 84. 935 por 243.

Para ello, tomo a la izquierda del dividendo 84.935 tantas cifras como son menester para obtener un número que contenga al divisor 243, al menos 1 vez, y menos de 10 veces; por lo tanto tomo 3 cifras.

Dividido 849 por 243 y resulta 3 en el cociente, multiplico 243 por 3 y resto el producto de 849: el residuo es 120.

A la derecha escribo el 3 y divido 1.203 por 243, el cociente es 4; multiplico 243 por 4 y resto el producto de 1.203; el residuo es 231.

84.935	243
12 03	349
2 315	
128	

A la derecha escribo el 5 y divido 2.315 por 243. el cociente es 9; multiplico 243 por 9 y resto el producto de 2.315; así resulta el residuo 128.

Luego, el cociente de 84.935 por 243 es 349, y el residuo, 128.

91. REGLA.—Para dividir entre sí dos números cualesquiera, se escribe el divisor a la derecha del dividendo, separándolos por la galera; se separa de la izquierda del dividendo un número que contenga al divisor, al menos 1 vez y menos de 10 veces.

Se parte este dividendo parcial por el divisor, y se encuentra así la primera cifra del cociente; se multiplica todo el divisor por esta cifra, y el producto se resta del dividendo parcial.

A la derecha de la diferencia que resulta, se escribe la siguiente cifra del dividendo; se divide este segundo dividendo parcial, por el divisor, y se encuentra la segunda cifra del cociente; se multiplica el divisor por esta cifra, y el producto se resta del segundo dividendo parcial.

Se continúa la operación hasta que se hayan bajado todos los guarismos del dividendo.

El conjunto de las cifras encontradas forma el cociente.

92. Nota.—Cuando después de bajar un guarismo del dividendo para formar otro dividendo parcial, éste es menor que el divisor, se escribe un cero en el cociente, se baja la cifra siguiente del dividendo, y se continúa la operación.

93. Caso particular.—El dividendo es un número compuesto y el divisor tiene sólo una cifra.

Divídase 3.976 por 8.

3.976	8
77	
56	497
0	

Aplicando la regla precedente, tendremos:

En la práctica, se escribe el cociente debajo del dividendo, y se opera mentalmente diciendo: 39 por 8 van 4 y llevo 7, 77 por 8 van 9 y llevo 5, 56 por 8 van 7.

3.976	8
497	

94. CASO EN QUE EL DIVIDENDO Y EL DIVISOR REMATAN EN CEROS.—Cuando el dividendo y el divisor rematan en ceros, se puede, sin alterar el cociente, suprimir en ambos números igual número de ceros.

Para encontrar el residuo, se añade al residuo obtenido el número de ceros que se han suprimido en el dividendo.

Ejemplo.—Divídase 75.000 por 4.500.

Se suprimen dos ceros, y resultarán los números 750 y 45. Se efectuará la división según el procedimiento ordinario y al residuo añadiremos dos ceros.

750	45
300	
3000	16

95 Prueba de la división.—1º *Por la multiplicación.*—Para hacer la prueba de la división, se multiplica el divisor por el cociente, al producto se añade el residuo, si lo hay, y debe resultar el dividendo (**84. Nota**)

Ejemplo.—Divídase 8.467 por 8.

Operación

8.467	8
46	
67	1.058
3	

Prueba

$$\begin{array}{rl} 1.058 & \\ \times\ 8 & \\ \hline 8.464 & \\ +\ 3 & \textit{Residuo} \\ \hline 8.467 & \end{array}$$

2º *Por la división.*—Para hacer la prueba de la división por la misma división, se divide el dividendo por el cociente, y debe resultar el divisor, y el mismo residuo, cuando lo hay.

Ejemplo.—Divídase 6.437 por 15.

Operación

6.437	15
43	
137	429
2	

Prueba

6.437	429
2.147	
2	15

96. Prueba de la multiplicación por la división.—Para ejecutar la prueba de la multiplicación, se puede dividir el producto por uno de los factores, debe resultar el otro por cociente; la división no debe tener residuo.

Ejemplo.—Multiplíquese 3 827 por 584.

Operación	Prueba
3.827 ×584 — 15.308 30.616 19.135 — 2.234.968	2.234.968 | 3.827 ; 32.146 | 584 ; 15.308 ; 0

97. Uso de la división.—La división sirve para resolver cuestiones como las siguientes:

1º Dividir un número en partes iguales;

2º Encontrar un factor de un producto cuando se conoce el otro;

3º Encontrar el valor de una unidad cuando se conoce el de varias unidades de la misma especie; etc.

PROBLEMA I.—Repártanse 12 naranjas entre 6 niños.

Análisis.—Como se deben repartir las 12 naranjas en 6 partes iguales, el cociente de 12 por 6 representará lo que debe recibir cada niño

12 : 6 = 2 naranjas.

Respuesta.—Cada niño recibirá 2 naranjas.

Operación

12	6
0	2

PROBLEMA II.—Uno de los factores del producto 4.800 es 320; ¿cuál es el otro?

Análisis.—Siendo 320 uno de los factores del producto 4.800, el otro se encontrará dividiendo 4.800 por 320.

4.800 : 320 = 15.

Respuesta.—El otro factor es 15.

Operación

4.800	320
1.600	15
000	

PROBLEMA III.—Si 8 libros importan $ 24, ¿cuánto importa cada uno?

Análisis.—Si 8 libros importan $ 24, uno solo valdrá 8 veces menos, ó

24 : 8 = $ 3.

Respuesta.—Cada libro vale $ 3

Operación

24	8
0	3

Cálculo mental en la multiplicación y la división combinadas

Para este cálculo, muy provechoso sería tomar de memoria el duplo y la mitad, así como el triplo y el tercio de los 100 primeros números.

98. El divisor y el cociente son números dígitos.—Entonces la tabla de multiplicar proporciona el cociente.

Para partir 54 por 9, digo: 9 en 54 cabe 6 veces.

Para partir 68 por 8, digo: 8 en 68 cabe 8 veces, con 4 por residuo.

99. División de un número por 10, 100, etc.—Si el número remata en uno o varios ceros, se suprime el último, los dos últimos, etc.; cuando no, se pone una coma antes de la última, de la penúltima, etc. cifra.

Ejemplo: 40 : 10=4; 300 : 100=3; 25.000 : 1000=25. 48 : 10=4,8; 324 : 100=3,24; 25.324 : 1.000=25,324

100. División por 5.—Se duplica el número, y se divide el resultado por 10.

Así, $70 : 5 = \frac{70 \times 2}{10} = 14.$

101. División por 25.—Se multiplica el número por 4, y se divide el resultado por 100.

Por ejemplo, $350 : 25 = \frac{350 \times 4}{100} = 14.$

102. División por 6.—Se divide el número por 2 y por 3.

$$\frac{126}{6} = \frac{126}{2 \times 3} = \frac{63}{3} = 21.$$

103. División por 15.—Se divide el número por 3 y por 5.

$$\frac{600}{15} = \frac{600}{3 \times 5} = \frac{200}{5} = 40.$$

104. Multiplicación de un número por 5.—Se multiplica el número por 10 y se divide el producto por

2, ya que $5=\dfrac{10}{2}$.

Así, $224 \times 5=\dfrac{2.240}{2}=1.120.$

105. Multiplicación por 25.—Se multiplica el número por 100, y se divide el producto por 4, pues $25=\dfrac{100}{4}$.

Por ejemplo, $845 \times 25=\dfrac{84.500}{4}=21.125.$

106. División por 20, 30, 40, etc.—Se divide el número por 10, y se toma la mitad, el tercio, el cuarto del resultado.

107. División por un número dígito cuando el dividendo es igual, a lo menos, a 10 veces el divisor.

Se suele descomponer el dividendo en dos partes que se dividen sucesivamente por el divisor.

Para dividir, por ejemplo, 84 por 4, se descompone 84 en 8 decenas y 4 unidades, y resulta:

8 decenas: 4=2 decenas; 4 unidades: 4=1 unidad. El cociente será 21 unidades.

Para dividir 417 por 5, descompónese 417 en 41 decenas y 7 unidades, y resulta:

41 decenas: 5=8 decenas, con 1 decena ó 10 unidades por residuo; 10+7=17 unidades; 17 : 5=3, con 2 por residuo.

El cociente será 83, y el residuo, 2.

EJERCICIOS ORALES

351. ¿Qué es división?
352. ¿Cómo se llama el número que se divide o parte?
353. ¿Cómo se llama el número que divide?
354. ¿Cómo se llama el resultado de la división?
355. ¿Resulta siempre exacto el cociente?
356. ¿Qué debe ser el residuo respecto del divisor, y por qué?
357. ¿Qué manifiesta un residuo mayor que el divisor?
358. ¿A qué es igual el residuo?

359. ¿Cómo se conoce que una cifra del cociente es mayor que la verdadera?

360. ¿Cómo se conoce que una cifra del cociente es menor que la verdadera?

361. ¿Cómo puede hallarse el número de cifras del cociente?

362. ¿Cómo se halla el dividendo: 1º en una división exacta; 2º en una división aproximada?

363. ¿Cuál es el divisor cuando el dividendo contiene al cociente: 1º 2 veces; —2º 4 veces; — 3º 5 veces; —4º 10 veces; — 5º 25 veces?

364. ¿Qué alteración sufre el cociente: 1º si se aumenta el dividendo de un número igual al divisor; 2º si se disminuye el dividendo de un número igual al divisor?

365. ¿Qué alteración sufre el cociente cuando se hace al dividendo: 1º 2, 3, 4 veces mayor; —2º 2, 3, 4 veces menor?

366. ¿Qué alteración sufre el cociente cuando se hace al divisor: 1º 2, 3, 4 veces mayor; —2º 2, 3, 4 veces menor?

367. En una división, ¿de cuántas maneras puede hacerse el cociente: 1º 4 veces mayor; —2º 4 veces menor?

368. ¿Cómo se hace la prueba de la división: 1º por la multiplicación; 2º por la división?

Cálculo mental

369. Divídanse por 2 los números siguientes:

1º	8	4º	28	7º	74
2º	12	5º	30	8º	86
3º	20	6º	52	9º	98

370. Divídanse por 5 los números siguientes:

1º	15	4º	120	7º	180
2º	40	5º	145	8º	260
3º	70	6º	225	9º	285

371. Divídanse por 25 los números siguientes:

1º	125	4º	800	7º	950
2º	450	5º	850	8º	1.000
3º	675	6º	775	9º	1.075

372. Divídanse por 6 los números siguientes:

1º	48	4º	96	7º	240
2º	72	5º	108	8º	264
3º	84	6º	126	9º	810

373. Divídanse por 15 los números siguientes:

1º	60	4º	180	7º	300
2º	90	5º	240	8º	345
3º	135	6º	315	9º	615

374. Búsquese el cociente de las divisiones siguientes:

1º	96:3	4º	329:7	7º	640:10
2º	126:6	5º	304:8	8º	6.000:100
3º	245:5	6º	693:9	9º	180:15

375. Multiplíquense por 5 los números siguientes:

1º	12	4º	70	7º	150
2º	43	5º	89	8º	242
3º	58	6º	125	9º	684

376. Multiplíquense por 25 los números siguientes:

1º	25	4º	77	7º	125
2º	48	5º	88	8º	187
3º	64	6º	114	9º	240

377. Multiplíquense por 15 los números siguientes:

1º	16	4º	65	7º	125
2º	48	5º	88	8º	187
3º	48	6º	84	9º	341

378. Multiplíquense por 20 los números siguientes:

1º	10	4º	64	7º	108
2º	25	5º	70	8º	862
3º	48	6º	84	9º	341

379. Dígase cuántas veces 5 gramos hay en 15 gramos—30 gramos— 45 gramos— 50 gramos.

380. Dos escolares se reparten 32 avellanas; ¿cuántas tendrá cada uno?

381. ¿Cuál es el número 3 veces menor que 27?

382. En 6 días un viajero gasta $ 72; ¿a cuánto ascienden sus gastos diarios?

383. Si 10 cuadernos semejantes se componen de 420 páginas; ¿cuántas páginas tiene cada uno?

384. En una fábrica hay 5 talleres que emplean el mismo número de obreros; ¿cuántos hay en cada uno, si el número total es de 120?

385. Feliciano recibe $ 120 por 4 semanas de trabajo; dígase lo que gana por día, si descansa el domingo.

386. ¿Cuántos libros se pueden comprar con $ 96, a $ 4 cada uno?

387. Un jinete recorre 12 kilómetros por hora; ¿cuántas horas necesitará para ir a un pueblo distante de 48 kilómetros?

EJERCICIOS POR ESCRITO

388....	1.694:58	**419**....	40.234.563:154
389....	3.544:93	**420**....	42.697.647:894
390....	7.565:89	**421**....	76.470.046:417
391....	7.565:89	**422**....	73.425.783:546
392....	80.109:65	**423**....	25.783.473:846
393....	90.794:59	**424**....	50.607.945:974
394....	74.835:67	**425**....	99.542.375:746
395....	564.301:79	**426**....	35.767.485:734
396....	673.209:37	**427**....	67.843.276:684
397....	708.300:75	**428**....	34.235.987:874
398....	8.747:362	**429**....	40.234.510:468
399....	54.872:653	**430**....	83.417.980:985
400....	76.214:678	**431**....	562.176.452:897
401....	74.537:948	**432**....	894.135.345:989
402....	470.878:548	**433**....	904.478.120:787
403....	903.750:906	**434**....	100.079.807:343
404....	764.652:932	**435**....	234.076.450:196
405....	563.819:784	**436**....	340.058.245:877
406....	637.564:845	**437**....	250.864.506:469
407....	819.674:755	**438**....	952.763.095:296
408....	631.679:421	**439**....	217.245.247:419
409....	586.891:867	**440**....	654.072.610:776
410....	761.827:588	**441**....	35.426.976:1.548
411....	801.970:981	**442**....	70.406.874:6.541
412....	701.607:409	**443**....	72.362.570:9.441
413....	708.436:596	**444**....	815.432.023:5.497
414....	875:504:658	**445**....	402.364.547:2.689
415....	876.564:877	**446**....	356.123.607:4.476
416....	6.154.058:472	**447**....	210.032.432:56.746
417....	40.589.480:706	**448**....	700.000.000:57.932
418....	13.510.040:689	**449**....	600.000.000:49.879

Problemas

450. ¿Cuántos libros de a $ 3 pueden comprarse con $ 81?

451. En 1872 lápices, ¿cuántas docenas hay?

452. Si la tonelada de plomo cuesta $ 134, ¿cuántas toneladas se comprarán con $ 94.872?

453. ¿Al cabo de cuántos años habrá una persona ahorrado $ 1.500, si ahorra anualmente $ 125?

454. Una fábrica suministra por semana 1.396.800 plumas. ¿Cuántas cajitas se necesitarán para guardarlas si en cada una caben 144 plumas o una gruesa?

455. Un dependiente que gana $ 45 mensuales ha recibido ya $ 360; ¿por cuántos meses se le ha pagado?

456. En una aula que cuenta 60 alumnos hay 15 mesas; ¿cuántos alumnos hay en cada una?

457. ¿Cuántas mulas se comprarán con $ 1.584, si cada una importa $ 132?

458. Catorce cestas contienen 4.844 manzanas; ¿cuántas hay en cada cesta?

459. Un automóvil anda 60 kilómetros por hora; ¿cuántas horas necesitará para recorrer 8.460 kilómetros?

460. Una persona tiene $ 5.475 de renta anual; ¿cuál es su renta diaria?

461. Las ruedas de una bicicleta tienen 2 metros de circunferencia; ¿cuántas vueltas habrán dado al recorrer 6.450 metros?

462. Un tren recorre 840 kilómetros en 12 horas; dígase su velocidad por hora?

463. ¿Por qué número debe multiplicarse 187 para obtener un producto de 57.035?

464. ¿Por qué número debe dividirse 50.537 para obtener 97 de cociente?

465. ¿Cuáles son los gastos diarios de una familia que gasta $ 420 en 12 semanas?

466. Un grifo da 40 litros de agua cada 4 minutos; ¿cuántos minutos necesitará para llenar un aljibe de 530 litros?

467. Para pagar una deuda de $ 424, Leoncio da 15 monedas de $ 10 y 16 de $ 5. Dígase el número de monedas de $ 2 que debe entregar para pagar lo que debe aún.

468. Después de haber comprado cierto número de carneros en $ 600, los revendo en $ 900, ganando $ 2 por carnero. Dígase cuántos eran, y el precio de compra de cada uno.

469. Una persona posee $ 12.300; en su testamento deja $ 8.900 al hospital, y lo demás a 5 personas de su familia; ¿cuál será la parte de cada una?

470. La cantidad de $ 6.120 debe repartirse del modo siguiente: 4 socios toman un tercio de esta suma, y otros 5 lo demás. Calcúlese lo que cabe a cada uno.

471. Dos operarios han trabajado durante el mismo tiempo; el primero recibe $ 84, y el segundo, $ 140. Sabiendo que el jornal del segundo pasa de $ 2 el del primero, dígase el número de días de trabajo.

60
12
120
60
720

PROBLEMAS

SOBRE LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES

472. Un empresario emplea durante 80 días 12 obreros, dándoles $ 2 diarios, y otros 15 con un jornal de $ 3. Dígase lo que tendrá que pagar.

473. Un niño tiene 65 chinas en ambos bolsillos, pero 15 más en el uno que en el otro; ¿cuántas chinas tiene en cada bolsillo?

474. Un obrero que gana $ 3 diarios trabaja 6 días por semana y gasta $ 60 mensuales. Dígase lo que habrá economizado al cabo de un año.

475. Sebastián tiene una renta anual de $ 3.285, y quiere economizar $ 3 por día; ¿cuánto podrá gastar diariamente en un año de 365 días?

476. Un padre deja una herencia de $ 15.324 que debe repartirse por igual entre sus 3 hijos. ¿Qué suma corresponde a cada uno de ellos?

477. Pablo ha empleado 9 días en hacer 12 metros de trabajo; si le pagan el trabajo a $ 3 el metro, ¿cuánto ha ganado por día?

478. Un propietario ha cosechado 45.000 litros de vino en tres viñas; si la primera ha producido 19.340 litros, la segunda 14.284, ¿cuál es el producto de la tercera viña?

479. Dos socios tienen un capital de $ 18.000. Uno de ellos ha depositado $ 9.500. ¿De cuánto supera esta cantidad al capital depositado por el otro?

480. Dos números tienen 726 por diferencia; sabiendo que el mayor es 29.475, ¿cuál es el menor?

481. Un obrero gasta $ 55 por mes para su manutención, $ 15 por mes para alquiler de su casa, y $ 72 al año para gastos varios; ¿cuánto gana al año, si ahorra $ 94 por semestre?

482. Un hacendado ha vendido 68 costales de maíz en $ 15 el costal, y ha comprado 12 reses en $ 50 cada una. Dígase lo que le queda todavía del importe del maíz.

483. Rufino compra 12 toneles de vino a $ 87 cada uno y vende 4 por $ 380; ¿en cuánto debe revender cada uno de los demás para alcanzar sobre los 12 un beneficio total de $ 176?

484. Al morir, Esteban dejó la mitad de su haber a 4 nietos, y la otra a seis primos. La fortuna ascendía a $ 20.640. ¿Cuánto recibió cada nieto y cada primo?

485. Una familia gasta $ 4 diarios para su manutención, y $ 3 en alquiler y otros gastos. Dígase lo que habrá ahorrado al fin de un año de 302 días laborables, sabiendo que el padre gana $ 6 diarios, la madre $ 2, y el hijo $ 1.

486. Norberto compra 125 carneros en $ 6 uno; da 5 a un hospicio, y otros 5 mueren; vende los demás en $ 8 cada uno. Calcúlese su beneficio, si ascienden los gastos a $ 80.

487. Un caño que echa 12 litros de agua por minuto, llena un aljibe en 2 horas 45 minutos; ¿cuántos litros de capacidad tiene el aljibe?

488. Dos números tienen 37 por cociente, ¿cuál será el dividendo si el divisor es 207 y queda 183 por residuo?

489. Un comerciante deja en herencia $ 60.000, que deben repartirse del modo siguiente: un tercio a los pobres, un quinto a un hospicio, y lo demás a sus 4 sobrinos. Dígase lo que le corresponde a cada uno.

490. Setenta y cinco varas de paño importan $ 900; ¿cuántas se deben vender a $ 15 para ganar $ 120?

491. Un comerciante trueca 15 metros de cierto género por 120 metros de tela que vale $ 8 los 4 metros; ¿cuál es el precio del metro de ese género?

492. Ramiro gana $ 4 diarios; si quiere ahorrar $ 200 cada año, ¿de cuánto ha de ser su salario, sabiendo que descansa el domingo y 12 días festivos?

493. Un comerciante ha comprado 15 piezas de género en $ 250 cada una. Sabiendo que ha vendido 5 de ellas en $ 260, y 6 en $ 265, ¿a cómo tiene que vender cada una de las que le quedan, para ganar $ 1.000 en todo?

494. Un obrero que había emprendido cierto trabajo pensaba acabarlo en 10 días, ganando $ 4 diarios. Habiéndolo acabado 2 días antes, dígase a cuánto asciende su jornal?

495. Dos hacendados han comprado 28 reses por $ 840: el primero ha pagado $ 450, y el segundo lo demás; ¿cuál es el número de reses que le corresponde a cada uno?

496. Para pagar una deuda de $ 1.500 un mercader da 69 metros de tela a $ 2 el metro; 48 metros de paño a $ 8 el metro, y 135 metros de indiana a $ 1 el metro. ¿Cuánto debe aún?

497. En una familia el padre gana $ 4 diarios, su mujer $ 1. Diariamente la familia gasta $ 3. ¿A cuánto ascenderán sus ahorros durante un mes de 30 días, siendo 26 los de trabajo?

498. De su paga anual de $ 2.555, un dependiente quiere ahorrar $ 730. ¿Cuánto podrá gastar diariamente?

499. Un obrero gana anualmente $ 1.250. ¿Cuál es su gasto semanal si ahorra $ 366?

500. Después de haber comprado 5 libros me quedan todavía $ 2 y me falta $ 1 para comprar un libro más. Dígase el precio de un libro, y cuánto tenía antes de comprar los 5 libros

501. Un chalán al vender en $ 5.240 los caballos que le costaron $ 4.280 gana $ 12 por caballo; ¿cuántos caballos había comprado?

502. Un hacendado gasta anualmente $ 98.560. ¿Qué beneficio realiza, si vende 32.000 hectolitros de maíz a $ 4 cada uno, y los demás productos de la hacienda en $ 3.780?

503. Jacinto llega a la escuela con cierto número de vales; a medio día tiene 15 con los que ha ganado por la mañana; por la tarde gana tanto como por la mañana, y vuelve a su casa con 25. ¿Cuántos tenía al llegar a la escuela?

504. ¿Cuáles son los dos números cuya diferencia es 940 y su cociente 11?

505. Siendo la suma de dos números 6.315 y su cociente 14, ¿cuáles son estos dos números?

506. La suma de dos números es 168, su cociente 7 y el residuo de la división 16. ¿Cuáles son estos dos números?

507. La diferencia de dos números es 1.231, su cociente 17 y el residuo 15. Dígase cuáles son los dos números.

508. Un padre tiene 8 veces la edad de su hijo. ¿Cuál es la edad del padre y cuál la del hijo, si las dos edades suman 45 años?

509. Un padre tiene 8 veces la edad de su hijo; siendo la diferencia de sus edades 28 años, ¿cuál es la edad de cada uno de ellos?

510. ¿Cuál es el número que aumentado de 85 y dividido luégo por 9 da 25 por cociente?

511. ¿Cuál es el número que disminuído de 214, da 27 por cociente, si se le divide por 136?

512. ¿Cuántas vueltas darán cada una de las manecillas de un reloj en un año de 365 días?

513. Carmen compra 6 arrobas de arroz; Catalina compra 4 de la misma calidad, pagando $ 20 menos que Carmen. ¿Cuál es el precio de una arroba, y cuánto ha pagado cada señora?

514. Se han repartido $ 360 entre tres personas, de modo que a la 1ª le han tocado $ 130; a la 2ª, $ 20 menos que a la 1ª; ¿a cómo le ha cabido a la 3ª?

V 515. Para el consumo anual de una persona se necesitan 168 litros de trigo. Si un molino puede moler 56 hectolitros diarios, ¿cuántos molinos se necesitan para moler en 245 días la cantidad de trigo necesaria para el consumo anual de 37.500.000 personas?

516. Repártanse 124 avellanas entre 3 niños, de modo que uno de ellos tenga tantas como los otros dos juntos, a los cuales cabe el mismo número.

517. Un padre de familia ha calculado que cada vez que gane $ 60 puede ahorrar 20. Al cabo de 4 años sus economías ascienden a $ 4.380; ¿cuánto ha ganado por día durante este tiempo? (años de 365 días).

518. Un obrero gana $ 1.095 al año; dígase lo que le deben al cabo de 8 meses, si ya ha recibido $ 150.

519. Hilario tiene en su almacén paño de a $ 15, de a $ 12 y de a $ 9 vara; ¿qué suma recibirá por 72 varas, si vende igual número de cada uno de los precios indicados?

520. Fulgencio González vende igual número de pollos, patos y gansos en 3.540 centavos; los pollos a 12 centavos cada uno; los patos a 37 centavos, y los gansos a 69 centavos; ¿cuántas aves ha vendido de cada especie?

521. Por $ 75 se ha comprado cierto número de metros de género; por $ 115 se hubiera podido comprar 8 más. ¿Cuántos metros se han comprado, y a cómo el metro?

522. Si hubiera vendido en $ 20 más una mercancía que me había costado $ 350, habría ganado $ 35. ¿En cuánto la he vendido?

523. Se han comprado 36 sombreros a $ 8 cada uno; ¿a cuánto se debe revender el sombrero para ganar sobre todos una suma igual al precio de compra de 9 de ellos?

524. Un individuo sale de casa con cierta suma. Pide prestados $ 345 y paga una deuda de $ 845. Luego recibe $ 625 que se le debían y vuelve a casa con $ 295. Siendo los gastos de viaje de $ 9, ¿cuánto tenía al salir de casa?

525. Un general sale para una expedición con 13.000 hombres; deja 600 en un fuerte, y en compensación recibe 800 hombres. El número de enfermos dejados en varios hospitales asciende a 450; pide aún 3.500 hombres, pero no recibe más que 2.730. Antes de llegar al lugar de su expedición deja 1.750 en diversos puntos. ¿Cuántos hombres tiene el general al llegar a su destino?

526. Cuatro socios han ganado $ 21.175 que deben repartirse. El primero ha de recibir $ 4.250 más que el segundo; el segundo $ 1.700 más que el tercero; el tercero $ 1.175 más que el cuarto que recibe $ 2.500. ¿Qué cantidad recibirá cada uno?

527. Un padre de familia compra en $ 280 unos relojes de bolsillo para sus hijos: 3 son de oro y 2 de plata. Si hubiera comprado uno más de oro habría pagado $ 360. Calcúlese el precio de un reloj de cada clase.

528. Se reparte cierta suma entre tres personas: la primera recibe $ 4.368, la segunda $ 540 más que la primera, la tercera $ 54 más que las dos primeras juntas. Hecha la repartición, quedan $ 27 para limosnas. ¿Cuál es la suma repartida?

529. Cuatro personas se reparten una suma. La primera recibe $ 1.200; la segunda tanto como la primera y la tercera; la tercera tanto como la primera y la cuarta; la cuarta recibe $ 8.00. ¿Qué suma era ésta?

530. Cuatro personas al repartirse una suma reciben: la primera, \$ 1.200; la segunda \$ 150 más que la primera; la tercera la mitad de lo que recibieron las dos primeras; la cuarta \$ 225 menos que la tercera. ¿Cuál es la suma repartida?

531. ¿A cuánto asciende la suma total que poseen cuatro viajantes, si el primero tiene \$ 1.507, el segundo \$ 181 menos que el primero, el tercero \$ 75 más que el segundo, y el cuarto \$ 206 menos que el primero?

532. Dos espitas dan la una 12 litros de agua por minuto, y 16 la otra, llenando así un estanque en 3 horas y 15 minutos. ¿Cuál es la capacidad del estanque?

533. Dos trenes que deben cruzarse salen a la misma hora de dos ciudades; el primero recorre 40 kilómetros por hora, y el otro 51. ¿Qué distancia separa dichas ciudades si los trenes se cruzan 9 horas después de su salida?

534. Una empresa empieza sus operaciones con \$ 5.695 de fondos; si los ingresos diarios ascienden a \$ 398 y los gastos a \$ 415, ¿en cuánto tiempo se agotarán los fondos?

535. Emilio que tiene \$ 20 compra un sombrero en \$ 3, y dos pantalones uno de los cuales vale \$ 2 más que el otro. Sabiendo que le quedan todavía \$ 9, dígase a cómo compró cada pantalón.

536. Un librero vende 10 volúmenes en cierta cantidad, y luego después 15 más al mismo precio. Por la 2ª venta recibe \$ 15 más que por la 1ª; ¿a cómo sale cada libro?

537. Dos casas han sido tasadas en \$ 36.000; al precio de la 1ª le falta \$ 3.000 para ser el duplo del de la 2ª; ¿cuánto importa cada casa?

538. Un pastor quiere colocar 153 ovejas en tres rediles, de modo que en el 2º haya el duplo de las del 1º, más 3, y que en el 3º haya 4 veces el número de las del 2º, menos 5; ¿cuántas ovejas le salen para cada redil?

NOTA.—Se hallarán otros problemas sobre las operaciones fundamentales, pág. 141 y en los *Problemas de repaso.*

Amarales

PROPIEDADES DE LOS NUMEROS

Definiciones

108. Un número es divisible por otro cuando lo contiene un número exacto de veces.

Por ejemplo, 18 es *divisible* por 6, porque al partir 18 por 6 resulta por cociente el número entero 3 y cero por residuo.

109. **Múltiplo** de un número es el producto de este número por un factor entero cualquiera.

Así, por ejemplo, 56 es un *múltiplo de* 8, pues es el producto de 8 por 7; 56 es también *múltiplo de* 7, por ser el producto de 7 por 8.

De esta definición resulta que los múltiplos de un número son divisibles por este número.

Siendo 56 un múltiplo de 7 y de 8, podrá designarse por m 7, m 8, que se lee *múltiplo de* 7, *múltiplo de* 8.

110. Llámase *submúltiplo, factor* o *divisor* de un número entero, otro número entero contenido un número exacto de veces en el primero.

Así por ejemplo, los números 2, 3, 6, 9, que están contenidos un número exacto de veces en 18, son *submúltiplos* de 18.

A los submúltiplos de un número, también se les da el nombre de partes *alícuotas.*

111. Un número es *par* cuando remata en cifra par o en cero; todo número par es un múltiplo de 2.

Así, los números 746, 850, 1128 son *pares,* porque rematan en cifra par o en cero.

112. Un número es *impar* cuando remata en cifra impar.

Por ejemplo, los números 17, 121, 235 son *impares.*

Caracteres de divisibilidad

113. DIVISIBILIDAD POR 2.—Un número es divisible por 2 cuando la cifra de sus unidades simples es cero o par.

Un número que no remata en cero o en cifra par no es divisible por 2, y el residuo de la división es forzosamente 1.

114. DIVISIBILIDAD POR 5.—Un número es divisible por 5 cuando la cifra de sus unidades simples es 0 o 5.

Así, los números 30 y 125 son divisibles por 5.

Un número que no remata en 0 o en 5 no es divisible por 5, y el residuo de la división es igual al residuo de la división por 5 de la cifra de sus unidades simples, ya que las decenas son siempre divisibles por 5. En efecto, $10=5\times2$.

115. DIVISIBILIDAD POR 4 O POR 25.—Un número es divisible por 4 o por 25 cuando sus dos primeras cifras de la derecha son ceros, o forman un número divisible por 4 o por 25.

Así, los números 300 y 124 son divisibles por 4, y los números 300 y 175 lo son por 25.

Siendo las centenas de un número divisibles por 4 y por 25, pues $100=4\times25$, se infiere que el residuo de la división de un número por 4 ó por 25 es igual al residuo de la división por 4 ó por 25 del número formado por sus dos primeras cifras de la derecha.

116. DIVISIBILIDAD POR 8 O POR 125.—Un número es divisible por 8 o por 125 cuando sus tres primeras cifras de la derecha son ceros, o forman un número divisible por 8 o por 125.

Por ejemplo, los números 2.000 y 2.384 son divisibles por 8, y los números 2.000 y 1.375 lo son por 125.

117. DIVISIBILIDAD POR 9 Y POR 3.—Un número es divisible por 9 o por 3 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es divisible por 9 o por 3.

Así, 12.348 es divisible por 9, pues $1+2+3+4+8=18$, que es un múltiplo de 9.

Asimismo, 126 es divisible por 3, porque $1+2+6=9$, que es un múltiplo de 3.

Cuando un número no es divisible por 9 o por 3, se encuentra el residuo dividiendo por 9 o por 3 la suma de las cifras que lo componen.

Así, el residuo de la división de 56.785 por 9 es el de la división por 9 de $(5+6+7+8+5)$, o sea 4.

El residuo de la división de este mismo número por 3 es 1.

118. Nota.—En la práctica, para encontrar el residuo por 9, se suman sucesivamente las cifras del número, diferentes de 9, cuidando de restar 9 de cada suma parcial igual o mayor que esta cifra. La última resta es el residuo buscado.

El residuo por 3 se encuentra dejando los múltiplos de 3, y restando de las sumas parciales el mayor múltiplo de 3 contenido en ellas.

Así para encontrar rápidamente el residuo de 56.785 por 9, se dice:

$$5+6=11,\ 11-9=2 \text{ ó } 1+1=2;\ 2+7=9;\ 8+5=13,$$
$$13-9=4 \text{ ó } 1+3=4;$$

o de otro modo: siendo 31 la suma de los valores absolutos de las cifras del número 56.785, se dice: $3+1=4$, residuo igual al precedente.

Para encontrar el residuo por 3:

$$5+7=12;\ 8+5=13,\ 13-12=1;$$

o razonando con 31, se dice: $3+1=4$; $4-3=1$.

119. DIVISIBILIDAD POR 11.—Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de los valores absolutos de sus cifras de lugar impar y los valores de las de lugar par, contando de derecha a izquierda, es cero o un múltiplo de 11.

Así, para cerciorarse de que 65.329 es divisible por 11, sumaremos, por una parte, las cifras 9, 3 y 6, y por otra las cifras 2 y 5, y efectuaremos la resta de las dos sumas.

$$\begin{array}{r} 9+3+6=18 \\ 2+5=\ 7 \\ 18-7=11 \end{array}$$

Luego, el número 65.329 es divisible por 11.

Pruebas de la multiplicación y de la división

120. PRUEBA POR 9 DE LA MULTIPLICACION.—Para hacer la prueba por 9 de la multiplicación, se buscan los residuos por 9 del multiplicando, del multiplicador y del producto. Se multiplican entre sí los dos primeros residuos y su producto dividido por 9 debe dar un residuo igual al del producto total.

Ejemplo.—Hágase la prueba por 9 del producto 347×526.

Operación

```
   347
   526
  2082
  694
 1735
182522
```

Prueba

En la práctica se escriben los residuos de los factores en dos ángulos opuestos por el vértice; se hace el producto de ellos, y se escribe en un tercer ángulo el residuo de este producto. En el cuarto ángulo se escribe el residuo del producto que se quiere comprobar. Los dos últimos residuos han de ser iguales.

121. Prueba por 9 de la división.— La prueba por 9 de la división se deduce de la prueba por 9 de la multiplicación:

1º *Si la división no tiene residuo,* se hace la prueba considerando el dividendo como el producto del divisor por el cociente, y así se vuelve al caso de la multiplicación.

2º *Cuando la división tiene residuo,* se lo resta del dividendo, y se vuelve al caso precedente.

122. Nota.—No siempre que se verifique la prueba, será cierta la operación; claro está, en efecto, que cambiando de lugar, por ejemplo las cifras de los facto-

res o del producto, la prueba quedará satisfecha aunque la operación resulte equivocada.

La prueba por 11 da mayor probabilidad de la exactitud de la operación, pues el residuo de la división de un número por 11 depende no sólo del valor absoluto de las cifras, sino también de su lugar en los números.

123. Prueba por 11.— La prueba por 11 se ejecuta como la prueba por 9, tomando los residuos por 11 en vez de 9.

Ejemplo.—Hágase la prueba por 11 del producto 347 X 526.

Operación

```
   347
   526
  2082
  694
 1735
182522
```

Prueba

Máximo común divisor de varios números

124. Definiciones.—Llámase *común divisor* de varios números un número que los divide a todos sin residuo.

Así 2, 3 y 6 *son divisores comunes* de 42 y 60.

125.—Máximo común divisor de varios números es el mayor número que los divide exactamente a todos.

En el ejemplo precedente, 6 es el máximo común divisor de 42 y 60.

El máximo común divisor se designa por medio de las letras iniciales *m. c. d.* . .

126.—Cuando varios números no tienen más que 1 por común divisor, claro está que su máximo común divisor es también 1. En este caso, se dice que los números son *primos entre sí.*

127. Encontrar el máximo común divisor de dos números.—Búsquese el *m. c. d.* de 615 y 195.

El *m. c. d.* de 615 y 195 no puede ser mayor que 195, ya que debe dividir a este número. 195 será el *m. c. d.* si divide a 615.

Dividiendo 615 por 195, resulta 30 por residuo. Lo que manifiesta que 195 no es el *m. c. d.*; ahora bien el *m. c. d.* de 615 y 195 será el mismo que el de 195 y 30.

Dividiendo 195 por 30, resulta 15 por residuo.

Por donde se ve que 30 no es el *m. c. d.* buscado; dividamos 30 por 15. Resultando nulo el residuo, 15 es el *m. c. d.* de 615 y 195.

Disposición de la operación

	3	6	2	*Cocientes.*
615	195	30	15	*Divisores*
30	15	0		*Residuos*

128. REGLA.—Para encontrar el m. c. d. de dos números, se divide el mayor por el menor. Si no hay residuo, el número menor es el m. c. d.; si queda residuo, se divide el divisor por este residuo; en seguida, el primer residuo por el segundo, el segundo por el tercero, y así sucesivamente, hasta que no quede residuo. El último divisor empleado es el m. c. d. buscado.

A continuación (**139**) indicaremos otro procedimiento.

129. Nota.—Si el último divisor fuese 1, los dos números serían primos *entre sí.*

Ejemplo.—Búsquese el *m. c. d.* de los números 4.807 y 119.

	40	2	1	1	7	3
4807	119	47	25	22	3	1
47	25	22	3	1	0	

130. Encontrar el máximo común divisor de más de dos números.—Búsquese el *m. c. d.* de 615, 195 y 80.

El *m. c. d.* de 615 y 195 es 15 (**127**). El *m. c. d.* buscado es pues igual al *m. c. d.* de 80 y 15.

615	195	80
	15	80
		5

Siendo 5 el *m. c. d.* de 80 y 15, se infiere que 5 es también el *m. c. d.* de los números 615, 195 y 80.

Si tuviéramos 4, 5... números, se buscaría el *m. c. d.* de los 3 primeros, luego el del cuarto y de este *m. c. d.* etc.

131. REGLA.—Para encontrar el m. c. d. de varios números, se busca el de los dos primeros; en seguida el m. c. d. de este último y del tercer número, y así en adelante. El último m. c. d. encontrado es el de los números propuestos.

NUMEROS PRIMOS

132. Definición.—Llámase *número primo* el que sólo es divisible por sí mismo y por la unidad.

Así, por ejemplo, 3, 5, 11, 17 son números *primos.*

De esta definición se infiere que un número primo no puede dividir a otro número primo.

133. Formación de una tabla de números primos.

Busquemos, por ejemplo, todos los números primos menores que 100.

Primero se escribe la serie natural de los números.

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

En seguida, contando desde el 2, se rayan o tachan de 2 en 2 los números de esta tabla, y quedan así tachados todos los múltiplos de 2.

Contando desde el 3, que se conserva, se tachan los números de 3 en 3, y quedan suprimidos todos los múltiplos de 3.

Se pasa al 5, y se hace lo mismo, de 5 en 5; luego, de 7 en 7, con lo cual queda terminada la operación.

Este cuadro, llamado **criba de Eratóstenes,** manifiesta que hay 25 números primos menores que 100.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

No debe contarse el número 1 entre los primos, puesto que todos los números, primos o no, son divisibles por 1.

134. Números primos entre sí.— Dos o más números son *primos entre sí* cuando no tienen otro divisor común que la unidad, aunque cada uno separadamente no sea primo.

Por ejemplo, 16 y 27 son *primos entre sí,* así como 12, 25 y 91.

Dos números *consecutivos* son primos entre sí.

Todo número primo que no divide a otro número dado es primo con él.

135. PRINCIPIO.—Cuando un número es divisible por otros números, que son primos entre sí de dos en dos también es divisible por el producto de ellos.

Luego un número es divisible:

por 6	cuando	lo es	por 2	y	por 3
— 18	—	—	2	—	9
— 12	—	—	3	—	4
— 36	—	—	4	—	9
etc.					

Descomposición de un número en sus factores primos

136. Definición.—Descomponer un número en sus factores primos es transformarlo en un producto indicado de factores primos.

Propongámonos, por ejemplo, descomponer el número 252 en sus factores primos.

252 es divisible por	2	....	$252=2\times$	126
126 —	2	....	$126=2\times$	63
63 —	3	....	$63=3\times$	21
21 —	3	....	$21=3\times$	7
7 es número primo		....	$7=7\times$	1

Así $252=2\times2\times3\times3\times7$ ó $2^2\times3^2\times7$

En la práctica se escriben los dividendos a la izquierda, y los divisores a la derecha de una misma línea vertical.

252	**2**
126	**2**
63	**3**
21	**3**
7	**7**
1	

137. REGLA.—Para descomponer un número en sus factores primos, se divide primero el número por el menor de sus divisores primos; se hace lo mismo con el cociente, luego con el segundo cociente, y así en adelante, hasta que resulte un cociente igual a 1. Los divisores son los factores primos del número propuesto.

Aplicaciones de los números primos

138. I. Hallar todos los divisores de un número

Sea el número 180.
Este número descompuesto en sus factores primos da:

$$180=2^2\times3^2\times5.$$

Todos los productos de los factores de 180, que son primos entre sí, combinados de dos en dos, de tres en tres, etc. dividen a 180 (**135**).

Para encontrar estos productos, dispongamos en línea vertical, y por orden de valor, los factores primos.

180	2								
90	2	4							
45	3	6	12						
15	3	9	18	36					
5	5	10	20	15	30	60	45	90	180
1									

Multiplicando 2 por 2, se escribe el producto 4 a la derecha del segundo 2; multiplicando en seguida por 3 las dos primeras líneas, compuestas de los números 2 y 4, se escriben los productos a la derecha del 3; multiplicando por 3 las tres primeras líneas, compuestas de los números 2, 4, 3, 6 y 12, se escriben los productos a la derecha del segundo 3; por último se multiplican por 5 las cuatro primeras líneas, y resulta la quinta.

Todos los números del cuadro dividen a 180 (135).

139. II.—Hallar el máximo común divisor de varios números.

Sean los números 540 y 360.
Estos números descompuestos en sus factores primos dan:

$$540=2^2,\ 3^3,\ 5$$
$$360=2^3.\ 3^2.\ 5$$

Los factores comunes a los dos números son 2^2, 3^2 y 5; luego el *m. c. d.* será:

$$2^2\times3^2\times5=180.$$

140. REGLA.—Para encontrar el m. c. d. de varios números descompuestos en sus factores primos, basta multiplicar entre sí los factores primos comunes a estos números, tomados con su menor exponente.

III.—Hallar el mínimo común múltiplo de varios números.

141. Llámase **común múltiplo** de varios números, un número que es exactamente divisible por cada uno de ellos.

Así, 30 que es divisible por 2, 3, 5, es *común múltiplo* de estos números.

142. Mínimo común múltiplo de varios números es el menor número divisible por cada uno de ellos.

Por ejemplo, 18 es el mínimo común múltiplo de 2, 3, 6 y 9, por ser el menor número divisible por 2, 3, 6 y 9.

El *mínimo común múltiplo* se designa con las letras iniciales *m. c. m.*

Busquemos el *m. c. m.* de los números 60, 70 y 72.

Descomponiendo estos números en sus factores primos, resulta:

$$60=2^2.\ 3.\ 5$$
$$70=2.\ 5.\ 7$$
$$72=2^3.\ 3^2$$

Para que el número buscado sea el *m. c. m.* de 60, 70 y 72, es preciso que entre sus factores haya todos los factores de 60, 70 y 72, cada uno tomado con su mayor exponente.

Luego el *m. c. m.* de los números 60, 70 y 72 es igual a

$$2^3.\ 3^2.\ 5.\ 7=2.520$$

143. REGLA.—Para encontrar el m. c. m. **de varios números, se los descompone en sus factores primos, y se forma el producto de todos los factores primos, comunes o no, tomados con su mayor exponente.**

Nota.—El *m. c. m.* de dos números primos entre sí es el producto de estos números.

EJERCICIOS ORALES

539. ¿Qué se llama múltiplo de un número?

540. ¿Qué ha de hacerse para obtener un múltiplo de un número?

541. ¿Qué se llama submúltiplo o divisor de un número?

542. ¿Cuál es el máximo divisor de un número?

543. ¿Cuál es el mínimo divisor de un número?

544. ¿Cuántos divisores tiene un número primo?

545. ¿Qué se llama número par?

546. ¿Qué se llama número impar?

547. ¿Cuál es el menor número que se ha de añadir o quitar a otro número par para hacerlo impar?

548. ¿Qué cifras pueden escribirse a continuación de 27, para formar un número impar de tres cifras?

549. ¿Qué cifras pueden escribirse a continuación de 23, para formar un número impar de tres cifras?

550. ¿Se obtiene un número par o impar, sumando: 1º dos números pares; 2º dos impares; 3º un par y otro impar?

551. ¿Qué se obtiene restando: 1º un número par de otro par; 2º un número impar de otro impar; 3º un número par de otro impar y viceversa?

552. ¿Cuándo es un número divisible por 2?

553. En un número compuesto de decenas y unidades, ¿cuál es la parte que siempre es divisible por 2?

554. ¿Por qué la divisibilidad de un número por 2 depende de la cifra de las unidades?

555. ¿Cuál es el mayor múltiplo de 2 contenido en un número cualquiera?

556. ¿Cuándo es un número divisible por 5?

557. En un número de dos o más cifras, ¿cuál es la parte que siempre es divisible por 5?

558. ¿Por qué la divisibilidad de un número por 5 depende de la cifra de las unidades?

559. ¿Cuándo es un número divisible por 4?

560. En un número de tres o más cifras, ¿cuál es la parte que siempre es divisible por 4?

561. ¿Por qué la divisibilidad de un número por 4 depende de las dos primeras cifras de la derecha?

562. ¿Qué cifras pueden escribirse a la derecha del número 23 para formar un número de 3 cifras divisibles por 4?

563. ¿Qué cifras pueden escribirse a la derecha de los números 52, 34, 86 para formar números de 3 cifras divisibles por 4?

564. ¿Cuándo es un número divisible por 25?

565. En un número de tres o más cifras, ¿cuál es la parte que siempre es divisible por 25?

566. ¿Por qué la divisibilidad de un número por 25 depende de las dos primeras cifras de la derecha?

567. ¿Cuáles pueden ser las dos últimas cifras de la derecha en los números divisibles por 25?

568. ¿Cuándo es un número divisible por 8?

569. En un número de cuatro o más cifras, ¿cuál es la parte que siempre es divisible por 8?

570. ¿Por qué la divisibilidad de un número por 8 depende de la clase de las unidades?

571. ¿Cuándo es un número divisible por 125?

572. En un número de cuatro o más cifras, ¿cuál es la parte que siempre es divisible por 125?

573. ¿Por qué la divisibilidad de un número por 125 depende de la clase de las unidades?

574. ¿Cuándo es un número divisible por 3?

575. ¿Qué cifras pueden escribirse a la derecha del número 751 para formar un número de cuatro cifras que sea divisible por 3?

576. ¿Cuándo es un número divisible por 9?

577. ¿Qué cifras pueden escribirse a la derecha del número 359 para tener un número de cuatro cifras divisible por 9?

578. ¿Cuándo es un número divisible por 6?

579. ¿Por qué la divisibilidad de un número por 6 depende de su divisibilidad por 2 y por 3?

580. ¿Puede ser un número impar divisible por 6?

581. ¿Cuándo es un número divisible por 12?

582. ¿Resulta un número par o impar, multiplicando entre sí: 1º dos números pares; 2º dos números impares; 3º un número par por un número impar?

583. ¿A qué se llama número primo?

584. ¿Cuándo son primos entre sí varios números?

585. ¿Son primos entre sí dos números pares?

586. ¿Son primos entre sí dos números consecutivos?

587. ¿Son siempre primos dos números primos entre sí? Dése un ejemplo.

588. ¿Cómo se descompone un número en sus factores primos?

589. ¿Cómo se encuentra: 1º el *m. c. d.*; 2º el *m. c. m.* por medio de los factores primos?

EJERCICIOS POR ESCRITO

Descompónganse en sus factores primos los números siguientes:

590.	8	**602.**	108	**614.**	224	**626.**	954
591.	24	**603.**	112	**615.**	225	**627.**	630
592.	40	**604.**	120	**616.**	240	**628.**	702
593.	48	**605.**	132	**617.**	270	**629.**	770
594.	64	**606.**	136	**618.**	285	**630.**	816
595.	72	**607.**	144	**619.**	306	**631.**	936
596.	84	**608.**	154	**620.**	360	**632.**	1.155
597.	88	**609.**	165	**621.**	378	**633.**	4.312
598.	96	**610.**	175	**622.**	405	**634.**	15.435
599.	98	**611.**	196	**623.**	450	**635.**	16.200
600.	99	**612.**	198	**624.**	486	**636.**	49.896
601.	100	**613.**	216	**625.**	504	**637.**	50.465

Hállese el m. c. d. de los números siguientes: 1º *por el método ordinario:* 2º *descomponiéndolos en sus factores primos.*

638.	8 y 12	**643.**	121 y 187	**648.**	309 y 993
639.	16 y 80	**644.**	138 y 345	**649.**	1.986 y 2.226
640.	28 y 35	**645.**	272 y 288	**650.**	3.045 y 105
641.	80 y 256	**646.**	315 y 675	**651.**	2.460 y 108
642.	99 y 113	**647.**	114 y 504	**652.**	3.563 y 133

Hállese el m. c. m. de los números siguientes:

653.	8, 15 y 24	**659.**	30, 42 y 72
654.	16, 42 y 56	**660.**	28, 35 y 84
655.	12, 35 y 46	**661.**	24, 30 y 36
656.	42, 63 y 70	**662.**	21, 27 y 30
657.	54, 63 y 81	**663.**	40, 70 y 84
658.	32, 40 y 25	**664.**	32, 56 y 68

PARTE II

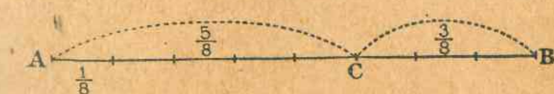
NUMEROS QUEBRADOS
RAIZ CUADRADA

QUEBRADOS COMUNES

Nociones preliminares.

144. Definición.—Llámase *quebrado* o *fracción*, una o varias partes de la unidad dividida en cualquier número de partes iguales.

Supongamos la *unidad* representada por la recta AB, y dividamos esta recta en 8 partes iguales.



Cada división representa *un octavo* de la unidad; el segmento CB representa los *tres octavos*, y el segmento AC, los *cinco octavos.*

Asimismo si se divide una manzana en dos partes iguales, cada parte representará una fracción de la manzana, y se llamará *un medio o una mitad;* si se divide en tres partes iguales, una de ellas representará *un tercio*, y dos, *dos tercios;* si se divide en diez partes, cada una representará *un décimo*, etc.

145. Términos del quebrado.— Un quebrado consta de dos *términos*, llamados numerador y denominador.

El *denominador* indica en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad.

El *numerador* denota el número de estas partes que se toman para formar el quebrado.

Si se dice, por ejemplo, que el segmento AC es los *cinco octavos* de la unidad, *cinco* representa el *numerador*, y *ocho*, el *denominador*.

146. Escritura de un quebrado.—Los dos números con que se representa un quebrado común se escriben uno encima de otro y separados entre sí por una raya horizontal u oblicua.

Un tercio	se escribe	$\frac{1}{3}$	ó 1/3
Tres cuartos	—	$\frac{3}{4}$	» 3/4
Siete octavos	—	$\frac{7}{8}$	» 7/8
Once doceavos	—	$\frac{11}{12}$	ú 11/12

147. Lectura de un quebrado.— Para leer un quebrado común se enuncia primero el numerador, y después el denominador, agregando a éste la terminación *avo* cuando es 8, y siempre que es mayor que 10.

V. g. : $\frac{3}{8}$, tres oct*avos;* $\frac{7}{12}$, siete doce*avos;* $\frac{8}{22}$, ocho veintidós*avos;* $\frac{14}{130}$, catorce ciento treinta*avos;* $\frac{25}{300}$, veinticinco trescientos*avos.*

Si el denominador es uno de los números 2, 3, 4, 5, 6, 7 ó 9, no se le agrega la terminación *avo*, porque cada uno de estos números tiene la suya propia, a saber: *medio, tercio, cuarto, quinto, sexto, séptimo, noveno.*

Así,	$\frac{2}{3}$	se lee	*dos tercios.*
	$\frac{3}{5}$	—	*tres quintos..*
	$\frac{5}{7}$	—	*cinco séptimos.*

Cuando el denominador es la unidad seguida de uno o más ceros, como 10, 100, 1.000, etc., se dice *décimo, centésimo, milésimo,* etc.

$\frac{3}{10}$	se lee	*tres décimos.*
$\frac{7}{100}$	»	*siete centésimos.*

148. Comparación de un quebrado con la unidad.

Pueden ocurrir tres casos:

1º Que el numerador sea menor que el denominador; entonces el quebrado es *menor que la unidad*, y se llama *quebrado propio.*

Por ejemplo, $\frac{4}{7}$ y $\frac{11}{15}$.

2º Que los términos sean iguales entre sí; entonces el quebrado es *igual a la unidad.*

Así, $\frac{8}{8} = 1$; $\frac{125}{125} = 1$.

3º Que el numerador sea mayor que el denominador; entonces el quebrado es *mayor que la unidad* y se llama *quebrado impropio* o *expresión fraccionaria.*

Por ejemplo, $\frac{12}{7}$ y $\frac{15}{11}$.

Principales propiedades de los quebrados

149. 1ª PROPIEDAD.—Si dos quebrados tienen un mismo denominador, el mayor es el que tiene mayor numerador.

Sean los quebrados $\frac{5}{7}$ y $\frac{3}{7}$ que tienen un mismo denominador: digo que $\frac{5}{7}$ es mayor que $\frac{3}{7}$

En efecto, estos quebrados representan partes iguales de la unidad, a saber, séptimos; pero el primero tiene 5 de estas partes, mientras que el segundo no tiene más que 3; luego $\frac{5}{7}$ es mayor que $\frac{3}{7}$.

150. 2ª PROPIEDAD.—Si dos quebrados tienen un mismo numerador, el mayor es el que tiene menor denominador.

Sean los quebrados $\frac{3}{8}$ y $\frac{3}{11}$ que tienen un mismo numerador; digo que $\frac{3}{8}$ es mayor que $\frac{3}{11}$.

En efecto, cada uno de estos quebrados representa 3 partes de la unidad; pero las partes del primero, que son octavos, son mayores que las del segundo, que son onceavos; luego $\frac{3}{8}$ es mayor que $\frac{3}{11}$.

151. 3ª PROPIEDAD.—Si se multiplica el numerador de un quebrado por un número, el quebrado queda multiplicado por este número; y si se multiplica el denominador, el quebrado queda dividido.

1º Sea el quebrado $\frac{4}{7}$; multiplico el numerador por 3 y resulta $\frac{12}{7}$; digo que $\frac{12}{7}$ es 3 veces mayor que $\frac{4}{7}$.

En efecto, ambos quebrados representan partes iguales de la unidad, esto es, séptimos; pero $\frac{12}{7}$ contiene 3 veces más de estas partes; luego $\frac{12}{7}$ es 3 veces mayor que $\frac{4}{7}$.

2º Sea el quebrado $\frac{4}{7}$; multiplico el denominador por 3, y resulta $\frac{4}{21}$; digo que $\frac{4}{21}$ es 3 veces menor que $\frac{4}{7}$.

En efecto, ambos quebrados representan igual número de partes de la unidad, esto es, 4; pero las partes de $\frac{4}{21}$ son 3 veces menores que las de $\frac{4}{7}$; luego $\frac{4}{21}$ es 3 veces menor que $\frac{4}{7}$.

152. 4ª PROPIEDAD.—Si se divide el numerador de un quebrado por un número, el quebrado queda dividido por este número; y si se divide el denominador, el quebrado queda multiplicado.

1º Sea el quebrado $\frac{6}{9}$; divido el numerador por 3, y resulta $\frac{2}{9}$; digo que $\frac{2}{9}$ es 3 veces menor que $\frac{6}{9}$.

En efecto, en ambos quebrados las partes de la unidad son iguales, pues son novenos; pero $\frac{2}{9}$ contiene 3 veces menos de estas partes; luego $\frac{2}{9}$ es 3 veces menor que $\frac{6}{9}$.

2º Sea el quebrado $\frac{5}{24}$; divido el denominador por 3, y resulta $\frac{5}{8}$; digo que este quebrado es 3 veces mayor que $\frac{5}{24}$.

En efecto, ambos quebrados representan un mismo número de partes de la unidad, esto es, 5; pero estas partes son 3 veces mayores en $\frac{5}{8}$; luego este quebrado es 3 veces mayor que $\frac{5}{24}$.

153. CONSECUENCIAS.—1ª **Para multiplicar un quebrado por un número, se multiplica el numerador por este número, lo que siempre es posible; o se divide el denominador por este número, cuando puede efectuarse la operación.**

2ª. **Para dividir un quebrado por un número, se multiplica el denominador por este número, lo que siempre es posible; o se divide el numerador por este número, cuando puede efectuarse la operación.**

154. 5ª PROPIEDAD.—**No se altera el valor de un quebrado cuando se multiplican o se dividen sus dos términos por un mismo número.**

1º Sea el quebrado $\frac{4}{5}$; multiplico sus dos términos por 3 y resulta $\frac{12}{15}$; digo que este quebrado es igual a $\frac{4}{5}$.

En efecto, al multiplicar el numerador por 3, el quebrado queda multiplicado por 3 (**151**, 1º); al multiplicar el denominador por 3, el quebrado queda dividido por 3 (**151**, 2º).

Por lo tanto, estando el quebrado multiplicado y dividido por un mismo número, no se ha alterado su valor.

2º Sea el quebrado $\frac{24}{40}$; divido ambos términos por 8, y resulta $\frac{3}{5}$; digo que este quebrado es igual a $\frac{24}{40}$.

En efecto, al dividir el numerador por 8, el quebrado queda dividido por 8 (**152**, 1º); al dividir el denominador por 8, el quebrado queda multiplicado por 8. (**152**, 2º).

Luego, estando el quebrado dividido y multiplicado por el mismo número, no se ha alterado su valor.

Reducciones o transformaciones de quebrados

155. Definición.— Llámanse *reducciones* de quebrados los varios cambios que se hacen en sus términos sin alterar el valor de estos quebrados.

Hay cuatro reducciones principales de quebrados.

Primera reducción

156. *Reducir un número entero o un número mixto a quebrado impropio.*

1º Reducir 6 enteros a séptimos.

Un entero vale 7 séptimos ó $\frac{7}{7}$,

6 enteros valdrán $\frac{7\times 6}{7}=\frac{42}{7}$.

157. REGLA.—**Para reducir un número entero a quebrado impropio, se multiplica el denominador dado por el número entero, y al producto se le pone el mismo denominador.**

2º Reducir $6\frac{3}{4}$ a quebrado impropio.

Los 6 enteros valen $\frac{24}{4}$, según el caso anterior; y $6\frac{3}{4}$ valdrán $\frac{24}{4}+\frac{3}{4}$ o $\frac{27}{4}$.

158. REGLA.—**Para reducir un número mixto a quebrado impropio, se multiplica el entero por el denominador**

del quebrado, al producto se le añade el numerador, y al total se le da por denominador el mismo del quebrado.

Segunda reducción

159. *Sacar los enteros contenidos en un quebrado impropio.*

Sáquense los enteros contenidos en $\frac{72}{7}$.

Como cada unidad vale 7 séptimos, tantas veces como 7 esté contenido en 72, tantos enteros contendrá el quebrado impropio.

El cociente de 72 por 7 es 10, y el residuo, 2;

luego $\frac{72}{7}=10+\frac{2}{7}$.

$$\begin{array}{r|l} 72 & 7 \\ \cline{2-2} 2 & 10 \end{array}$$

160. REGLA.—Para sacar los enteros contenidos en un quebrado impropio, se divide el numerador por el denominador, el cociente representa los enteros; si queda residuo, se lo pone por numerador de un quebrado, cuyo denominador es el del quebrado impropio.

Tercera reducción

Simplificar los quebrados y reducirlos a su más simple expresión

161. Definición.— *Simplificar* un quebrado es transformarlo en otro equivalente cuyos términos sean menores, y por tanto más *simples.*

Ejemplo, $\frac{16}{24}=\frac{8}{12}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

Los quebrados $\frac{8}{12}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$ son simplificaciones de $\frac{16}{24}$.

162. Reducir un quebrado a su *más simple expresión,* es representarlo con los menores términos posibles.

Así, cada uno de los quebrados $\frac{8}{12}$, $\frac{4}{6}$ y $\frac{2}{3}$ es una expresión más simple que $\frac{16}{24}$; pero sólo $\frac{2}{3}$ es la *más simple* de todas.

Cuando el quebrado no puede simplificarse, dícese que es *irreducible;* entonces sus términos son *primos entre sí.*

Propongámonos reducir a su más simple expresión el quebrado $\frac{120}{180}$.

$$\frac{120}{180}=\frac{10\times2\times2\times3}{10\times2\times3\times3}=\frac{2}{3}$$

Dividamos por 10 ambos términos; y resulta $\frac{12}{18}$; dividamos por 2 y por 3 los términos de $\frac{12}{18}$, y tendremos $\frac{2}{3}$.

El quebrado $\frac{2}{3}$ es *irreducible,* ya que sus términos no tienen más que 1 por divisor común.

Puédese también descomponer ambos términos en sus factores primos, y luego suprimir en ambos los factores que les sean comunes.

163. REGLA.—Para simplificar un quebrado, se dividen ambos términos por un mismo número, repitiendo la operación hasta que el numerador y denominador sean primos entre sí.

También puede reducirse a su más simple expresión, dividiendo sus dos términos por su m. c. d.

Redúzcase, por ejemplo, el quebrado $\frac{117}{975}$ a su más simple expresión

El *m. c. d.* de 975 y 117 es 39. Dividamos ambos términos por 39:

$$\frac{117:39}{975:39}=\frac{3}{25}$$

El quebrado $\frac{3}{25}$ es irreducible pues sus términos son primos entre sí.

Cuarta reducción

Reducir quebrados a un común denominador

164. Definición.—Reducir quebrados a un *común denominador* es transformarlos en otros equivalentes que tengan el mismo denominador.

1º *Reducir dos quebrados a un común denominador.*
Redúzcanse a un común denominador los quebrados $\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{8}$.

Multiplico por 8 los dos términos del primer quebrado, y por 5 los dos términos del segundo, y resultan los quebrados $\frac{24}{40}$ y $\frac{35}{40}$. Estos quebrados son equivalentes a los primeros (**154**), y tienen el mismo denominador.

165. REGLA.—Para reducir dos quebrados a un común denominador se multiplican los dos términos del primero por el denominador del segundo, y los dos términos de éste por el denominador del primero.

166. Nota.—Cuando ocurre que el denominador de uno de los quebrados es múltiplo del denominador del otro, puede reducirse éste al denominador de aquél, multiplicando sus dos términos por el cociente de la división del denominador mayor por el menor.

EJEMPLO: Redúzcanse a un común denominador los quebrados $\frac{7}{40}$ y $\frac{3}{8}$.

Multiplico por 5, cociente de 40 por 8, los dos términos del quebrado $\frac{3}{8}$, y resulta $\frac{15}{40}$, con el mismo denominador que $\frac{7}{40}$.

2º *Reducir varios quebrados a un común denominador.*
Redúzcanse a un común denominador los quebrados.

$$\frac{3}{4},\ \frac{5}{7},\ \text{y}\ \frac{2}{9}.$$

Multiplico los dos términos del primer quebrado por 7×9, los del segundo por 4×9, los del tercero por 4×7; así resulta:

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times7\times9}{4\times7\times9}=\frac{189}{252}$$

$$\frac{5}{7}=\frac{5\times4\times9}{7\times4\times9}=\frac{180}{252}$$

$$\frac{2}{9}=\frac{2\times4\times7}{9\times4\times7}=\frac{56}{252}$$

Estos quebrados son equivalentes a los primeros (**154**) y tienen el mismo denominador.

167. REGLA.—Para reducir varios quebrados a un común denominador, se multiplican los dos términos de cada uno por el producto de los denominadores de los demás.

Nota.—Redúzcanse los quebrados a un común denominador para hacerlos homogéneos, y así poderlos *sumar* y *restar*.

Además, después de reducirlos a un común denominador es mucho más fácil compararlos, ya que basta comparar los numeradores.

Así, de los quebrados propuestos se ve inmediatamente que $\frac{3}{4}$ es mayor que $\frac{5}{7}$, y que $\frac{5}{7}$ es mayor que $\frac{2}{9}$.

168. Reducción de quebrados a su mínimo común denominador.—Ya sabemos que el denominador común es común múltiplo de los dos denominadores; por lo tanto el *mínimo común denominador* será el *mínimo común múltiplo de los denominadores.*

EJEMPLO.—Redúzcanse a su mínimo común denominador los quebrados $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{18}$ y $\frac{9}{40}$.

Descomponiendo los denominadores en sus factores primos, tenemos: $12=2^2\times3$; $18=2\times3^2$; $40=2^3\times5$.

Siendo el *m. c. m.* de los denominadores $2^3 . 3^2 . 5$ ó 360, dividamos este número por 12, 18 y 40, y multipliquemos los quebrados dados respectivamente por los cocientes:

Disposición de las operaciones

$$360 : 12 = 30 \qquad \frac{7\times30}{12\times30}=\frac{210}{360}$$

$$360 : 18 = 20 \qquad \frac{5\times20}{18\times20}=\frac{100}{360}$$

$$360 : 40 = 9 \qquad \frac{9\times9}{40\times9}=\frac{81}{360}$$

Estos quebrados son equivalentes a los primeros, pues se han multiplicado por un mismo número los dos términos de cada uno de los quebrados propuestos; el denominador es igual, ya que es el *producto* de los mismos factores; y es el *mínimo* denominador, por ser el *m. c. m.* de los primeros denominadores.

Luego, podemos formular la regla siguiente:

REGLA.—Para reducir quebrados a su mínimo común denominador: 1º se reducen estos quebrados a su más simple expresión; 2º se busca el m. c. m. de los denominadores; 3º se divide el m. c. m. por el denominador de cada quebrado, y se multiplican los dos términos del quebrado por el cociente correspondiente.

EJERCICIOS

Primera reducción

Redúzcanse a quebrados impropios los enteros siguientes:

665.	**3 unidades**	**a** medios	**671.**	**10 unidades a octavos.**	
666.	**4**	— tercios.	**672.**	**15** —	**novenos.**
667.	**5**	— sextos.	**673.**	**17** —	**décimos.**
668.	**6**	— cuartos.	**674.**	**25** —	**19 avos.**
669.	**7**	— quintos.	**675.**	**32** —	**13 avos.**
670.	**8**	— séptimos.	**676.**	**54** —	**25 avos.**

Redúzcanse a quebrados impropios los números mixtos siguientes:

677.	$4\frac{1}{2}$	**683.**	$19\frac{2}{5}$	**689.**	$62\frac{1}{2}$	**695.**	$84\frac{1}{11}$
678.	$5\frac{2}{3}$	**684.**	$21\frac{3}{9}$	**690.**	$63\frac{1}{4}$	**696.**	$87\frac{2}{13}$
679.	$8\frac{3}{4}$	**685.**	$22\frac{5}{8}$	**691.**	$67\frac{4}{5}$	**697.**	$89\frac{5}{12}$
680.	$9\frac{2}{5}$	**686.**	$41\frac{3}{7}$	**692.**	$70\frac{2}{7}$	**698.**	$90\frac{11}{17}$
681.	$9\frac{7}{8}$	**687.**	$50\frac{2}{3}$	**693.**	$78\frac{5}{7}$	**699.**	$101\frac{3}{4}$
682.	$15\frac{2}{7}$	**688.**	$61\frac{4}{5}$	**694.**	$80\frac{2}{9}$	**700.**	$208\frac{5}{6}$

54
15
270
108
1350

Segunda reducción

Sáquense los enteros contenidos en los quebrados siguientes, y dése el residuo si lo hay:

701.	$\frac{6}{2}$	**704.**	$\frac{21}{5}$	**707.**	$\frac{54}{8}$	**710.**	$\frac{69}{7}$
702.	$\frac{82}{13}$	**705.**	$\frac{24}{6}$	**708.**	$\frac{63}{6}$	**711.**	$\frac{92}{8}$
703.	$\frac{16}{7}$	**706.**	$\frac{32}{8}$	**709.**	$\frac{49}{8}$	**712.**	$\frac{104}{3}$

22
3
96
22
616

25
19
225
25
475

713. $\frac{84}{12}$	716. $\frac{108}{3}$	719. $\frac{107}{13}$	722. $\frac{125}{3}$
714. $\frac{77}{13}$	717. $\frac{127}{11}$	720. $\frac{98}{17}$	723. $\frac{742}{25}$
715. $\frac{48}{9}$	718. $\frac{73}{7}$	721. $\frac{95}{19}$	724. $\frac{397}{18}$

Tercera reducción

Redúzcanse los quebrados siguientes a su más simple expresión por medio de divisiones sucesivas:

725. $\frac{4}{6}$	731. $\frac{15}{45}$	737. $\frac{16}{36}$	743. $\frac{448}{200}$
726. $\frac{8}{10}$	732. $\frac{12}{60}$	738. $\frac{36}{48}$	744. $\frac{630}{1.350}$
727. $\frac{15}{21}$	733. $\frac{16}{40}$	739. $\frac{72}{80}$	745. $\frac{180}{450}$
728. $\frac{15}{18}$	734. $\frac{32}{48}$	740. $\frac{42}{63}$	746. $\frac{1.880}{4.200}$
729. $\frac{18}{24}$	735. $\frac{50}{55}$	741. $\frac{42}{126}$	747. $\frac{600}{1.500}$
730. $\frac{18}{36}$	736. $\frac{48}{54}$	742. $\frac{140}{150}$	748. $\frac{9.702}{22.050}$

Redúzcanse los quebrados siguientes a su más simple expresión valiéndose del máximo común divisor:

749. $\frac{5}{15}$	753. $\frac{36}{54}$	757. $\frac{96}{240}$	761. $\frac{126}{702}$
750. $\frac{12}{18}$	754. $\frac{34}{136}$	758. $\frac{594}{648}$	762. $\frac{888}{962}$
751. $\frac{24}{42}$	755. $\frac{75}{120}$	759. $\frac{546}{758}$	763. $\frac{324}{540}$
752. $\frac{30}{48}$	756. $\frac{136}{445}$	760. $\frac{840}{1.440}$	764. $\frac{1280}{46.400}$

Simplifíquense las expresiones siguientes:

765. $\frac{8\times3\times7}{28\times6\times5}$	768. $\frac{3.550\times100}{3.500\times9}$	771. $\frac{1.620\times13\times8}{7\times6\times5}$
766. $\frac{9\times16\times25}{10\times18\times5}$	769. $\frac{24\times15\times8}{16\times35\times6}$	772. $\frac{136\times14\times36}{8\times18\times28}$
767. $\frac{504\times100}{8.000}$	770. $\frac{82\times143}{55}$	773. $\frac{36\times900\times15}{3.600\times18}$

774. $\frac{30\times12\times19\times330}{95\times198}$	776. $\frac{6\times35\times51\times120\times30}{42\times15\times75\times45}$
775. $\frac{168\times240\times3\times33}{22\times4\times7}$	777. $\frac{30\times126\times25\times802}{108\times16\times1.125}$

Cuarta reducción.

Redúzcanse a un común denominador los quebrados siguientes:

778. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$	782. $\frac{3}{4}, \frac{2}{7}$	786. $\frac{5}{9}, \frac{8}{19}$	790. $\frac{12}{17}, \frac{8}{27}$
779. $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$	783. $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}$	787. $\frac{14}{15}, \frac{3}{7}$	791. $\frac{13}{15}, \frac{12}{27}$
780. $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$	784. $\frac{7}{14}, \frac{3}{14}$	788. $\frac{12}{17}, \frac{5}{9}$	792. $\frac{11}{23}, \frac{18}{29}$
781. $\frac{5}{7}, \frac{2}{9}$	785. $\frac{3}{11}, \frac{8}{17}$	789. $\frac{11}{15}, \frac{17}{23}$	793. $\frac{54}{83}, \frac{17}{101}$

794. $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$	798. $\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{7}$	802. $\frac{11}{13}, \frac{3}{17}, \frac{1}{2}$
795. $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}$	799. $\frac{4}{9}, \frac{5}{13}, \frac{7}{15}$	803. $\frac{2}{9}, \frac{3}{11}, \frac{5}{12}$
796. $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{9}$	800. $\frac{5}{8}, \frac{3}{7}, \frac{6}{13}$	804. $\frac{11}{12}, \frac{12}{15}, \frac{13}{14}$
797. $\frac{3}{7}, \frac{2}{9}, \frac{1}{8}$	801. $\frac{12}{17}, \frac{2}{3}, \frac{5}{9}$	805. $\frac{5}{12}, \frac{4}{11}, \frac{2}{5}$

14
14
56
14
196

98

806. $\frac{3}{4}, \frac{12}{23}, \frac{5}{9}$

807. $\frac{5}{7}, \frac{3}{9}, \frac{8}{17}$

808. $\frac{12}{17}, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}$

809. $\frac{15}{16}, \frac{21}{23}, \frac{7}{9}$

810. $\frac{2}{11}, \frac{3}{17}, \frac{4}{5}$

811. $\frac{12}{15}, \frac{13}{14}, \frac{14}{19}$

Redúzcanse los quebrados siguientes a su mínimo común denominador:

812. $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}$

813. $\frac{2}{5}, \frac{5}{7}, \frac{3}{3}$

814. $\frac{5}{24}, \frac{7}{12}, \frac{3}{8}$

815. $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{15}$

816. $\frac{2}{9}, \frac{3}{5}, \frac{11}{15}$

817. $\frac{3}{7}, \frac{5}{21}, \frac{8}{15}$

818. $\frac{12}{15}, \frac{5}{18}, \frac{7}{45}$

819. $\frac{7}{15}, \frac{2}{3}, \frac{3}{10}$

820. $\frac{12}{25}, \frac{13}{15}, \frac{17}{30}$

821. $\frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{17}{18}$

822. $\frac{7}{9}, \frac{5}{12}, \frac{8}{15}$

823. $\frac{12}{18}, \frac{3}{5}, \frac{2}{15}$

824. $\frac{21}{45}, \frac{10}{18}, \frac{3}{16}$

825. $\frac{42}{56}, \frac{17}{28}, \frac{3}{3}$

826. $\frac{24}{25}, \frac{3}{5}, \frac{2}{8}$

827. $\frac{13}{15}, \frac{3}{18}, \frac{5}{9}$

828. $\frac{14}{56}, \frac{31}{28}, \frac{3}{8}$

829. $\frac{3}{13}, \frac{12}{39}, \frac{17}{65}$

OPERACIONES CON LOS QUEBRADOS COMUNES

Adición

Los sumandos en la adición de quebrados deben ser, como en la de enteros, homogéneos; por consiguiente deben reducirse a un común denominador, esto es, a una misma denominación, si ya no lo están.

169. Suma de quebrados de igual denominador.—Súmense los quebrados $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}$ y $\frac{7}{8}$.

Claro está que 1 *octavo* + 3 *octavos* + 5 *octavos* + 7 *octavos*, son 1 + 3 + 5 + 7 = 16 *octavos*.

Luego $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{7}{8}=\frac{16}{8}$ ó 2 unidades.

REGLA.—Para sumar varios quebrados que tienen igual denominador, se suman los numeradores, y a la suma se le pone por denominador el denominador común; luego se extraen los enteros si los hay.

170. Suma de varios quebrados cualesquiera.

Súmense los quebrados $\frac{3}{5}, \frac{6}{7}$ y $\frac{2}{3}$.

Reduciendo estos quebrados a un común denominador, resulta:

$$\frac{3}{5}=\frac{3\times7\times3}{5\times7\times3}=\frac{63}{105}$$

$$\frac{6}{7}=\frac{6\times5\times3}{7\times5\times3}=\frac{90}{105}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times5\times7}{3\times5\times7}=\frac{70}{105}$$

Basta ahora aplicar la regla precedente; luego:

$$\frac{3}{5}+\frac{6}{7}+\frac{2}{3}=\frac{63}{105}+\frac{90}{105}+\frac{70}{105}=\frac{223}{105} \text{ ó } 2\frac{13}{105}$$

REGLA.—Para sumar varios quebrados que tienen distintos denominadores se los reduce a un común denominador, y se opera como en el caso precedente.

171. Suma de números mixtos. — Súmense:

$$5\frac{3}{5},\ 7\frac{8}{9} \text{ y } \frac{6}{7}.$$

Sumemos los quebrados:

$$\frac{3}{5}+\frac{8}{9}+\frac{6}{7}=\frac{189}{315}+\frac{280}{315}+\frac{270}{315}=\frac{739}{315}$$

Saquemos los enteros: $\frac{739}{315}=2\frac{109}{315}.$

Añadamos estos 2 enteros a los dados:

$$5+7+2=14$$

Suma total: $5\frac{3}{5}+7\frac{8}{9}+\frac{6}{7}=14\frac{109}{315}.$

REGLA.—Para sumar números mixtos, se suman separadamente los quebrados y los enteros; la suma de estas dos sumas parciales da la suma total.

Nota.—También pueden transformarse los números mixtos en quebrados impropios, y la operación queda reducida a una suma de quebrados; pero no se suele hacer así, por resultar más largos los cálculos.

SUSTRACCION

Para restar un quebrado de otro, es preciso que tengan el mismo denominador.

172. Resta de dos quebrados de igual denominador.

De $\frac{8}{9}$ réstese $\frac{5}{9}$.

Si de 8 *novenos* se restan 5 *novenos*, claro está que la diferencia será 8—5=3 *novenos*; luego:

$$\frac{8}{9}-\frac{5}{9}=\frac{3}{9} \text{ ó } \frac{1}{3}.$$

REGLA.—Para restar dos quebrados homogéneos, esto es, que tienen igual denominador, se restan sus numeradores y a la diferencia se le pone por denominador el denominador común.

173. Resta de dos quebrados cualesquiera.—

De $\frac{3}{4}$ réstese $\frac{2}{5}$.

Reduciendo estos quebrados a un común denominador, resulta: $\frac{15}{20}$ y $\frac{8}{20}$; así se vuelve al caso precedente; luego:

$$\frac{3}{4}-\frac{2}{5}=\frac{15}{20}-\frac{8}{20}=\frac{7}{20}.$$

REGLA.—Para restar dos quebrados que tienen distinto denominador, se los reduce a un común denominador y se aplica la regla precedente.

174. Resta de números mixtos. — De $6\frac{7}{9}$ réstese $3\frac{5}{11}$.

Primero hay que reducir los quebrados a un común denominador; tenemos:

$$\frac{7\times11}{9\times11}=\frac{77}{99};\quad \frac{5\times9}{11\times9}=\frac{45}{99}.$$

La resta que se ha de efectuar es:

$$6\frac{77}{99}-3\frac{45}{99}.$$

Restemos respectivamente los quebrados y los enteros:

$$\frac{77}{99} - \frac{45}{99} = \frac{32}{99};\quad 6 - 3 = 3.$$

Luego: $6\frac{7}{9} - 3\frac{5}{11} = 3 + \frac{32}{99}$ ó $3\frac{32}{99}$.

REGLA.—Para restar un número mixto de otro, se restan los quebrados y los enteros; luego se suman las restas obtenidas.

(También se pueden reducir los enteros a quebrados impropios, y se vuelve al caso precedente).

175. Nota.—Si el quebrado del sustraendo es mayor que el del minuendo, se añade una unidad a éste, para lo cual se suma el numerador con el denominador. Para que no se altere la diferencia, se añade una unidad a la parte entera del sustraendo.

EJEMPLO.—*¿Qué diferencia hay entre* $19\frac{1}{5}$ *y* $12\frac{3}{7}$*?*

Los quebrados reducidos a un común denominador, dan:

$$\frac{7}{35} \text{ y } \frac{15}{35}$$

Como 15 no puede restarse de 7, añadamos a este una unidad, o sea $\frac{35}{35}$, y resulta $\frac{7}{35} + \frac{35}{35} = \frac{42}{35}$.

Resta de los quebrados: $\frac{42}{35} - \frac{15}{35} = \frac{27}{35}$.

Para que no se altere la diferencia, hay que añadir una unidad a 12, o restarla de 19:

$$19 - 13 = 6, \text{ ó } 18 - 12 = 6.$$

Luego: $19\frac{1}{5} - 12\frac{3}{7} = 6\frac{27}{35}$.

176. Restar un quebrado de un número entero.

De 7 réstese $\frac{3}{8}$.

De 7 tomo una unidad que vale $\frac{8}{8}$; el 7 queda sólo en 6, y la operación se reduce a

$$6\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = 6\frac{5}{8}.$$

REGLA.—Para restar un quebrado de un número entero, se toma de éste una unidad que se divide en tantas partes cuantas indica el denominador del quebrado, y se restan los numeradores. La resta final se compone del número entero menos 1, más la diferencia de los quebrados.

MULTIPLICACION

177. La *multiplicación* de quebrados es, como la de enteros, una operación que tiene por objeto buscar un número que sea, respecto del multiplicando, lo que el multiplicador es respecto de la unidad.

Así, multiplicar 18 por $\frac{2}{3}$ es buscar un número que sea los $\frac{2}{3}$ de 18 (52), ya que el multiplicador es los $\frac{2}{3}$ de la unidad.

Del propio modo, multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$ es tomar los $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$, etc.

178. Multiplicación de un quebrado por un número entero.

Multiplíquese $\frac{11}{14}$ por 7.

Ya sabemos (**153**, 1º) que hay dos procedimientos:

1er procedimiento: $\frac{11}{14} \times 7 = \frac{11 \times 7}{14} = \frac{77}{14}$.

2º procedimiento: $\frac{11}{14} \times 7 = \frac{11}{14 : 7} = \frac{11}{2}$.

REGLA.—Para multiplicar un quebrado por un número entero, se multiplica el numerador por el entero, y al producto se le pone por denominador el denominador del quebrado; o se divide el denominador por el entero, cuando éste es factor del denominador, conservando por numerador el del quebrado.

179. Multiplicación de un número entero por un quebrado.

Multiplíquese 21 por $\frac{4}{7}$.

Multiplicar 21 por $\frac{4}{7}$ es tomar los $\frac{4}{7}$ de 21. **(177)**

Ahora bien, 1 séptimo de 21 vale $\frac{21}{7}$:

los 4 séptimos valdrán $\frac{21\times4}{7}=\frac{84}{7}$.

REGLA.—Para multiplicar un número entero por un quebrado, se multiplica el entero por el numerador, y al producto se le pone por denominador el mismo del quebrado.

180. Multiplicación de un quebrado por otro.

Multiplíquese $\frac{5}{7}$ por $\frac{3}{4}$.

Multiplicar $\frac{5}{7}$ por $\frac{3}{4}$ es tomar los $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{7}$. **(177)**

Ahora bien, 1 cuarto de $\frac{5}{7}$ vale $\frac{5}{7\times4}$;

los 3 cuartos valdrán $\frac{5\times3}{7\times4}=\frac{15}{28}$.

REGLA.—Para multiplicar un quebrado por otro, se multiplican entre sí los numeradores, y al producto se le pone por denominador el producto de los denominadores.

Si hay más de dos quebrados, se multiplican entre sí los numeradores, y al producto se le pone también por denominador el producto de los denominadores.

181. Multiplicación de un número mixto por otro.

Para multiplicar entre sí dos números mixtos, se los suele reducir a quebrados impropios, y así se vuelve al caso precedente.

Multiplíquese $3\frac{2}{5}$ por $4\frac{6}{7}$.

$$3\frac{2}{5}\times4\frac{6}{7}=\frac{17}{5}\times\frac{34}{7}=\frac{17\times34}{5\times7}=\frac{578}{35}=16\frac{18}{35}.$$

182. Nota. — El producto de varios quebrados, llamado *quebrado de quebrados*, es siempre menor que cada uno de estos quebrados **(177)**.

División

183. La división de quebrados es, como la de enteros, una operación en que, dados dos números, llamados *dividendo* y *divisor*, se busca otro llamado *cociente* que, multiplicado por el divisor, dé el dividendo.

Así, dividir 12 por $\frac{3}{4}$, es buscar el factor que debe multiplicarse por $\frac{3}{4}$ para que resulte 12 en el producto.

Del propio modo, dividir $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$, es buscar el factor que debe multiplicarse por $\frac{4}{5}$ para que resulte $\frac{2}{3}$ en el producto.

184. División de un quebrado por un número entero.

Divídase $\frac{21}{25}$ por 3.

Ya sabemos (**153**, 2º) que hay dos procedimientos:

1er procedimiento: $\frac{21}{25} : 3 = \frac{21}{25 \times 3} = \frac{21}{75}$.

2º procedimiento: $\frac{21}{25} : 3 = \frac{21 : 3}{25} = \frac{7}{25}$.

REGLA.—Para dividir un quebrado por un número entero, se multiplica el denominador por el entero, quedando por numerador el del quebrado; o se divide el numerador por el entero, cuando éste es factor del numerador, quedando por denominador el del quebrado.

185. División de un número entero por un quebrado.

Divídase 15 por $\frac{3}{7}$.

Dividir 15 por $\frac{3}{7}$ es (**183**) buscar un cociente c que, multiplicado por $\frac{3}{7}$, dé 15 por producto:

$$c \times \frac{3}{7} = 15.$$

Por lo tanto, los $\frac{3}{7}$ del cociente $= 15$;

un séptimo del cociente valdrá 3 veces menos, ó $\frac{15}{3}$,

y los siete séptimos, ó el cociente entero, valdrán $\frac{15 \times 7}{3}$.

Luego: $15 : \frac{3}{7} = \frac{15 \times 7}{3} = 15 \times \frac{7}{3}$.

REGLA.—Para dividir un número entero por un quebrado, se multiplica el entero por el quebrado invertido.

186. División de un quebrado por otro.—

Divídase $\frac{7}{8}$ por $\frac{2}{3}$.

Dividir $\frac{7}{8}$ por $\frac{2}{3}$ es (**183**) buscar un cociente c que multiplicado por $\frac{2}{3}$, dé $\frac{7}{8}$ por producto:

$$c \times \frac{2}{3} = \frac{7}{8}.$$

Por lo tanto, los $\frac{2}{3}$ del cociente $= \frac{7}{8}$;

un tercio valdrá 2 veces menos, ó $\frac{7}{8 \times 2}$,

y los 3 tercios valdrán 3 veces más, ó $\frac{7 \times 3}{8 \times 2}$.

Luego: $\frac{7}{8} : \frac{2}{3} = \frac{7 \times 3}{8 \times 2} = \frac{7}{8} \times \frac{3}{2}$

REGLA.—Para dividir un quebrado por otro, se multiplica el quebrado dividendo por el quebrado divisor invertido.

Se pueden también dividir los numeradores entre sí, y los denominadores entre sí, cuando los términos del dividendo son múltiplos de sus correspondientes en el divisor.

EJEMPLO.—Dividir $\frac{15}{64}$ por $\frac{3}{8}$.

Tenemos: $\frac{15}{64} : \frac{3}{8} = \frac{15 : 3}{64 : 8} = \frac{5}{8}$.

Nota. — En la multiplicación, así como en la división, los dos primeros casos pueden reducirse a éste, ya que $3 = \frac{3}{1}$ y $15 = \frac{15}{1}$.

187. DIVISION DE UN NUMERO MIXTO POR OTRO. —Para dividir entre sí dos números mixtos, se los suele reducir a quebrados impropios, para volver así al caso precedente.

EJEMPLO.—Divídase $5\frac{2}{3}$ por $3\frac{4}{5}$.

Tenemos: $5\frac{2}{3} : 3\frac{4}{5} = \frac{17}{3} : \frac{19}{5}$;

ó $\frac{17}{3} : \frac{19}{5} = \frac{17}{3} \times \frac{5}{19} = \frac{85}{57}$.

188. Nota.—Dos números son *inversos* uno de otro cuando su producto es igual a la unidad.

Así, 4 y $\frac{1}{4}$ son *inversos*, pues $4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$.

$\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{3}$ lo son también, ya que $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$.

Problemas razonados sobre los quebrados

I. Los $\frac{3}{8}$ de un número son 21; ¿cuál es el número?

Análisis. — Si los $\frac{3}{8}$ del número son 21, $\frac{1}{8}$ será 3 veces menor, ó $\frac{21}{3}$, y los $\frac{8}{8}$, ó el número entero, representarán un número 8 veces mayor, ó $\frac{21 \times 8}{3}$.

Operación

$\frac{21 \times 8}{3} = 56.$

Respuesta.—El número pedido es 56.

II. Si un posta camina 5 kilómetros $\frac{1}{8}$ por hora, ¿cuántos camina en 8 horas?

Análisis.—Si en una hora el posta camina 5 kilómetros $\frac{1}{8}$, en 8 horas caminará 8 veces más, ó $5\frac{1}{8} \times 8$.

Operación

$5\frac{1}{8} \times 8 = \frac{41}{8} \times 8 = 41.$

Respuesta.—En 8 horas el posta camina 41 kilómetros.

III. Habiendo comerciado durante 8 años, un negociante ha aumentado su fortuna de sus $\frac{5}{9}$. Dígase cuál era ésta, sabiendo que asciende ahora a $ 42.000.

Análisis.—Representemos por la unidad o $\frac{9}{9}$ la fortuna primitiva; aumentada de sus $\frac{5}{9}$ igualará a $\frac{9}{9} + \frac{5}{9}$, o sea $\frac{14}{9}$.

Si los $\frac{14}{9}$ de la fortuna representan $42.000, 1 noveno representará 14 veces menos o $\frac{42.000}{14}$, y los 9 novenos, o la fortuna entera, 9 veces más, o $\frac{42.000 \times 9}{14}$.

Operaciones

$\frac{9}{9} + \frac{5}{9} = \frac{14}{9}$

$\frac{42.000 \times 9}{14} = 27.000.$

Respuesta. — La fortuna primitiva era de $ 27.000.

IV. ¿Cuál es el número que, dividido por $12\frac{1}{6}$, da $148\frac{2}{3}$ por cociente?

Análisis.—El número buscado es el dividendo de una división en que $12\frac{1}{6}$ es el divisor, y $148\frac{2}{3}$ el cociente.

Luego, el producto del divisor $12\frac{1}{6}$ por el cociente $148\frac{2}{3}$ dará el número pedido.

Operaciones

$$12\frac{1}{6}\times 148\frac{2}{3}$$

$$=\frac{73}{6}\times\frac{446}{3}$$

$$\frac{32.558}{18}=1.808\frac{7}{9}.$$

Respuesta.—El número buscado es $1.808\frac{7}{9}$.

V. Los $\frac{2}{3}$ más $\frac{1}{4}$ de una huerta tienen 77 áreas de superficie; dígase la superficie de aquella huerta.

Análisis.—Los $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8+3}{12}=\frac{11}{12}$.

Si los $\frac{11}{12}$ de la huerta tienen 77 áreas de superficie, $\frac{1}{12}$ tendrá 11 veces menos, ó $\frac{77}{11}$, y los $\frac{12}{12}$ ó la huerta entera, tendrán 12 veces más, ó sea $\frac{77\times 12}{11}$.

Operaciones

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$$

$$=\frac{8+3}{12}=\frac{11}{12}$$

$$\frac{77\times 12}{11}=84.$$

Respuesta.—La huerta tiene 84 áreas de superficie.

VI. Un comisionista ha gastado $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$ de cierta cantidad; ¿cuánto tenía, si le quedan todavía $ 13?

Análisis.—El comisionista ha gastado:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{20+15+12}{60}=\frac{47}{60}.$$

Luego, le quedan: $\frac{60}{60}-\frac{47}{60}=\frac{13}{60}$.

Si los $\frac{13}{60}$ representan $ 13, $\frac{1}{60}$ representará **13 veces menos, ó $\frac{13}{13}$,** y los $\frac{60}{60}$ representarán $\frac{13\times 60}{13}$.

Operaciones

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{47}{60}.$$

$$\frac{13\times 60}{13}=60.$$

Respuesta. — El comisionista tenía $ 60.

VII. Se compra una pieza de tela en $ 48 los 17 metros, y se la vende a razón de $ 17 los 5 metros, ganando así $ 49. Dígase la longitud de la pieza.

Análisis. — Un metro de tela se compra en $\frac{48}{17}$ y se vende en $\frac{17}{5}$.

El beneficio sobre un metro es de $\frac{17}{5}-\frac{48}{17}=\frac{49}{85}$ de peso.

La longitud de la pieza es igual a $49:\frac{49}{85}$.

Operaciones

$$\frac{17}{5}-\frac{48}{17}=\frac{49}{85}.$$

$$49:\frac{49}{85}=\frac{49\times 85}{49}=85.$$

Respuesta.—La longitud de la pieza es de 85 metros.

VIII. Una fuente que da 4 litros $\frac{3}{5}$ de agua por mi-

nuto ha quedado abierta durante 3 horas $\frac{1}{3}$ cuando se abre también un grifo que da 9 litros $\frac{1}{6}$ por minuto. ¿Cuántas horas deben transcurrir hasta que la fuente y el grifo hayan dado a un estanque la misma cantidad de agua?

Análisis. — En 3 horas $\frac{1}{3}$ ó 200 minutos la fuente da $4\frac{3}{5}\times 200 = 920$ litros.

En 1 minuto, el grifo da $9\frac{1}{6} - 4\frac{3}{5} = \frac{137}{30}$ de litro más que la fuente.

El tiempo pedido será, pues, igual al cociente de 920 por $\frac{137}{30}$ ó $920 : \frac{137}{30}$.

Operaciones

$$4\frac{3}{5}\times 200 = \frac{23}{5}\times 200 = 920$$

$$9\frac{1}{6} - 4\frac{3}{5} = \frac{275-138}{30} = \frac{137}{30}.$$

$$920 : \frac{137}{30} = \frac{920\times 30}{137} = 3\frac{49}{137}.$$

Respuesta.—Transcurrirán 3 horas $\frac{49}{137}$.

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

830. ¿Qué es fracción? — Dése un ejemplo.

831. ¿Cómo se escribe un quebrado común?

832. ¿Cómo se lee un quebrado común?

833. Léanse los quebrados siguientes: 1/2, 5/8, 7/12, 10/40, 15/200.

834. ¿Qué es quebrado impropio? — Dése un ejemplo.

835. Dense dos quebrados impropios iguales.

836. ¿Qué cambio sufre el quebrado 4/9, 1º quitando 3 de su numerador; 2º aumentando su numerador de 3?

837. ¿Cuál es el mayor de los quebrados siguientes: 1º 2/5 y 4/5; 2º 5/6 y 5/7; y por qué?

838. Dígase un quebrado mayor que 4/7 que tenga: 1º igual denominador; 2º igual numerador.

839. Dígase un quebrado menor que 7/11 y que tenga: 1º igual denominador; 2º igual numerador.

840. ¿Qué cambio se verifica añadiendo un mismo número: 1º a los dos términos de un quebrado propio; 2º a los dos términos de un quebrado impropio?

841. ¿Qué cambio se verifica quitando un mismo número: 1º de cada uno de los términos de un quebrado propio; 2º de cada término de un quebrado impropio?

842. ¿Qué cambio sufre un quebrado propio o un quebrado impropio: 1º al multiplicar el numerador; 2º multiplicando el denominador; 3º si se divide el numerador; 4º dividiendo el denominador?

843. ¿Cambian un quebrado propio y un quebrado impropio: 1º si se multiplican sus dos términos por un mismo número; 2º si se dividen sus dos términos por un mismo número?

844. ¿Qué es simplificar un quebrado?

845. ¿Cómo hay que proceder para ello? — Dése un ejemplo.

846. ¿En cuántas partes iguales es preciso dividir la unidad para tener tercios?

847. Una línea está dividida en 5 partes iguales, ¿qué es una parte respecto de toda la línea?
848. ¿Cuántos séptimos vale una unidad?
849. ¿Qué fracción de la semana representan 3 días?
850. ¿Qué fracción del año representan 5 días?
851. ¿Qué fracción de hora representan 10 minutos?
852. ¿Qué fracción del día ha transcurrido: 1º a las 10 de la mañana; 2º a las seis de la tarde?
853. ¿Qué fracción de la semana queda después de haber transcurrido 4 días?
854. ¿Qué fracción de hora queda después de transcurridos 45 minutos?
855. ¿Qué se ha de quitar a 8/5 para no tener más que la unidad?
856. ¿Qué fracción debe quitarse al número 1 para tener 5/12?
857. ¿Qué fracción debe añadirse a 3/7 para tener una unidad?
858. ¿Qué fracción debe añadirse a 1 para tener 9/5?
859. ¿A qué fracción debe añadirse 2/7 para tener un entero?
860. ¿De qué fracción debe quitarse 2/3 para tener la unidad?
861. ¿Cuál es el quebrado que vale 2/7 más que 3/7?
862. Dígase un quebrado que sea el cuarto de 1.
863. Dígase un quebrado que esté contenido 5 veces en la unidad.
864. Dígase un quebrado 3 veces menor que 1.
865. ¿Cuál es el quebrado que iguala los dos tercios de 1?
866. ¿Cuál es el quebrado que, teniendo 3 por numerador, su valor es el quinto de la unidad?

867. Hágase 5 veces mayor 1º $\frac{3}{17}$; 2º $\frac{2}{15}$.

868. Hágase 5 veces menor 1º $\frac{3}{4}$; 2º $\frac{15}{17}$.

869. Hágase 3 veces mayor 1º $\frac{2}{15}$; 2º $\frac{4}{19}$.

870. Hágase 3 veces menor 1º $\frac{15}{17}$; 2º $\frac{4}{7}$.

871. Si la mitad de un número es igual a 10, ¿cuál es dicho número?

872. Si el tercio de un número es igual a 9; ¿cuál es el número?—¿Cuáles son los 2/3?

873. ¿Cuál es el número cuyos 2/7 igualan a 14?

874. La mitad del tercio de un número es igual a 2; ¿cuál es dicho número?

875. El quinto del octavo de un número es igual a 1; dígase cuál es el número?

876. ¿Qué queda de 15 cuando se han tomado: 1º los 2/5; 2º los 3/5; 3º 1/15; 4º 1/3?

EJERCICIOS POR ESCRITO

I.—*Súmense los quebrados propuestos en la cuarta reducción desde el número* 778 *hasta el* 829, *y los siguientes*:

877. $3\frac{2}{3} + 2\frac{5}{6}$

878. $5\frac{1}{2} + 8\frac{3}{7}$

879. $1\frac{2}{5} + 6\frac{2}{7}$

880. $6\frac{12}{13} + 3\frac{1}{4}$

881. $7\frac{11}{15} + 7\frac{4}{7}$

882. $2\frac{5}{9} + 4\frac{2}{3}$

883. $8\frac{3}{17} + 1\frac{5}{11}$

884. $12\frac{15}{17} + 13\frac{12}{13}$

885. $7\frac{4}{9} + 1\frac{1}{15}$

886. $11\frac{3}{4} + 6\frac{2}{5}$

887. $4\frac{1}{2} + 5\frac{2}{3} + 6\frac{3}{4}$

888. $5\frac{4}{5} + 6\frac{5}{6} + 7\frac{6}{7}$

889. $8\frac{1}{5} + 9\frac{4}{9} + 6\frac{2}{3}$

890. $7\frac{2}{5} + 4\frac{4}{7} + \frac{12}{13}$

891. $4\frac{2}{7} + 2\frac{5}{6} + 1\frac{4}{9}$

892. $12\frac{2}{3} + 10\frac{4}{5} + 3\frac{11}{15}$

893. $13\frac{5}{9} + 1\frac{2}{3} + 7\frac{2}{21}$

894. $4\frac{2}{9} + 5\frac{3}{7} + 2\frac{5}{21}$

895. $11\frac{1}{4} + 2\frac{1}{8} + 5\frac{15}{16}$

896. $7\frac{2}{5} + 1\frac{4}{15} + 4\frac{14}{19}$

II.—*Efectúense las sustracciones siguientes:*

897. $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$

898. $\frac{8}{15} - \frac{3}{15}$

899. $\frac{6}{7} - \frac{2}{3}$

900. $\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$

901. $\frac{12}{13} - \frac{5}{7}$

902. $\frac{15}{16} - \frac{3}{8}$

903. $\frac{9}{10} - \frac{8}{9}$

904. $\frac{4}{7} - \frac{2}{5}$

905. $\frac{13}{15} - \frac{1}{5}$

906. $\frac{7}{9} - \frac{2}{7}$

907. $1\frac{2}{3} - \frac{4}{5}$

908. $2\frac{5}{6} - \frac{1}{2}$

909. $4\frac{2}{7} - \frac{3}{4}$

910. $12\frac{1}{2} - 1\frac{3}{5}$

911. $17\frac{4}{5} - \frac{8}{9}$

912. $10\frac{2}{3} - \frac{11}{12}$

913. $13\frac{4}{7} - 9\frac{2}{5}$

914. $12\frac{5}{7} - 4\frac{4}{5}$

915. $14\frac{5}{8} - 8\frac{4}{7}$

916. $16\frac{4}{5} - 15\frac{8}{9}$

917. $6\frac{2}{4} - 4\frac{3}{4}$

918. $12\frac{2}{7} - 11\frac{5}{8}$

919. $16\frac{1}{11} - 12\frac{2}{3}$

920. $7\frac{1}{8} - 4\frac{2}{9}$

921. $13\frac{4}{7} - 11\frac{11}{12}$

922. $14\frac{1}{2} - 5\frac{9}{10}$

923. $9\frac{4}{7} - 8\frac{5}{9}$

924. $17\frac{2}{7} - 16\frac{8}{11}$

925. $20\frac{12}{17} - 15\frac{19}{20}$

926. $4\frac{13}{15} - 2\frac{15}{16}$

III.—*Efectúense las multiplicaciones siguientes:*

927. $\frac{4}{5} \times 8$

928. $\frac{5}{6} \times 3$

929. $\frac{8}{15} \times 2$

930. $3 \times \frac{5}{6}$

931. $7 \times \frac{2}{3}$

932. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$

933. $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}$

934. $\frac{4}{9} \times \frac{2}{3}$

935. $\frac{5}{7} \times \frac{4}{11}$

936. $\frac{2}{7} \times \frac{12}{13}$

937. $\frac{8}{15} \times \frac{3}{4}$

938. $\frac{7}{9} \times \frac{5}{7}$

939. $\frac{4}{9} \times \frac{11}{13}$

940. $\frac{11}{12} \times \frac{3}{8}$

941. $\frac{7}{9} \times \frac{17}{19}$

942. $\frac{8}{17} \times \frac{5}{9}$

943. $\frac{17}{42} \times \frac{6}{7}$

944. $\frac{3}{22} \times \frac{4}{7}$

945. $\frac{21}{22} \times \frac{7}{16}$

946. $\frac{31}{42} \times \frac{14}{15}$

947. $3\frac{1}{3} \times \frac{17}{18}$

948. $\frac{14}{15} \times 2\frac{2}{5}$

949. $5\frac{2}{5} \times 12\frac{4}{7}$

950. $12\frac{2}{5} \times 11\frac{4}{9}$

951. $5\frac{4}{11} \times 2\frac{5}{13}$

952. $14\frac{1}{4} \times 8\frac{2}{5}$

953. $21\frac{4}{13} \times 3\frac{9}{11}$

954. $14\frac{2}{5} \times 7\frac{3}{14}$

955. $41\frac{2}{41} \times 3\frac{4}{9}$

956. $12\frac{5}{17} \times 13\frac{5}{12}$

IV.—*Efectúense las divisiones siguientes:*

957. $\frac{3}{4} : 2$

958. $\frac{6}{7} : 3$

959. $\frac{4}{5} : 4$

960. $8 : \frac{1}{3}$

961. $12 : \frac{3}{4}$

962. $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$

963. $\frac{3}{4} : \frac{7}{8}$

964. $\frac{2}{9} : \frac{3}{4}$

965. $\frac{5}{6} : \frac{1}{9}$

966. $\frac{2}{5} : \frac{4}{11}$

967. $\frac{8}{9} : \frac{5}{7}$

968. $\frac{5}{14} : \frac{2}{3}$

969. $\frac{11}{12} : \frac{12}{13}$

970. $\frac{5}{8} : \frac{2}{7}$

971. $\frac{4}{11} : \frac{7}{11}$

972. $\frac{3}{7} : \frac{5}{9}$

973. $\frac{8}{11} : \frac{4}{7}$

974. $\frac{5}{6} : \frac{11}{12}$

975. $\frac{7}{8} : \frac{8}{9}$

976. $\frac{11}{13} : \frac{15}{16}$

977. $\frac{17}{18} : \frac{1}{4}$

978. $\frac{2}{11} : \frac{3}{16}$

979. $\frac{4}{17} : \frac{22}{23}$

980. $\frac{14}{15} : \frac{5}{6}$

981. $\frac{9}{24} : \frac{11}{12}$

982. $\frac{5}{8} : \frac{5}{7}$

983. $\frac{21}{22} : \frac{3}{14}$

984. $\frac{18}{19} : \frac{13}{38}$

985. $\frac{15}{16} : \frac{5}{64}$

986. $\frac{81}{82} : \frac{7}{9}$

987. $1\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$

988. $3\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$

989. $\frac{8}{9} : 2\frac{4}{5}$

990. $\frac{7}{8} : 8\frac{1}{4}$

991. $1\frac{4}{5} : 2\frac{2}{3}$

992. $5\frac{2}{5} : 4\frac{2}{9}$

993. $4\frac{5}{6} : 1\frac{7}{8}$

994. $3\frac{2}{11} : 7\frac{1}{3}$

995. $10\frac{1}{2} : 8\frac{1}{4}$

996. $11\frac{2}{3} : 5\frac{7}{8}$

997. $20\frac{2}{5} : 4\frac{2}{3}$

998. $16\frac{4}{21} : 15\frac{1}{7}$

999. $24\frac{2}{9} : 16\frac{4}{5}$

1000. $32\frac{11}{12} : 25\frac{4}{15}$

1001. $60\frac{21}{25} : 15\frac{2}{7}$

PROBLEMAS

1002. En cada vuelta de las ruedas, adelanta un coche 6 metros 1/4, ¿cuántos metros adelanta en 24 vueltas?

1003. Un jugador pierde los 2/3 de los 4/5 de $ 45; ¿cuál es su pérdida?

1004. ¿Cuánto importan 6 cajas de pasas a $ 3 2/3 la caja?

1005. En una clase de 75 alumnos, los 2/3 escriben, 1/5 calcula y los otros leen, ¿cuál es el número de alumnos ocupados en cada lección?

1006. ¿Qué fracción de camino ha recorrido un viajero que en un día ha hecho 1/4 y 1/5 del trayecto?

1007. ¿Cuántos litros de vino quedan en un tonel de 230 litros, después de haber sacado los 3/5?

1008. Un obrero haría cierto trabajo en 20 días, otro en 18 días, y un tercero en 15 días? ¿Cuánto tiempo necesitarán juntos?

1009. Rafael compra 12 naranjas, Cristóbal los 3/4 de este número, y Juan los 2/3 de Cristóbal; ¿cuántas compró cada uno de los últimos?

1010. Alberto tiene 15 años, y la edad de Federico es los 4/5 de la de su hermano; ¿cuántos años tiene Federico?

1011. Víctor coge de un árbol 49 manzanas y da a su hermanito los 4/7; ¿cuántas ha dado a su hermano y cuántas le quedan para él?

1012. ¿Cuál era la longitud de una pieza de tela si después de haber vendido 9 metros 3/5 de ella, quedan 18 metros 1/4?

1013. Un comerciante ha vendido en un día 34 metros 4/5 de un tejido de lana, y 32 metros 3/4 de otro de seda. ¿Cuántos metros ha vendido en todo?

1014. Un albañil hace una obra en 18 días. 1º ¿Qué tiempo empleará en hacer los 2/3? — 2º ¿qué parte de la obra hará en 2/3 de día?

1015. Un coche adelanta 3 metros 3/4 cada vez que las ruedas grandes dan una vuelta. ¿Qué espacio habrá recorrido cuando las ruedas hayan dado 144 vueltas 1/2?

1016. Un posta recorre 30 kilómetros un primer día; el día siguiente, los 4/5 de lo que ha recorrido el primer día. El tercer día recorre los 5/8 de lo que ha recorrido el segundo. Dígase lo que ha recorrido cada uno de los dos últimos días.

1017. Una fuente llenaría un aljibe en 2 horas, y otra en 5 horas. Si se abren ambas, dígase el tiempo que necesitarán para llenar el aljibe.

1018. Se han sacado 125 litros de aceite de una vasija que contenía 225 litros. ¿Cuántas alcuzas de 4/5 de litro se necesitan para contener el aceite que queda en la vasija?

1019. En un canasto hay 220 avellanas; se reparte 1/4 de ellas entre 5 niños, y lo demás entre 15 niñas. Dígase lo que recibe cada niño y cada niña.

1020. Salgo al comercio con $ 120, y los gasto como sigue: 1 tercio en un reloj, 1 cuarto en un sobretodo y los 3 décimos en varios muebles; pregunto qué suma me queda al volver a casa.

1021. Norberto compra mercancías, y dos días después las revende en $ 240 con una ganancia igual a los 3/5 del precio de compra. Calcúlese éste.

1022. Hay en un huerto 36 manzanos, y los 3 cuartos del número de éstos igualan a los 3 quintos del número de perales; ¿cuántos perales hay en el huerto?

1023. Un obrero necesita 10 días para hacer cierto trabajo; dígase la fracción de la obra que hace en 6 días, y el tiempo que necesitará para hacer los 3/10 del mismo trabajo.

1024. Un obrero ha empleado 2 horas 3/4 para hacer un metro de cierta obra. 1º ¿Qué tiempo necesitará para hacer 12 metros?—2º ¿qué longitud de la obra hará en una hora?

1025. En un día una máquina teje 1/4 de una pieza de tela de 84 metros; el día siguiente teje los 2/7. ¿Cuánto le queda por tejer?

1026. Ricardo deja en herencia los 2/3 de su hacienda a sus hijos, 1/8 a un hospicio de huérfanos, y lo demás, que es igual a $ 20.000, a un hospital. ¿A cuánto asciende la herencia?

1027. Los 2/5 de una estaca están pintados de blanco, 1/3 de encarnado y lo restante cuya longitud es de 1,28 metro está pintado de azul. ¿Cuál es la longitud de la estaca?

1028. Dos trenes recorren el primero 3 kilómetros 4/15 en 3 minutos 14/15, el segundo, 2 kilómetros 12/15 en 2 minutos 1/15. ¿Cuál es el que tiene mayor velocidad, y, admitiendo que salen del mismo punto, y en la misma dirección, cuál será la distancia que los separará después de 4 horas 3/5 de marcha?

1029. Dos grifos pueden vaciar un depósito, el primero en 10 horas, y el segundo en 12. Supuesto lleno el depósito, dígase qué fracción de su capacidad quedará con agua al cabo de una hora, si se abren los dos grifos.

1030. Si un caballo camina 10 millas en 1 hora, ¿cuánto caminará en los 5 doceavos de un día?

1031. Un telar teje 9 metros en 5 horas, otro 7 metros en 4 horas; ¿cuál de los dos hace más, y cuánto por hora?

1032. Los 3/25 de un rebaño suman 42 carneros; ¿cuántos carneros representan los 5/7?

1033. Se ha necesitado 12 horas para hacer los 3/7 de una obra; ¿qué tiempo se necesitará para concluírla?

1034. Después de gastar los 3/5 de su dinero; le quedan a Pedro $ 30. ¿Cuánto tenía al principio y cuánto ha gastado?

1035. Feliciano pierde en un juego los 3/4 de lo que tenía; en la segunda mano gana 1/5 de lo que le quedaba des-

pués de la primera. ¿Cuánto tenía al principiar el juego, sabiendo que vuelve a su casa con $ 6?

1036. ¿Cuántos vales tiene un alumno, sabiendo que 1/3 y 1/4 de ellos suman 35?

1037. Una persona compra una propiedad y paga los 3/7 del importe al contado entregando $ 8.583. ¿Cuánto debe aún?

1038. Un cajero ha dado los 2/5 y los 3/8 de su haber; ¿cuánto tenía en caja, si le quedan 63 pesetas?

1039. Después de haber vendido los 5/9 de una pieza de paño, queda todavía 1/6 más 15 metros. ¿Cuál era la longitud de la pieza?

1040. Habiendo empleado los 4/9 de una pieza de paño quedan los 2/3 menos 8 metros. ¿Cuál era la longitud de esa pieza?

1041. La venta de un rebaño debe efectuarse de la manera siguiente: los 5/9 a $ 15 la res; los 3/8 a $ 12; los 25 carneros restantes se valúan en $ 250. ¿Cuál es el precio del rebaño?

1042. Un depósito está lleno de agua hasta los 4/7; para llenarlo por completo se necesitan todavía 45 litros 4/5. Dígase su capacidad

1043. Repártase la suma de $ 24.000 en 3 partes, de modo que la segunda sea los 3/4 de la primera, y la tercera, el 1/3 de la segunda.

1044. Los beneficios de una empresa se reparten entre 3 socios; al primero le corresponden $ 15.000, y esta suma es los 5/6 de lo que corresponde al segundo; al tercero le tocan los 2/33 de lo que tienen juntos los dos primeros. Calcúlese la suma que corresponde al segundo y al tercero.

1045. Un mástil está coloreado de la manera siguiente: 1/3 de negro, 1/4 de blanco, 1/5 de azul, y lo demás, esto es, 1 metro 3/10, de verde. ¿Cuál es la longitud del mástil?

1046. Tres socios se reparten el beneficio de una empresa: el 1º tiene derecho a 1/5, el 2º a los 5/7, el 3º recibe lo restante, que es de $ 19.500. ¿Cuál es el beneficio total y cuál el de cada socio?

1048. Después de haber gastado los 7/8 de lo que tenía, más la mitad de lo demás, me queda todavía $ 15. ¿Cuánto tenía?

1048. Una pieza de género se vendió por $ 5 el metro. Calcúlese la longitud y el importe de la pieza, sabiendo que el vendedor recibió $ 50 por los 2/5 de ella.

1049. Un obrero que no gasta más que los 7/8 de su salario ahorra $ 157 en un año de 304 días laborables. Calcúlese su jornal.

1050. Después de haber gastado 1/4 y 1/5 de mi dinero, gasté además $ 5 y me queda la mitad de lo que poseía; ¿cuánto tenía antes de mis gastos?

1051. Un reloj que adelanta 1/3 de minuto por hora señalaba la hora exacta el domingo a las 8 de la mañana; ¿qué hora señalará el domingo siguiente a la misma hora?

1052. La pólvora es una mezcla de salitre, azufre y carbón, y los 3/4 de su peso son de salitre, 1/8 de azufre y 1/8 de carbón. Si un litro de pólvora pesa 904 gramos, ¿cuántos gramos de cada substancia serán menester para la fabricación de 50 litros de pólvora?

1053. Una fuente llenaría un depósito en 7 horas, otra en 9 horas Un grifo colocado a la base lo vaciaría en 11 horas. Abriendo al mismo tiempo las dos fuentes y el grifo, dígase el tiempo necesario para llenar el depósito.

V **1054.** Un empleado gasta 1/3 de lo que gana, para su manutención, 1/8 para vestirse y alojarse, 1/10 en otros gastos, y ahorra 318 pesos anuales, ¿cuánto gana cada año?

V **1055.** Repártanse 630 pesos entre dos personas, de manera que la parte de la segunda sea igual a los 3/4 de la parte de la primera.

1056. Se ha comprado una pieza de cinta a razón de $ 7 las 5 varas; se la revende en $ 16 cada 11 varas, y se gana en este negocio $ 24; ¿cuál es la longitud de la pieza?

1057. Se ha comprado otra pieza en $ 9 las 7 varas, y se la revende en $ 16 las 11 varas, ganando así $ 26; ¿cuál es la longitud de la pieza?

1058. Tres socios se reparten cierta cantidad: al 1º le caben los 2/5; al 2º los 3/7 y al 3º lo demás. Sabiendo que el 2º recibe $ 42 más que el 1º, dígase lo que le cabe a cada uno.

1059. Dos cuadrillas pueden hacer un trabajo, la una en 11 días, y la otra en 15. Si se toma 1/3 de los trabajadores de la primera y los 2/5 de los de la segunda, ¿cuánto tiempo necesitarán para hacer el trabajo?

FRACCIONES Y NUMEROS DECIMALES

Numeración y propiedades de los números decimales

189. Definición.—Llámase *quebrado* o *fracción decimal* una o varias partes de la unidad dividida en 10, 100, 1.000, etc. partes iguales; o de otro modo:

Fracciones decimales son las que tienen por denominador una potencia de 10, ó sea la unidad seguida de uno o varios ceros.

Así, $\frac{1}{10}$, $\frac{57}{100}$, $\frac{349}{1\ 000}$ son quebrados decimales.

190. *Número decimal* es un número entero seguido de una fracción decimal, o también una fracción decimal aislada.

Por ejemplo, 15,325 ó $15\frac{325}{1.000}$

0,42 ó $\frac{42}{100}$

191. Numeración de los números decimales. —Las partes contenidas 10 veces en la unidad se llaman *décimas.*

Las décimas partes de las décimas se llaman *centésimas,* porque están contenidas *cien* veces en la unidad.

Las décimas partes de las centésimas se denominan *milésimas,* porque están contenidas *mil* veces en la unidad

A las partes decimales de la unidad se aplica la convención fundamental de la numeración escrita (22), a saber: *que toda cifra escrita a la derecha de otra representa unidades 10 veces menores que las que expresa ésta.* De donde resulta que la cifra escrita a la derecha de las unidades representa *décimas*, la cifra escrita a la derecha de las décimas representa *centésimas*, etc.

192. ESCRITURA DE UN NUMERO DECIMAL.—Para representar un número decimal, se escribe primero la parte entera, si la hay, seguida de una coma. Cuando no hubiere parte entera, se la reemplaza con un cero, seguido de la coma. Después de la coma se escriben de izquierda a derecha las decimales, cuidando de colocar cada cifra en el lugar correspondiente al orden que representa, y si algún orden decimal carece de unidades se escribe un cero en el lugar correspondiente a estas unidades.

Así la expresión *catorce unidades novecientas catorce diezmilésimas* se escribirá: 14,0914, poniendo un cero para reemplazar las décimas que faltan.

Así también la fracción $\frac{349}{1\,000}$ que es igual a $\frac{300}{1\,000}+\frac{40}{1\,000}+\frac{9}{1\,000}$ ó $\frac{3}{10}+\frac{4}{100}+\frac{9}{1\,000}$ se escribirá poniendo un cero en el lugar de las unidades, y una coma: 0,349.

193. LECTURA DE UN NUMERO DECIMAL. — Para leer un número decimal, se enuncia la parte entera, y en seguida la parte decimal como si fuese entera, expresando el orden decimal que la última cifra de la derecha representa.

Así, 0,35, 6,465, 142,3 se leerán respectivamente:
cero unidades 35 *centésimas*, o sólo 35 *centésimas*.
6 unidades 465 *milésimas*.
142 unidades 3 *décimas*.

Cuando hay un gran número de cifras decimales, es preferible dividirlas en grupos de a tres, de izquierda a derecha, los cuales se leen separadamente.

Por ejemplo: 3,141 592 65 se lee: 3 unidades 141 *milésimas* 592 *millonésimas* 65 *cienmillonésimas*.

194. Reducción de un número decimal a quebrado común.— Sean los números decimales 40,5, 6,07, 0,375.

Estos números pueden escribirse:

$$40{,}5=\frac{405}{10}=\frac{400}{10}+\frac{5}{10} \text{ ó } 40\frac{5}{10}$$

$$6{,}07=\frac{607}{100}=\frac{600}{100}+\frac{7}{100} \text{ ó } 6\frac{7}{100}$$

$$0{,}375=\frac{375}{1000}$$

REGLA.—Para reducir un número decimal a quebrado común, se pone por numerador la cantidad dada, sin hacer caso de la coma, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros cuantas son las cifras decimales.

195. PROPIEDADES DE LOS NUMEROS DECIMALES.—1º Un número decimal no se altera si se le agregan o quitan ceros a la derecha.

Por ejemplo los números 6,45, 6,450, 6,4500 son iguales, pues cada uno se compone de 6 unidades, 4 décimas y 5 centésimas.

En los dos últimos, los ceros indican sólo que hay *cero milésimas, cero diezmilésimas.*

196.—2º Para multiplicar un número decimal por 10, 100, 1.000, etc. basta correr la coma uno, dos, tres, etc. lugares, hacia la derecha.

Para multiplicar 2,573 por 100, se corre la coma dos lugares hacia la derecha, y resulta 257,3. Este número es 100 veces mayor que 2,573.

En efecto, los valores absolutos de las cifras son iguales en ambos números; pero el valor relativo de cada cifra se ha hecho *cien veces mayor*, luego el número entero se ha hecho también 100 veces mayor.

Del propio modo se demostraría que *para dividir un número decimal por* 10, 100, 1.000 *etc., basta correr la coma* uno, dos, tres, etc. *lugares, hacia la izquierda.*

Nota.—Si el número que se ha de multiplicar o dividir no tuviere bastantes cifras, se agrega un número suficiente de ceros a la derecha o a la izquierda.

Así, 37,23×1 000=37 230
2,37 : 1 000=0,00237.

Operaciones con los números decimales

Adición

197. REGLA.—Para sumar números decimales, se colocan los sumandos unos debajo de otros, de modo que las unidades vayan debajo de las unidades, las décimas debajo de las décimas, las centésimas debajo de las centésimas, etc., y luego se suman como los números enteros, teniendo cuidado de poner la coma en el total a la derecha de las unidades.

Ejemplo.—Súmense las cantidades siguientes:

$$\begin{array}{r} 4{,}037 \\ 1\ 709{,}34 \\ 40\ 004{,}003\ 079 \\ \hline \textit{Total:}\quad 41\ 717{,}380\ 079 \end{array}$$

Sustracción

198. REGLA.—Para restar números decimales, se escribe el sustraendo debajo del minuendo, de modo que las unidades vayan debajo de las unidades, las décimas debajo de las décimas, las centésimas debajo de las centésimas, etc.,

Si el minuendo no tuviere igual número de cifras decimales que el sustraendo, se le agregan a la derecha tantos ceros como fueren menester, y se ejecuta la operación como con los enteros.

En la diferencia se pone la como debajo de la de los dos números.

Ejemplo.—De 3.456,7 réstese 2.986,354.

$$\begin{array}{r} 3\ 456{,}700 \\ 2\ 986{,}354 \\ \hline \textit{Diferencia:}\quad 470{,}346 \end{array}$$

Multiplicación

199. REGLA.—Para multiplicar números decimales, se busca el producto de ellos como si fuesen enteros, sin hacer caso de la coma, teniendo cuidado de separar a la

derecha del producto tantas cifras decimales como hay en ambos factores juntos.

Ejemplo. Multiplicar 32,25 por 13,47.

Tenemos:

$$32{,}25=\frac{3\ 225}{100}$$

$$13{,}47=\frac{1\ 347}{100}$$

Multiplicando miembro por miembro, resulta:

$$32{,}25\times 13{,}47=\frac{3\ 225}{100}\times\frac{1\ 347}{100}=\frac{3\ 225\times 1\ 347}{10\ 000}$$

Por donde se ve que, después de haber multiplicado 3 225 por 1 347, habrá que separar, con una coma, 4 guarismos a la derecha del producto. Lo que dará 4 cifras decimales, esto es, tantas como hay en ambos factores juntos.

200. Cálculo mental.— 1º. *Para multiplicar por 0,50, se toma la mitad del multiplicando:*

$$24\times 0{,}50=\frac{24}{2}=12$$

2º *Para multiplicar por* 0,05, *se divide el multiplicando por* 20:

$$24\times 0{,}05=\frac{24}{20}=1{,}2$$

3º *Para multiplicar por* 1,5 *se añade al multiplicando su mitad:*

$$24\times 1{,}5=24+12=36$$

4º *Para multiplicar por* 0,25, *se divide el multiplicando por* 4:

$$24\times 0{,}25=\frac{24}{4}=6.$$

5º *Para multiplicar por 0,75, se toman los 3/4 del multiplicando, o se resta de éste su cuarta parte.*

$$24 \times 0{,}75 = 24 \times \frac{3}{4} = 18.$$

$$24 \times 0{,}75 = 24 - \frac{24}{4} = 18.$$

División

201. COCIENTE CON UNA UNIDAD DE APROXIMACION.—1º El divisor es entero.—El cociente, con una unidad de aproximación, de un número decimal por un número entero, es igual al cociente, con una unidad de aproximación, de la parte entera del número decimal por el divisor.

Divídase 6.256,85 por 215.

Se dispone la operación como si fuesen enteros los números. El cociente en menos de una unidad es 29, y el residuo 21,85.

6 256,85	215
1 956	29
21,85	

202.—2º El dividendo y el divisor son decimales.—Para encontrar el cociente, en menos de una unidad por defecto, se multiplican dividendo y divisor por una potencia de 10 suficiente para hacer entero el divisor, y el caso queda reducido a una división de enteros, o a la división de un número decimal por un entero.

Si faltan cifras en el dividendo, se escriben ceros a la derecha de los dividendos parciales, hasta que en el cociente se llegue al orden decimal pedido.

Para obtener el residuo, se corre la coma hacia la izquierda, en el residuo hallado, tantos lugares como se la había corrido a la derecha en el dividendo.

Ejemplo.—Divídase 68.756,584 por 3.245,56.

68 756 58,4	324 556
3 845 38	21
599,824	

Hemos multiplicado por 100 dividendo y divisor.

Para obtener el *residuo* se corre la coma dos lugares a la izquierda.

El *cociente* en menos de una unidad es 21, y el *residuo* 599,824

203. COCIENTE EN MENOS DE 0,1, 0,01, 0,001.—Para calcular el cociente en menos de 0,1, 0,01, 0,001, etc. por defecto de dos números decimales, se hace entero el divisor, y se parte el dividendo por el divisor, sacando tantas cifras decimales cuantas indique la aproximación que se pide.

Ejemplo—Calcúlese el cociente de 7,1756 por 2,54 en menos de 0,001.

717,56	254
209 5	2,825
6 36	
1 280	
0,010	

50	35
150	0,142
100	
30	

El cociente es 2,825, y el residuo 0,010.

Para calcular el cociente de 5 por 35, con aproximación de 0,001, se continúa la operación hasta obtener 3 cifras decimales en el cociente.

El número 0,142 es el cociente en menos de una milésima.

204. Cálculo mental.—1º *Para dividir por 0,50, se multiplica el dividendo por 2:*

$$24 : 0{,}5 = 24 \times 2 = 48.$$

2º *Para dividir por 0,05, se multiplica el dividendo por 20:*

$$24 : 0{,}05 = 24 \times 20 = 480.$$

3º *Para dividir por 1, 5, se toma los 2/3 del dividendo:*

$$24 : 1{,}5 = 24 \times \frac{2}{3} = 16.$$

4º *Para dividir por 0,25, se multiplica el dividendo por 4:*

$$24 : 0{,}25 = 24 \times 4 = 96.$$

5º *Para dividir por 0,75, se toman los 4/3 del dividendo, o se añade a éste su tercio.*

$$24 : 0{,}75 = 24 + \frac{4}{3} = 32.$$

$$24 : 0{,}75 = 24 + \frac{24}{3} = 32.$$

Reducción de quebrados comunes a fracciones decimales

205. Definición.—*Reducir un quebrado común a fracción decimal* es buscar una fracción decimal equivalente al quebrado común, o que difiera de él en menos de una unidad de un orden decimal dado.

Ejemplo.—Reducir $\frac{7}{32}$ a fracción decimal.

Como todo quebrado común es el cociente indicado de la división de su numerador por su denominador, para encontrar la fracción decimal pedida hay que dividir 7 por 32.

70	32	70	32
60	0,218	60	0,21875
280		280	
24		240	
		160	
		0	

Con 3 cifras decimales, tengo el cociente en menos de una *milésima;* con 5 cifras, resulta el cociente *exacto.*

Sean también los quebrados $\frac{16}{125}$ y $\frac{7}{22}$.

160	125	70	22
350	0,128	40	0,3 18 18....
1000		180	
0		40	
		18	

206. REGLA.—Para reducir un quebrado común a fracción decimal, se divide el numerador por el denominador; así resulta una fracción decimal equivalente al quebrado común (cuando el cociente es exacto); o que difiere de él en menos de una décima, de una centésima, de una milésima, etc. (cuando es aproximado el cociente).

207. Nota.—De lo que antecede se deduce que, al reducir quebrados comunes a decimales, pueden resultar fracciones con un número limitado de cifras; y otras en que el número de cifras es ilimitado, habiendo un grupo de ellas que se repite periódica e indefinidamente.

Las primeras se *llaman fracciones limitadas o exactas,* y las segundas, fracciones *periódicas.*

Un quebrado común irreducible se convierte exactamente en fracción decimal cuando su denominador no contiene otros factores primos que 2 y 5.

Fracciones periódicas

208.—Definición.—Llámanse *fracciones periódicas* las fracciones decimales en las cuales las mismas cifras se reproducen indefinidamente y en el mismo orden.

Período es la serie de cifras que se reproducen.

209. Las fracciones periódicas se dividen en *puras* y *mixtas.*

La fracción periódica es *pura* cuando el período principia en las décimas, como en

0,356 356 356....

La fracción periódica es *mixta,* cuando el período no principia en las décimas, como en

0,37 456 456 456....

37 es la parte *irregular* o *no periódica.*

210. Un quebrado común irreducible da origen a una fracción periódica *pura* cuando su denominador no es divisible por los factores primos 2 ó 5, como por ejemplo $\frac{5}{11}$.

50	11
60	0,45 45
50	
60	
5	
:	

Un quebrado común irreducible da origen a una fracción periódica mixta cuando su denominador, a más de ser divisible por 2 ó 5, lo es por otro factor primo; lo que ocurre con el quebrado $\frac{7}{30}$.

70	30
100	0,233....
100	
10	
:	

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

1060. ¿Cuántas: décimas; — centésimas; — milésimas; — diezmilésimas, vale la unidad?

1061. ¿Cuántas: milésimas; — centésimas; — diezmilésimas; — cienmilésimas, vale una décima?

1062. Cuántas décimas hay en 732.654 diezmilésimas?

1063. ¿Cuántas decenas hay en 1.885 unidades?

1064. ¿Cuántas centenas hay en 17.680 unidades?

1065. ¿Cuántas decenas de millar hay en 35.648.358 unidades?

1066. ¿Cuántas centésimas; — milésimas; — décimas; — diezmilésimas, vale una centena de unidades?

1067. ¿Cuántas: milésimas; — décimas; — cienmilésimas; centésimas, vale una centena de unidades?

1068. ¿Cuántas: centésimas; — milésimas, vale una decena de millar?

1069. Háganse 10 veces mayores los números:
47; — 4,75; — 8,2; — 5,20.

1070. Háganse 100 veces mayores:
3,45; — 9,2; — 0,035; — 48; — 210.

1071. Háganse 10.000 veces mayores:
49; — 56; — 25,37; — 50.

1072. Háganse 10 veces menores:
618; — 4; — 0,05; — 35,19.

1073. Háganse 100 veces menores:
345; — 5; — 8,45; — 0,50.

1074. Háganse 1.000 veces menores:
1.887; — 15,6; — 72; — 0,075.

1075. Hágase el número 24,05: 10 veces mayor; — 1.000 veces menor; — 100 veces mayor; 10 veces menor; — 100.000 veces mayor; — 100 veces menor.

1076. ¿Cómo hay que proceder para multiplicar un número por 0,1, 0,01, 0,001?

1077. ¿Qué representa el producto: 1º de centésimas por décimas; 2º de unidades por milésimas?

1078. ¿Cómo hay que proceder para dividir un número por 0,1, 0,01, 0,001?

1079. ¿Qué viene a ser un número cuando se lo divide por 0,1, 0,01, 0,001?

1080. A $ 0,50 un folleto, ¿cuánto valen 24, 35, 40, 123 folletos?

1081. A $ 0,25 un tintero, ¿cuánto importan 12, 70, 125, 221 tinteros?

1082. A $ 0,75 un cortaplumas, ¿cuál es el precio de 10, 12, 51, 152 cortaplumas?

1083. ¿Cuántas horas ha trabajado un obrero que recibe $ 41, ganando $ 0,50 por hora?

1084. Divídanse por 0,05, los números siguientes: 12, 28, 35, 76, 137.

1085. Divídanse por 0,25, los números siguientes: 10, 25, 71, 127, 348.

1086. ¿Cuántas botellas de 0 lit. 75 podrán llenarse con un barril de 36 lit., de 75 lit., de 228 litros?

EJERCICIOS POR ESCRITO

Escríbanse con cifras las cantidades siguientes:

1087. Una décima. — Una centésima. — Una milésima, etc...
1088. Cinco décimas.
1089. Ocho milésimas.
1090. Siete centésimas.
1091. Trece centésimas.
1092. Diez y ocho décimas.
1093. Doce milésimas.
1094. Cuatrocientas diez y nueve milésimas.
1095. Nueve unidades y veinticinco centésimas?
1096. Setenta y cinco unidades cincuenta y ocho milésimas.
1097. Mil cincuenta unidades quinientas ocho milésimas.
1098. Doscientas ochenta y cinco décimas.
1099. Dos unidades trescientas siete diezmilésimas.
1100. Seiscientas tres mil cuatro milésimas.
1101. Diez mil ochocientas cinco diezmilésimas.
1102. Siete unidades ciento ochenta y cinco cienmilésimas.

1103. Ocho mil doce unidades diez mil ochenta y cinco cienmilésimas.

1104. Diez y ocho mil siete unidades trece mil trescientas dos millonésimas.

1105. Cuarenta y ocho unidades cinco milésimas.
1106. Setenta y una unidades cinco cienmilésimas.
1107. Noventa y siete unidades diez y nueve cienmilésimas
1108. Cien diezmilésimas.

1126.	1127.	1128.	1129.
449,20	17,15	38,55	132,40
41,25	25,30	17,30	607,85
148,45	148,75	307,25	808,85
208,80	306,20	428,75	977,65
75,85	29,50	375,10	1.048,70
142,70	75,45	508,00	2.503,25
79,25	27,90	97,00	917,30
17,15	143,35	1.832,75	1.809,70
32,00	97,20	409,25	503,00
100,00	417,00	3.592,95	98,25
28,35	215,25	708,00	648,75
	48,15	97,75	45,45

1130.	1131.	1132.	1133.
25,40	58,35	3,65	907,50
91,65	34,95	30,75	1.200,00
5,20	8,00	11,80	3,412,50
12,00	23,45	6,80	1.197,00
39,95	6,65	14,00	419,00
2,30	18,00	13,15	60,00
9,10	5,05	4,20	1.299,80
48,80	3,00	13,55	540,60
59,65	80,35	6,65	100,00
30,20	9,10	15,80	1.509,00
7,15	24,50	6,25	3.890,00
8,40	7,60	9,65	3.860,75
95,45	8,70	9,55	100,00
0,50	4,85	12,90	267,00
5,00	18,55	5,75	100,00
56,55	8,95	12,75	367,00
10,25	10,05	6,05	449,90
2,30	6,05	9.675,25	1.840,00
12,40	5,10	12.000,00	311,85
5,00	6,10	235,20	1.197,00
4,35	4,40	3.680,80	1.140,00
40,60	28,80	135,15	1.165,00
88,65	26,25	1.450,00	8,631,85
58,60	9,45	235,20	1.408,00
12,50	18,75	135,00	563,40
20,00	6,40	393,35	1.000,00
70,15	9,95	135,00	94,05

Efectúense las restas siguientes:

1134. 825,348 −16,459
1135. 1.430,6545 −48,8496
1136. 1.425,045 −89,9086
1137. 84.256,02 −4.577,9325

1138. 8.456 −842,0854
1139. 10.000,001 −989,9898
1140. 100.101,01 −8.787,9876
1141. 908.908 −8.989,4567

Efectúense los productos siguientes:

1142. 796.654 × 79,8
1143. 76.257 × 8,915
1144. 46.589 × 0,425
1145. 689.765 × 0,089
1146. 524.689 × 43,25
1147. 987.798 × 97,602
1148. 4.708.540 × 357,50
1149. 8.743,95 × 456
1150. 6.704,075 × 354
1151. 65.167,40 × 97,005
1152. 0,508.245 × 3.745
1153. 45.683,70 × 70.096
1154. 808.954,30 × 407,005
1155. 8.456.359 × 470,045.
1156. 94.467,04 × 304,85
1157. 1.847,405 × 954,805
1158. 4.905,075 × 784,09
1159. 4.805,705 × 4.270,25
1160. 4.520,456 × 3.075,4
1161. 4.508,546 × 9,75405.
1162. 2.170.500 × 7,0454
1163. 68.942.706 × 0,00955
1164. 584.739,05 × 457,35
1165. 896.547,95 × 79,08
1166. 867.489,07 × 480,7
1167. 597.478,045 × 9.700,8,
1168. 4.388.407,6 × 6.754
1169. 341.583,80 × 97,074
1170. 9.504,709 × 567,9
1171. 867.470,95 × 479,05
1172. 749.734,06 × 7.960,08
1173. 8.736.540,70 × 94.820,3
1174. 4.458.870,5 × 5.690,87
1175. 56.740.970 × 0,87025
1176. 6064.0454 × 706,35
1177. 369.746.07 × 75006,5
1178. 974.785,076 × 9259
1179. 596.247,80 × 905,7
1180. 9.783,460 × 0,085976
1181. 648.475,60 × 42.570
1182. 8.940,767 × 8.764,8
1183. 70.487,60 × 160,79
1184. 8.540.077 × 45,897
1185. 467.865,30 × 789,35
1186. 695.540.070 × 876,45
1187. 845.005,006 × 900,54
1188. 75.030,407 × 896,57
1189. 164.342,50 × 847,405
1190. 27.833,675,50 × 0,003947
1191. 4.677,294 × 378,49
1192. 8.930,245 × 694,37
1193. 6.597,007 × 4,286
1194. 8.907,385 × 7.986,7
1195. 898,2747 × 667,80
1196. 987.897,9 × 5.460,9
1197. 462.798,9 × 6.307,40
1198. 352.425,10 × 4,7673
1199. 879.421,70 × 237,65
1200. 488.594,06 × 305,98

Calcúlese el cociente en menos de una centésima.

1201. 312 : 29
1202. 5.485 : 62
1203. 78.312 : 238
1204. 452.314 : 561
1205. 789.213 : 792
1206. 598.743 : 825
1207. 795.218 : 1.242
1208. 398.743 : 4.215
1209. 482.321 : 5.429
1210. 789.234 : 2.358
1211. 193.387 : 5.125
1212. 565.452 : 4.142
1213. 629.325 : 1.123
1214. 742.314 : 8.312 54
1215. 412.356 : 5.214 8
1216. 800.000 : 7.231 62

Calcúlese el cociente en menos de una milésima.

1217.	27 : 13	1227.	69.874 : 791
1218.	632 : 19	1228.	74.328 : 1.925
1219.	429 : 27	1229.	78.675 : 5.946
1220.	7.845 : 47	1230.	71.923 : 6.677
1221.	5.826 : 64	1231.	747.213 : 5.492
1222.	7.892 : 71	1232.	592.345 : 3.215
1223.	5.285 : 85	1233.	793.265 : 4.947
1224.	71.293 : 234	1234.	397.313 : 12234
1225.	53.216 : 621	1235.	576.329 : 51523
1226.	74.152 : 679	1236.	5.493.267 : 62913

Efectúense las divisiones siguientes:

1237.	3.549,4 : 29	1256.	144 : 0,0521
1238.	5.689,321 : 324	1257.	379.035 : 99,09
1239.	57.298,15 : 478	1258.	5.642,15 : 56,05
1240.	9,765213 : 724	1259.	867,465 : 0,175
1241.	73,62851 : 350	1260.	489,35 : 6,525
1242.	682,9154 : 809	1261.	9.876,45 : 0,489
1243.	528,9143 : 643	1262.	78.549,2 : 5,75
1244.	9.215.843,20 : 6.886	1263.	4.987,521 : 48,72
1245.	75.213.479 : 6.652	1264.	39,27653 : 75,35
1246.	13.498,765 : 374	1265.	9,254385 : 15,6
1247.	0,94321563 : 719	1266.	891.523,40 : 1,59
1248.	256.348 : 5,25	1267.	127.525,68 : 12,3
1249.	3.289.762 : 42,5	1268.	19.546,8231 : 5,282
1250.	19.328 : 48,28	1269.	95.243,538 : 0,484
1251.	658.925 : 100,25	1270.	95.835,25 : 80,3
1252.	396.253 : 8,1416	1271.	78,5289 : 0,6256
1253.	5.639.452 : 365,40	1272.	92.159,58 : 55,85
1254.	156.329 : 25,05	1273.	4.589,2542 : 878
1255.	737.925 : 8,52	1274.	135.825,40 : 5,82

Calcúlese el cociente en menos de una décima:

1275.	288 : 2,05	1279.	7.895,23 : 3,256
1276.	627,30 : 56,8	1280.	1.985,2346 : 689
1277.	7.983,25 : 5,665	1281.	79.564 : 3,59
1278.	932,5643 : 7,25	1282.	5.689 : 4,564

Calcúlese el cociente en menos de una centésima:

1283.	679,24 : 5,31	1289.	70.504,64 : 52,411
1284.	5.249,5 : 7,54	1290.	35.492,255 : 12,99
1285.	9.317,5 : 0,67	1291.	29.853,47 : 832,7
1286.	51.725,82 : 8,53	1292.	889.752,2 : 992,8
1287.	48.925,450 : 5,493	1293.	459.285,25 : 5,430,7
1288.	72.538,779 : 85,23	1294.	752.325,75 : 92,08

Calcúlese el cociente en menos de una milésima:

1295.	897.437,505 : 4.875,5	1304.	48.925,45 : 41,32
1296.	49.335,245 : 954,7	1305.	8.987.48 : 568,9
1297.	98.522,708 : 12,25	1306.	54.325,75 : 9,825
1298.	676.352,92 : 785,3	1307.	6.482 : 7,315
1299.	645.327,80 : 44,009	1308.	2 : 1,184
1300.	685 358.83 : 19:89	1309.	80,5 : 0,0157
1301.	583.582,82 : 72,4	1310.	189.254 : 0,5231
1302.	5.823,8 : 48,22	1311.	9.006,03 : 0.178
1303.	4.520,5 : 34,528	1312.	16.279,4 : 0,00196

Conviértanse en quebrados comunes las fracciones decimales siguientes:

1313.	0,2	1316	0,75	1319.	0,45	1322.	2,05
1314.	0,25	1317.	0,125	1320.	0,025	1323.	4,25
1315.	0,16	1318.	0,625	1321.	0,064	1324.	6,45

Conviértanse en fracciones decimales los quebrados comunes siguientes:

1325.	$\frac{7}{5}$	1330.	$\frac{7}{250}$	1335.	$\frac{8}{13}$	1340.	$5\frac{5}{6}$
1326.	$\frac{3}{8}$	1331.	$3\frac{1}{40}$	1336.	$\frac{4}{9}$	1341.	$15\frac{3}{11}$
1327.	$\frac{7}{25}$	1332.	$3\frac{5}{64}$	1337.	$2\frac{3}{8}$	1342.	$3\frac{2}{13}$
1328.	$\frac{5}{16}$	1333.	$4\frac{9}{10}$	1338.	$6\frac{1}{9}$	1343.	$8\frac{5}{7}$
1329.	$\frac{17}{64}$	1334.	$\frac{3}{11}$	1339.	$8\frac{2}{3}$	1344.	$5\frac{2}{17}$

PROBLEMAS

1345. Si 30 plátanos cuestan $ 0,60, ¿cuánto cuesta un plátano?

1346. Un hacendado paga $ 490,75 por 13 vacas, ¿a cómo le sale cada una?

1347. Compró Lucas un cortaplumas en $ 0,25, un trompo en $ 0.12, un sombrero en $ 1,18, y un pañuelo en $ 0,37; ¿cuánto tuvo que pagar por todos estos objetos?

90
90
90
95
365

1348. En una suscripción para el hospital se han recogido $ 425,12, y se han entregado ya $ 193,06; ¿cuánto debe entregarse todavía?

1349. Un vagón de ferrocarril ha caminado 19 1/2 horas, a razón de 39,10 millas por hora; ¿qué distancia tiene recorrida ya?

1350. Gabriel compra un caballo en $ 120 y una mula en $ 85,68, y los revende en $ 316,56; cuánto gana en el negocio?

84
84
84
84
336

1351. Matías compra una vaca en $ 25, y da en pago 5 almudes de trigo a $ 1,06 cada uno, y 30 de maíz a $ 0,60 el almud, y lo demás en plata; ¿cuánto tuvo que pagar en plata?

1352. Marcial vende 291 varas de paño a $ 7,20 cada una, 2.961 varas de bayetilla a $ 0,54, y 398 varas de franela a $ 0,78 la vara; ¿qué suma recibirá por esta venta?

1353. Al empezar la semana, una criada recibe $ 40. ¿Qué le quedará después de haber gastado $ 3,25 el lunes, $ 4,50 el martes, $ 2,75 el miércoles, $ 5,20 el jueves, $ 3,75 el viernes y $ 8,20 el sábado?

1354. Por 24 metros de tela he pagado $ 28.80. ¿Cuánto se me devolverá si para pagar 7,20 metros de la misma tela entrego 20 pesos?

1355. ¿Qué suma se entrega al dar 4 billetes de a $ 20; 3 de a $ 50, 7 pesos y 3 monedas de a $ 0,50?

1356. Un obrero recibe $ 65.25 por 75 días de trabajo. ¿Cuánto recibiría si hubiese trabajado 10 días menos?

1357. Un ganadero tiene un rebaño de 115 ovejas que le dan por término medio 3,45 kilogramos de lana. ¿Qué cantidad recibirá si se la pagan a $ 0.65 el kilogramo?

1358. Un sombrerero vende 18 sombreros por $ 140.40 ganando $ 1.25 en cada uno. ¿Cuánto cuesta cada sombrero?

1359. Octavio recibe $ 10 para comprar sellos. Tiene que pedir 30 sellos de a $ 0,10; 40 de a $ 0,05. ¿Cuántos sellos de a $ 0.02 podrá comprar con lo restante?

1360. Un tendero compra 340 kilogramos de aceite a $ 0,95 el kg.; 175 kg. de azúcar a $ 0,17 el kg.; 78 kg. de queso a $ 0,70 el kg.; y 87 kg. de manteca a $ 0,65 el kg. ¿Cuánto ganará en todo, si vende el aceite a $ 1,15 el kg.; el azúcar a $ 0.20; el queso a $ 0.80 y la manteca a $ 0,75 el kg.?

1361. Un tabernero recibe 34 toneles de vino de Francia, de 220 litros cada uno. ¿Cuánto pagará por todo si el tonel

vale $ 34 y si paga aún $ 0,13 de aduana por litro, y por el transporte $ 14 por tonel?

1362. En una familia el padre recibe $ 113 mensuales, la madre $ 15.40 semanales y los hijos $ 875 anuales. ¿Cuánto gana la familia por trimestre?

1363. Un negociante que había comprado 415 metros de género ha vendido 100 metros por $ 300, y lo demás a razón de $ 3,25 el metro. Sabiendo que ha ganado en todo $ 1,25 por metro, calcúlese el precio de compra de un metro.

1364. Un profesor que gana $ 2.000 anuales, ahorra $ 120 por trimestre. ¿Cuál es su gasto diario?

1365. Dos piezas de paño valen juntas $ 698,50; la primera mide 7 metros más y vale $ 38.50 más que la 2ª. ¿Cuántos metros mide cada una?

1366. Norberto que ha comprado 4 barriles de vino en $ 120 cada uno, vende 6 de ellos por $ 788. ¿A cómo tiene que vender cada uno de los demás para que su ganancia total ascienda a $ 146?

1367. Un maestro de obras emplea tres peones. Ganando $ 0,75 el primero, $ 0,62 el segundo y $ 0,50 el tercero, ¿cuánto entregará a cada uno, si trabajan los tres durante 5 semanas, salvo los domingos?

1368. Habiendo recibido $ 20 de sus padres, un joven socorrió a 14 pobres, dando $ 2,50 a cada uno, quedándole aún $ 17. ¿Qué suma tenía antes de recibir los 20 pesos?

1369. Una pieza de casimir que mide 42 metros de largo se ha pagado a $ 2,45 el metro. ¿A cómo se ha vendido el metro de casimir, si la ganancia total es de $ 10,50?

1370. Un mercader compra 15 docenas de lápices en $ 0,25 docena. ¿Cuál es su ganancia si vende cada lápiz en $ 0,03?

1371. Una revendedora compra 1.200 huevos a $ 0.42 docena y los vende en $ 0,05 cada uno. ¿Qué beneficio ha realizado, si se le han roto 45 huevos?

1372. Un mercader compra 2 piezas de género, la una de 67 m. 80 y la otra de 63 m. 80. Sabiendo que en ambas el precio del metro es igual y que la primera vale $ 27,40 más que la segunda, calcúlese el precio de cada una.

1373. Un carnicero ha comprado 6 carneros que le han costado $ 5.50 la res y paga por cada una $ 0,50 de derechos, $ 0,25 por el matadero y 0,35 por varios gastos. Cada cabeza

AR

le da 17 kg. 500 de carne que vende a $ 0,40 el kg.; 2 kg. 540 de sebo a $ 0,20 el kg. y 2 kg. 350 de piel, vendida a $ 0,25 el kg. ¿Cuál ha sido su ganancia?

1374. Un sastre hace 214 pantalones, gastando en cada uno 1,20 metro de paño, al precio de $ 4,55 el metro; 1,15 metro de forro a $ 0,35 el metro; $ 0,20 de botones; una hebilla de $ 0,25; y aprecia la hechura en $ 3. Si el sastre quiere obtener un beneficio de $ 2,35 por pantalón, ¿cuál será el importe de la venta de los 214 pantalones?

1375. Al vender 18 toneles de aceite de ballena, que pesan 840 kiogramos cada uno, por $ 6.048, he realizado un beneficio de $ 0,10 por kg. ¿Cuál fué el precio de compra del kg. de aceite?

1376. Las ruedas mayores de un coche tienen 3,95 metros de circunferencia. Se pregunta: 1º ¿cuántas vueltas dará cada una de dichas ruedas para recorrer 10 km.? 2º ¿qué distancia se habrá recorrído cuando hayan dado 3.037 vueltas?

1377. Se ha comprado 45 piezas de paño de igual longitud a $ 6 el metro; vendiendo el paño a $ 7,50 el metro, se ganan $ 5.400. ¿Cuánto mide cada pieza?

1378. Vendiendo 25 metros de paño por $ 237,50 se ha ganado $ 1,50 por metro. ¿Cuánto mide la pieza de paño que se ha comprado por $ 577.60?

1379. Un propietario tiene 5 fincas y recoge 500 hectolitros de maíz en la primera; en la segunda 76 hl. más que en la primera; en la tercera tanto como en las dos primeras; en la cuarta tanto como en la primera y la tercera; en la quinta tanto como en las tres primeras más 6.90 hl. ¿Cuántos hl. de maíz ha cosechado el propietario en sus fincas?

1380. Una persona que tiene $ 3.285 de renta anual quiere ahorrar $ 2 cada día. ¿Cuánto podrá gastar diariamente, y cuánto habrá ahorrado al cabo de 2 años 125 días?

1381. Una tendera ha comprado 660 huevos por $ 8.50 el ciento y los revende en $ 1,25 la docena. ¿Cuál es su ganancia?

1382. Ocho personas tienen que pagar juntas $ 1.250. Como varias no pueden pagar, las demás deben dar cada una $ 93.75 más. Calcúlese el número de personas que no han podido pagar.

1383. Una persona debe iguales cantidades a dos comerciantes: al primero paga con 18 kilogramos de lana y 8 pesos más; al segúndo paga con 25 kilogramos de la misma lana, y el comerciante le devuelve $ 45.20. ¿Cuánto valía el kg. de lana, y cuánto debía la persona a cada comerciante?

1384. Tres barriles de aceite cuestan juntos $ 216 de compra, $ 72 de derechos y $ 28 de transporte. ¿A cómo debe venderse el litro para ganar $ 80 en todo? Cada barril contiene 120 litros.

1385. Un zapatero compone 16 pares de botas por $ 120, vende la mitad a $ 8,50 el par. A cómo tendrá qué vender el par de las que le quedan para ganar $ 28 en todo?

1386. Se compra una mercancía por $ 760,40; calcúlese el precio de venta, sabiendo que si la hubiesen vendido $ 46,70 más, se habría ganado la mitad del precio de compra.

1387. Un librero recibe 793 ejemplares de una obra que paga a $ 0,35 ejemplar y le dan 13 por 12. Vendiendo el ejemplar a $ 0,40, ¿qué beneficio realiza?

1388. Un librero compra una obra a $ 3,50 el volumen; vendiéndola por docenas y dando 13 por 12, gana $ 0.70 por volumen. ¿A cómo hace pagar la docena (13 por 12) de esa obra?

1389. Un labrador toma en arriendo un campo mediante el pago de $ 240 anuales y lo siembra de trigo. Las semillas, el abono y demás gastos ascienden a $ 57. La cosecha da 252 dobles decalitros de trigo al precio de $ 1,75 el doble decalitro. Se pregunta cuál es el beneficio del labrador.

1390. He comprado en diferentes veces tres retales de una pieza de tela. Por el primero he pagado $ 31,50; por el segundo, que mide 5 metros más que el primero, $ 37,25, y por el tercero, 85 pesos. ¿Cuántos metros de tela he comprado?

1391. Un criado se contrata por 90 días, conviniendo con su amo que por cada día, a más de la comida, le dará $ 0,30, pero que los días en que no comiere en su casa le dará $ 0,55. Transcurridos los 90 días recibe $ 42. ¿Cuántos días este criado ha comido en casa de su amo?

1392. Un carnicero vende a su panadero 49 kilogramos de carne a $ 0,45 el kg.; ambos convienen en que 2 kg. de carne equivalen a 4,5 kg. de pan. Al fin del mes el panadero debe $ 2,75 al carnicero. Se pregunta cuántos kg. de pan ha entregado el panadero y a qué precio.

1393. Filiberto da en herencia los 3/10 de una propiedad a su hijo mayor; los 3/7 de lo restante a su segundo hijo, y lo demás que es igual a 3 áreas 25, a su hijo menor. ¿Cuál es la superficie de cada una de las dos primeras partes?

1394. Para hacer un trabajo dos obreros han necesitado, uno 18 días 1/2 y el otro 15 días 3/4. ¿Cuánto ha importado dicho trabajo sabiendo que cada obrero ha recibido $ 1,25 diarios?

1395. Los 2/5 de un poste de 4,80 metros están pintados de blanco, 1/3 es encarnado y lo restante azul. ¿Cuál es la longitud de la parte azul?

1396. Un obrero bebe por término medio 3/4 de litro de vino cada día. ¿A qué cantidad asciende su consumo de vino, durante un mes de 31 días, si el vino cuesta $ 0,80 el litro?

1397. En vez de tomar los 4/5 de una cantidad se han tomado los 3/7, cometiendo en ello un error de $ 19,50. ¿A cuánto ascendía la cantidad total?

RAIZ CUADRADA

Definiciones

211. Cuadrado de un número.—Llámase *cuadrado* de un número el producto de este número por sí mismo.

Así, el cuadrado de 4 es 4×4 ó 16.

Para indicar el cuadrado de un número, se escribe este número una sola vez, y se coloca a la derecha y en la parte superior la cifra 2, que se llama *exponente*.

Así, 4^2 es el cuadrado de 4; 10^2 el cuadrado de 10.

212. Cuadrado de los 10 primeros números.

Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cuadrados	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

213. Cuadrado de un quebrado.—*Cuadrado de un quebrado* es el producto de este quebrado por sí mismo.

Así, el cuadrado de $\frac{1}{5}$ es $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$. Por donde se ve que el cuadrado de un quebrado es igual al cuadrado del numerador dividido por el cuadrado del denominador.

El cuadrado de un quebrado es siempre menor que dicho quebrado.

214. Raíz cuadrada de un número.—*Raíz cuadrada de un número* es una cantidad que, multiplicada por sí misma, da el número propuesto.

La extracción de la raíz cuadrada se indica por medio del signo $\sqrt{\ }$ llamado *radical*.

Así, $\sqrt{8}$ indica que debe extraerse la raíz cuadrada de 8

215. Raíz cuadrada de un quebrado. — *Raíz cuadrada de un quebrado es otro quebrado que*, multiplicado por sí mismo, da por producto el primero. Es la raíz cuadrada del numerador dividida por la del denominador.

La raíz cuadrada de un quebrado es siempre mayor que este quebrado.

216. PROPIEDAD.—Si un número consta de decenas y unidades, su cuadrado se compone: 1º del cuadrado de las decenas; 2º del doble producto de las decenas por las unidades; 3º del cuadrado de las unidades.

Así, $26^2 = (20 + 6)^2 = 20^2 + 2\ (20 \times 6) + 6^2$

Para *generalizar*, llamando d a las decenas, u a las unidades de un número N, se tendrá:

$$N^2 = (d + u)^2 = d^2 + 2du + u^2$$

Práctica
de la extracción de la raíz cuadrada

217. Raíz cuadrada, con aproximación de una unidad, de un número de dos cifras. —La raíz cuadrada, con aproximación de una unidad, de un número de dos cifras, esto es, de un número menor que 100, es menor que 10, ya que el cuadrado de 10 es 100. Luego tiene sólo una cifra.

Extraer la raíz cuadrada de 53.

Desde luego se ve que 53 está comprendido entre 49 y 64 cuyas raíces son 7 y 8.

Por lo tanto, la raíz cuadrada de 53, en menos de una unidad es 7 por defecto, y el residuo de la operación es 4.

218. REGLA.—Para extraer la raíz cuadrada, con aproximación de una unidad, de un número menor que 100, se busca en la tabla de los cuadrados de los números menores que 10, el mayor cuadrado contenido en el número dado.

La raíz cuadrada de este cuadrado es la raíz buscada, y el residuo es el exceso del número dado sobre este cuadrado.

219. Raíz cuadrada, con una unidad de aproximacón, de un número entero mayor que 100.

Extráigase la raíz cuadrada de 453 458.

Dividamos el número en períodos de dos cifras, empezando por la derecha. La raíz cuadrada de 45 es 6, cuyo cuadrado es 36. Restando 36 de 45 resulta 9; escribamos al lado de este primer residuo el período siguiente 34.

Disposición de la operación

45.34.58	673	
36		
94.4	127	1343
88.9	7	3
4.55.8	889	4029
4.02.9		
529		

En el número 934, separemos por un punto la última cifra 4. Formemos el duplo de la cifra 6 y dividamos 93 por 12. Después de haber escrito el cociente 7 en la raíz y a la derecha de 12, multipliquemos 127 por 7. Como al restar de 934

el producto 889, resulta 45, se infiere que 7 es la segunda cifra de la raíz.

A la derecha de 45 escribamos el período siguiente 58, separemos la última cifra 8 y dividamos 455 por el duplo de 67 que es 134; el cociente es 3. Escribamos este cociente a la derecha de 67 y de 134 y multipliquemos 1.343 por 3. Pudiendo restarse de 4.558 el producto 4.029, 3 es la tercera cifra de la raíz.

Por consiguiente la raíz cuadrada de 453.458, con aproximación de una unidad, es 673, y el residuo 529.

Como *comprobación*, se puede verificar que 453.458 $= 673^2 + 529$.

673	
673	
2 019	
47 11	
403 8	
452 929	$= 673^2$
529	*residuo*
453 458	*número dado*

220. REGLA.—Para extraer, en menos de una unidad, la raíz cuadrada de un número entero mayor que 100, se lo divide en períodos de dos cifras, de derecha a izquierda; el último período puede constar de sólo una cifra.

La raíz cuadrada del primer período de la izquierda da la primera cifra de la raíz que se escribe en la galera; se cuadra esta cifra y se resta el resultado del primer período; la diferencia da el PRIMER RESIDUO PARCIAL.

A la derecha de este residuo, si lo hay, se escribe el período siguiente y se separa con un punto la primera cifra de la derecha; se divide la parte de la izquierda por el duplo de la cifra escrita en la raíz: el cociente es la cifra de la raíz o una cifra demasiado grande. Para probarla, se la escribe en la raíz y también a la derecha del duplo de la raíz hallada; se multiplica el número así formado por la cifra que se ha de probar. Si el producto puede restarse del número formado por el primer residuo parcial y el segundo período, la cifra probada es exacta; en caso contrario se le disminuye una unidad, hasta que pueda hacerse la resta; así resulta el SEGUNDO RESIDUO PARCIAL.

A la derecha de este residuo se escribe el período siguiente, y se repiten las mismas operaciones, hasta que se hayan escrito todos los períodos del número propuesto y que esté concluída la operación.

El resultado de la última resta da el residuo.

221. Notas.—I. En la práctica se simplifica la escritura, efectuando las restas sin escribir los sustraendos, como en la operación adjunta

45.34.58	673	
93.4	127	1343
455.8	7	3
residuo 529	889	4029

II. Para obtener, en el curso de la operación, el duplo de la cantidad ya escrita en la raíz, basta agregar la cifra que se acaba de encontrar, al número por el cual se la ha multiplicado para probarla.

Así, en el ejemplo precedente se puede obtener el duplo de 67 agregando 7 a 127.

III. Si una de las divisiones indicadas diese cero por cociente, se escribiría el cero en la raíz y en el duplo de ella y se bajaría el período siguiente:

IV. El residuo de la raíz cuadrada de un número entero es siempre menor que el duplo de la raíz cuadrada entera más 1.

222. Raíz cuadrada de cualquier número, en menos de 0,1, 0,01, 0,001, etc.—Nos contentaremos con dar algunos ejemplos y la regla práctica.

1o. Extraer la raíz cuadrada de 2, en menos de 0,001.

Para que se puedan separar tres períodos a la derecha de la coma, hay que añadir 6 ceros, y considerar el número 2,000 000.

2,0 0.0 0.0 0	1,414		
1 0.0			
4 0.0	24	281	2 824
1 1 9.0.0	4	1	4
0,0 0 0 6 0.4	96	281	11 296

La raíz cuadrada es 1,414, y el residuo 0,000 604.

2º Extraer la raíz cuadrada de 465,8452, en menos de 0,01.

4.65,84.52	21,58		
4.5			
2 4 8.4	41	425	4.308
3 5.95.2	1	5	8
0,1 4 8 8	41	2 125	34 464

La raíz cuadrada es 21,58 y el residuo 0,1488.

3º Extraer la raíz cuadrada de 0,305, en menos de 0,001.

0,3 0.5 0 0 0	0,552	
5 5.0		
2 5 0.0	105	1 102
0,0 0 0 2 9 6	5	2
	525	2 204

La raíz cuadrada es 0,552 y el residuo 0,000 296.

223. REGLA.—Para extraer la raíz cuadrada de un número (entero o decimal) en menos de 0,1 0,01, 0,001, etc. se lo divide en períodos de dos cifras desde la coma a derecha y a izquierda. El último período de la izquierda puede constar de sólo una cifra.

A la derecha de la coma se toman tantos períodos de dos cifras, cuantas cifras decimales se quiera en la raíz, añadiendo uno o varios ceros si faltaren cifras decimales.

Se extrae la raíz cuadrada del número que resulte, como si fuese entero, cuidando de separar con una coma, de la derecha de la raíz obtenida, la mitad del número de decimales que tenga el número dado, o poniendo la coma en la raíz cuando se baja el primer período decimal.

Raíz cuadrada de los quebrados comunes

224. REGLA GENERAL.—Para extraer la raíz cuadrada de un quebrado se divide la raíz cuadrada del numerador por la raíz cuadrada del denominador (215).

La raíz cuadrada de los quebrados comunes presenta tres casos:

225. Caso I.—Ambos términos son cuadrados perfectos.

Sea el quebrado $\frac{36}{49}$.

Tendremos (**215**): $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$

226. Caso II.—Sólo el denominador es cuadrado perfecto.

Sea el quebrado $\frac{51}{64}$.

En este caso, se suele extraer la raíz cuadrada del numerador, con una unidad de aproximación, y se la divide por la del denominador.

Así, $\sqrt{\frac{51}{64}} = \frac{\sqrt{51}}{8}$ o $\frac{7}{8}$, en menos de $\frac{1}{8}$

227. Caso III.—El denominador no es cuadrado perfecto.

Sea el quebrado $\frac{23}{60}$.

Un procedimiento consiste en hacer el denominador cuadrado perfecto, multiplicando ambos términos por este denominador; luego se extrae la raíz cuadrada como en el caso precedente.

Para $\sqrt{\frac{23}{60}}$, resulta $\sqrt{\frac{23 \times 60}{60^2}} = \frac{\sqrt{1\,380}}{60} = \frac{37}{60}$

La raíz cuadrada de $\frac{23}{60}$ es $\frac{37}{60}$ en menos de $\frac{1}{60}$.

228. Nota.—En los dos últimos casos se puede también reducir a decimal el quebrado dado, y luego aplicar la regla conocida, y así resulta la raíz cuadrada con la aproximación que se quiere.

Así, el quebrado $\frac{15}{16} = 0{,}9375$.

La raíz cuadrada de 0,9375 es 0,96 en menos de una centésima.

EJERCICIOS ORALES

1398. ¿Qué es cuadrado de un número?

1399. ¿Qué es cuadrado de un quebrado?

1400. ¿Cómo se eleva un quebrado a cuadrado?

1401. ¿Por qué el cuadrado de un quebrado es menor que el mismo quebrado?

1402. ¿Qué se llama raíz cuadrada de un número?

1403. ¿Qué se llama raíz cuadrada de un quebrado?

1404. ¿Por qué la raíz cuadrada de un quebrado es mayor que el mismo quebrado?

1405. ¿Pueden ser cuadrados los números que acaban por las cifras 2, 3, 7, 8, y por qué?

1406. ¿Puede ser cuadrado un número que acaba por número impar de ceros?

1407. ¿Cómo se determina el número de cifras de la raíz cuadrada de un número entero?

1408. En la extracción de la raíz cuadrada de un número, ¿cuál es el mayor valor que pueda tener el residuo?

EJERCICIOS POR ESCRITO

Elévense al cuadrado los números siguientes:

1409.	1º	346	3º	3,584	5º	0,38	7º	0,6363
	2º	568	4º	5,25	6º	0,5643	8º	0,015
1410.	1º	$\frac{1}{11}$	3º	$\frac{35}{88}$	5º	$7\frac{3}{10}$		
	2º	$\frac{11}{23}$	4º	$\frac{43}{45}$	6º	$12\frac{3}{15}$		

Hállese, en menos de una unidad, la raíz cuadrada de los números siguientes:

1411.	2 209	**1418.**	45 325	**1425.**	1 838 736
1412.	2 783	**1419.**	139 812	**1426.**	5 218 342
1413.	5 329	**1420.**	128 164	**1427.**	9 351 364
1414.	7 912	**1421.**	165 082	**1428.**	3 251 437
1415.	10 345	**1422.**	247 639	**1429.**	4 487 524
1416.	27 004	**1423.**	318 096	**1430.**	5 812 348
1417.	40 789	**1424.**	499 628	**1431.**	45 905 432

Hállese, en menos de una centésima, la raíz cuadrada de los números siguientes:

1432.	1º	2,0164	4º	0,0361
	2º	16,5649	5º	0,004537
	3º	52,743	6º	0,0000284

1433. 1º $\frac{29}{36}$ 3º $\frac{728}{961}$ 5º $\frac{1369}{2024}$ 7º $\frac{5\,623}{7\,291}$

2º $\frac{21}{32}$ 4º $\frac{912}{1849}$ 6º $\frac{4624}{7248}$ 8º $\frac{8\,675}{9\,216}$

PARTE III

SISTEMA METRICO DECIMAL

Preliminares

229.—Definición.—*Sistema métrico decimal* es el conjunto de las medidas que se derivan del metro.

Este sistema se llama *métrico* porque su base es el metro, y *decimal*, porque los múltiplos y submúltiplos de las varias unidades siguen la misma relación que los del sistema de numeración décupla.

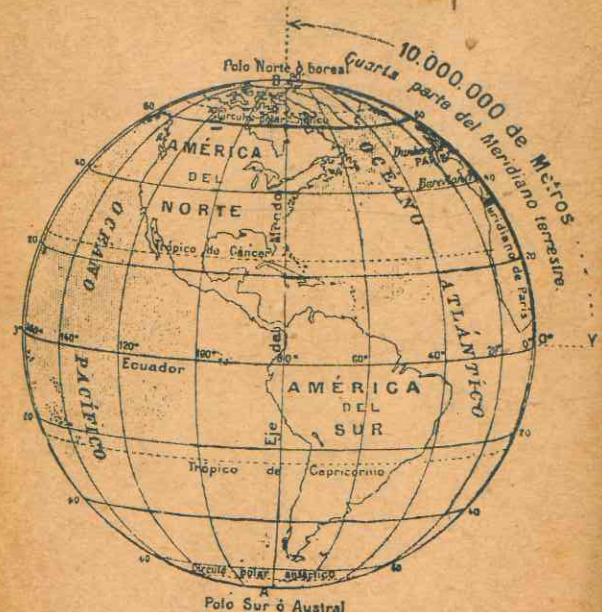
230. Metro es una longitud aproximadamente igual a la diezmillonésima parte de un cuadrante de meridiano terrestre.

231. Un meridiano terrestre es un círculo máximo trazado en la esfera terrestre, y cuyo diámetro es la línea de los polos AB (Véase la figura).

El número de meridianos terrestres puede considerarse como infinito.

232. DETERMINACION DEL METRO. — Para determinar la longitud del metro, dos matemáticos franceses, Mechain y Delambre, midieron la parte del arco del meridiano comprendido entre Dunkerque, ciudad de Francia, y Barcelona, ciudad

de España, la cual resultó igual a 551.583 toesas (1). Por medio del cálculo encontraron que la longitud de la cuarta parte del meridiano terrestre, es decir la distancia del polo B al ecuador, es igual a 5.130.740 toesas. Se partió este número por 10.000.000, y el cociente (0 *toesas* 3 *pies* 0 *pulgadas* 11 *líneas, y* 296 *milésimas de líneas*) fué adoptado para unidad de las medidas de longitud. En seguida se formó una re-



El círculo exterior de la figura representa el meridiano de París, pasando por Dunkerque y Barcelona.

gla de platino de la extensión de una de estas partes, y a dicha regla dieron el nombre de *metro*, del griego *metrón*, que quiere decir medida.

Mediciones más recientes han demostrado que la longitud de un cuadrante de meridiano terrestre es de 10.002.208 metros actuales. Por eso debemos decir que el metro es *aproximadamente* la diezmillonésima parte de un cuadrante de meridiano terrestre.

---

(1) La *toesa*, antigua medida francesa, equivale a 1m 948.

233. Clases de magnitudes y sus unidades principales.—En las medidas usuales se consideran ordinariamente seis clases de magnitudes, a saber: de *longitud*, de *superficie*, de *volumen*, de *capacidad*, de *peso* y de *moneda*.

El sistema métrico debe pues contener seis especies de unidades:

1º El *metro*, para las longitudes;
2º El *metro cuadrado* o el *área*, para las superficies;
3º El *metro cúbico*, para los volúmenes;
4º El *litro*, para las capacidades;
5º El *gramo*, para los pesos;
6º La *peseta* en España, el *peso* o el *sucre* en las Repúblicas latinas de América, el *franco* en Francia, etc., para las monedas.

Las unidades de tiempo y las que sirven para medir los arcos y los ángulos, no están sujetas a la división decimal, y no entran en el sistema métrico (**309** y **310**).

234. Múltiplos y submúltiplos. — Para valuar con mayor comodidad las diversas cantidades, se emplean, a más de las unidades principales, varios múltiplos y submúltiplos decimales de estas mismas unidades.

235. Los **múltiplos** se expresan, menos en las medidas de moneda, por medio de las siguientes voces griegas, antepuestas al nombre de la unidad principal:

Deca,	que significa	10;
Hecto,	—	100;
Kilo,	—	1.000;
Miria,	—	10.000.

Asi	**Decámetro**	significa	10 *metros;*
	Hectolitro	—	100 *litros*
	Kilogramo	—	1.000 *gramos;*
	Miriámetro	—	10.000 *metros.*

236. Los **submúltiplos** se expresan por medio de las siguientes voces latinas, antepuestas al nombre de la unidad principal:

Deci,	que significa	*décima*	*parte;*
Centi,	—	*centésima*	—
Mili,	—	*milésima*	—

Así, **Decímetro** significa $\frac{1}{10}$ *de metro;*

Centilitro — $\frac{1}{100}$ *de litro;*

Miligramo — $\frac{1}{1000}$ *de gramo;*

237. Medidas efectivas y ficticias. — Las medidas métricas se dividen en efectivas y en ficticias.

Las *medidas efectivas* son las que existen realmente, como: el metro, el litro, el kilogramo, etc.

Las *medidas ficticias* o de *cuenta* no existen en realidad y se emplean en el cálculo, como: el metro cuadrado, el área, etc.

I—MEDIDAS DE LONGITUD

238. Definición.—Llámanse *medidas de longitud,* las que sirven para determinar la extensión en una sola dimensión.

Por ejemplo, la longitud de una calle, la altura de un árbol, el espesor de una pared, etc.

La unidad de las medidas de longitud es el *metro* (m).

239. Múltiplos y submúltiplos del metro. — Los *múltiplos* del metro son:

El *decámetro* ó *dam.*	que vale	10	metros
El *hectómetro,* ó *hm.*	—	100	—
El *kilómetro,* ó *km.*	—	1.000	—
El *miriámetro,* ó *Mm,*	—	10.000	—

Los *submúltiplos* del metro son:

El *decímetro,* o *dm.* que vale $\frac{1}{10}$ del metro

El *centímetro,* ó *cm.* — $\frac{1}{100}$ —

El *milímetro,* ó *mm.* — $\frac{1}{1.000}$ —

La figura adjunta representa un decímetro de tamaño natural; cada una de las divisiones marcadas con 1, 2, 3, etc., es un *centímetro,* y las divisiones menores son *milímetros.*

240. Para representar con cifras los metros y sus submúltiplos, se escriben los metros en el orden de las unidades, los decímetros en el de las décimas, los centímetros en el de las centésimas, etc.

Así, el número 258 metros 4 decímetros 3 milímetros se escribe: 258,403 metros.

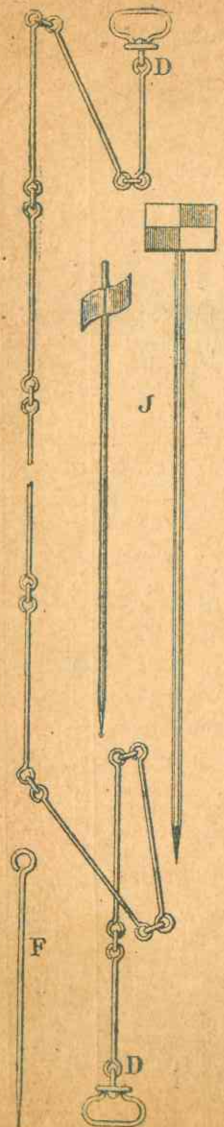
241. Las medidas de longitud se dividen en *medidas de longitud propiamente dichas,* y en *medidas itinerarias.*

Medidas de long. propiamente dichas

242. Definición.—Llámanse *medidas de longitud propiamente dichas,* las que sirven para valuar las longitudes poco considerables, como la altura de una casa, el ancho de una calle, etc.

243. Las medidas efectivas de longitud propiamente dichas son:

1º El *doble decámetro,*	ó	20	*m.*
2º El *decámetro,*	ó	10	*m.*
3º El *medio decámetro,*	ó	5	*m.*
4º El *doble metro,*	ó	2	*m.*
5º El *metro,*	ó	1	*m.*
6º El *medio metro,*	ó	0,50	*m.*
7º El *doble decímetro,*	ó	0,20	*m.*
8º El *decímetro,*	ó	0,10	*m.*



A estas medidas se les da la forma más conveniente para sus aplicaciones.

Las más usadas son:

1º El doble *decámetro* y el *decámetro*, fabricados en forma de cadena de agrimensor (fig. adjunta).

2º El *doble metro de madera*, dividido en decímetros y centímetros.

3º El *metro de madera*, en forma de regla plana.

4º Los *metros plegadizos*, de madera, cobre, hueso, marfil, formados de dos, cinco o diez partes.

5º El *metro* en forma de regla cuadrada, para el uso de los mercaderes de paño, tela, etc.

6º El *doble decímetro* y el *decímetro*, de cobre, marfil, madera, etc.

Medidas itinerarias

244. Definición.— Llámanse *medidas itinerarias* las que sirven para determinar las distancias geográficas, como la de Madrid a París.

La unidad de estas medidas es el *kilómetro*.

245. Las medidas itinerarias son: el *hectómetro*, el *kilómetro*, y el *miriámetro*.

En las carreteras se suele indicar los kilómetros por mojones principales, y los hectómetros por mojones más pequeños.

246. Observación.—La cuarta parte del meridiano es igual a 10 millones de metros aproximadamente, luego el meridiano equivale a 40 millones de metros.

La circunferencia del meridiano se divide en 360 partes iguales, llamadas grados, y la longitud de un *grado* es igual a $\frac{40.000.000}{360} = 111\,111$metros aproximadamente.

247. Unidades marítima y terrestre.—Las unidades marítima y terrestre son la legua marina y la legua terrestre.

La *legua marina* o *geográfica* es de 20 al grado, es decir que en la longitud de un grado, 111.111 metros, hay 20 leguas marinas; por lo tanto, la legua marina vale $\frac{111.111}{25} = 5.555$ metros.

La legua terrestre es de 25 al grado, y por consiguiente vale $\frac{111.111}{25} = 4.444$ metros.

En España, la *legua terrestre* es, según el *Diccionario de la Academia*, de 5.572 metros.

La *legua de posta*, o legua común, es de 4 kilómetros.

La *milla marina*, o tercera parte de la legua geográfica, tiene 1.852 metros aproximadamente; es la longitud de un arco de un minuto.

La *milla inglesa* es de 1.609 metros.

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

1434. ¿Cuál es el múltiplo del metro que expresa: 1º decenas de kilómetros; — 2º decenas de hectómetros; — 3º centenas de decímetros; — 4º décimas de hectómetros; — 5º centésimas de miriámetro?

1435. ¿Cuál es el submúltiplo del metro que expresa: 1º decenas de centímetros; — 2º centenas de milímetros; — 3º decenas de milímetros; — 4º décimas de decímetros; — 5º décimas de metro; — 6º décimas de centímetro; — 7º centésimas de decámetro; — 8º centésimas de decímetro?.

1436. Dígase en qué orden de unidades deben escribirse: 1º los metros; — 2º los hectómetros; — 3º los decámetros; — 4º los kilómetros; — 5º los centímetros; — 6º los decímetros; 7º los milímetros.

1437. Tomando el miriámetro por unidad, ¿qué representan: 1º las décimas; — 2º las milésimas; — 3º las centésimas; — 4º las diezmilésimas?

1438. Tomando el kilómetro por unidad, ¿qué representan: 1º las décimas; — 2º las decenas; — 3º las milésimas; — 4º las centésimas?

1439. Tomando el decámetro por unidad, ¿qué representan: 1º las decenas; — 2º las décimas; — 3º las centenas; — 4º las centésimas?

1440. Tomando el decímetro por unidad, qué representan: 1º las centésimas; — 2º las decenas; — 3º los miles; — 4º las décimas?

1441. ¿Cuál es la unidad cuando: 1º la primera cifra decimal representa dam.; — 2º la segunda, hm.; — 3º la tercera, dam.; — 4º la cuarta metros?

1442. Cambiando sólo el nombre de la unidad, dígase un número: 1º diez veces mayor que 15 metros; —2º cien veces menor que 12 dam.; — 3º diez veces menor que 5 km.; — 4º cien veces mayor que 25 cm.

1443. Se escriben las nueve cifras por orden sucesivo de izquierda a derecha 123 456 789; si el 7 representa los metros, ¿qué representa cada una de las cifras siguientes: el 3, el 8, el 6, el 4, el 2, el 5, el 9?

1444. ¿Cuántos: 1º dobles decímetros; — 2º decímetros; 3º centímetros; — 4º milímetros hay en un medio metro?

1445. ¿Cuántos: 1º dobles decímetros; — 2º medios metros; — 3º decímetros; — 4º centímetros hay en un metro?

1446. ¿Cuántos: 1º medios metros; — 2º dobles decímetros; — 3º decímetros; — 4º metros hay en un doble metro?

1447. ¿Por qué número sería representada una distancia de 474 metros, si se tomara sucesivamente por unidad: 1º el doble metro; — 2º el medio metro; — 3º el medio decámetro; — 4º el decámetro?

1448. ¿Qué son, respecto del metro: 1º 50 cm.; — 2º 10 cm.; — 3º 4 cm.; — 4º 50 mm.?

1449. ¿Cuántos metros hay en: 1º un miriámetro; — 2º quince miriámetros; — 3º un kilómetro; — 4º veinticinco kilómetros; — 5º un hectómetro; 6º cuarenta y cinco hectómetros; — 7º un decámetro; — 8º ochenta y ocho decámetros?

1450. Cuántos decámetros hay en: 1º un miriámetro; — 2º seiscientos cuarenta y tres miriámetros; 3º un kilómetro; — 4º ciento sesenta y cuatro kilómetros; — 5º un hectómetro; 6º once mil setecientos once hectómetros; — 7º diez metros; —8º trescientos decímetros?

1451. ¿Cuántos decímetros hay en: 1º un miriámetro; — 2º sesenta y cuatro miriámetros; — 3º un kilómetro; — 4º ochenta y seis kilómetros; — 5º un hectómetro; — 6º noventa y cinco hectómetros; 7º un decámetro; — 8º ciento veintiocho decámetros?

1452. ¿Cuántos centímetros hay en: 1º un miriámetro; — 2º cuarenta y tres miriámetros; — 3º un kilómetro; — 4º sesenta y siete kilómetros; — 5º un hectómetro; — 6º ochenta y ocho hectómetros; — 7º un decámetro; — 8º sesenta y seis decámetros?

1453. ¿Cuántos milímetros hay en: 1º un miriámetro; — 2º cuarenta y seis miriámetros; — 3º un kilómetro; — 4º treinta y ocho kilómetros; — 5º un hectómetro; 6º cuarenta y cinco hectómetros; — 7º un decámetro; 8º cincuenta y cinco decámetros?

1454. ¿Cuántos miriámetros hay en: 1º diez kilómetros; — 2º siete mil ciento cuarenta y nueve kilómetros; — 3º cien hectómetros; — 4º ocho mil cuatrocientos trece hectómetros; — 5º mil hectómetros; — 6º setenta y cuatro mil seis hectómetros; — 7º diez mil kilómetros; — 8º cien kilómetros?

1455. ¿Cuántos kilómetros hay en: 1º un miriámetro; — 2º cuarenta y tres miriámetros; — 3º diez hectómetros; 4º seiscientos cuarenta y dos hectómetros; — 5º cinco hectómetros; — 6º cuatro mil ochocientos treinta y ocho hectómetros; — 7º mil miriámetros; — 8º doscientos hectómetros?

1456. Léanse los números siguientes, indicando el valor de la parte decimal: 1º 4 m. 5; — 2º 12 m. 25; — 3º 43 m. 723; — 4º 9 m. 1964; — 5º 17 m. 37042; — 6º 23 m. 827612; — 7º 0 m. 4; — 8º 0 m. 05; — 9º 0 m. 42; — 10º 0 m. 725; — 11º 0 m. 005.

1457. ¿Cuántos centímetros tienen: 1º la cuarta parte de un metro; — 2º la quinta parte; 3º la mitad; 4º las tres cuartas partes; — 5º las dos quintas partes?

1458. Expresar la cuarta parte de un meridiano terrestre: 1º en metros; — 2º en kilómetros; — 3º en decámetros; — 4º en miriámetros; — 5º en hectómetros; — 6º en decímetros; — 7º en dobles metros; — 8º en medios decámetros.

1459. Si el metro de paño vale 5 pesos, ¿cuánto valdrán: 1º un decímetro; — 2º un centímetro; — 3º un milímetro; — 4º diez metros?

1460. Si un centímetro de paño vale $ 0,07, ¿cuánto valdrán: 1º un metro; 2º un decímetro; — 3º un milímetro; — 4º diez metros?

EJERCICIOS POR ESCRITO

1461. Escríbanse y súmense los números siguientes:

Cinco metros cuatro decímetros; doce metros veintidós centímetros; ochenta metros trescientos treinta y cuatro milímetros; veinte metros cinco centímetros; quince metros tres milímetros; doce metros cincuenta y dos milímetros; treinta centímetros; dos milímetros.

1462. Escríbanse y súmense los números siguientes:
Cincuenta metros treinta y dos centímetros; veinte metros setenta y dos milímetros; treinta y cinco metros cuarenta centímetros; doscientos metros siete milímetros; setenta y cinco metros diez y nueve centímetros; diez y seis milímetros; diez centímetros; siete centímetros; tres decímetros.

1463. Súmense los números siguientes: 3 miriámetros 2.123 metros; 392 hectómetros 63 decímetros; 1.221 decámetros 207 centímetros; 890 kilómetros 22 decímetros.

1464. Súmense los números siguientes: 45.265 decámetros; 11 miriámetros 3.002 decímetros; 1.212 hectómetros 125 decímetros; 143 hectómetros 9 centímetros.

1465. Súmense los números siguientes: 1.102 hectómetros 34 milímetros; 150 kilómetros 2.503 decímetros; 9.290 decámetros 300 milímetros; 10 miriámetros 101 decámetros 25 milímetros.

PROBLEMAS

1466. ¿Cuántos decámetros deben añadirse a 12 hectómetros para tener una longitud de 4 kilómetros?

1467. La altura de una escalera es de 59,20 metros; si tiene 370 peldaños, exprésese en centímetros la altura de cada uno de ellos.

1468. Se han comprado 45 centímetros de terciopelo a $ 7,50 el metro; ¿cuánto se debe pagar?

1469. Veinte metros de paño cuestan 120 pesos, ¿cuánto valdrá 1 decímetro de ese paño?

1470. Si el metro de tela importa $ 0,80, ¿cuál será el precio de 0 m. 75?

1471. Dígase el precio de 9 decímetros de galón de oro a $ 6,25 el metro.

1472. Si el metro de tela importa $ 1,60, ¿qué cantidad se puede comprar con $ 2,40?

1473. Dígase el precio de 1 metro de paño francés cuando 0 m. 40 valen $ 4.50.

1474. Si 8 metros de lienzo valen $ 6,40, ¿cuántos se podrán comprar con $ 61?

1475. Si el metro de cinta cuesta $ 0.25, ¿cuánto valdrán 20 metros?

1476. Si el medio metro de cinta importa $ 0,25, ¿cuánto valdrán 2,50 metros?

1477. Veinte metros de tela han costado 54 pesos. ¿Cuánto se pagará por 2,40 metros?

1478. ¿Cuánto valen 15 metros de tela a $ 36,80 los 5,75 metros?

1479. Cuando el decímetro de tela vale $ 0,25, ¿cuál será el precio de 20 m. 30?

1480. A razón de $ 0,05 el decámetro, ¿cuánto importará la venta de una pieza de bramante, cuyo tiro es de 55 hm. 28 m.?

1481. Un posta recorre 5 km. 8 m. por hora, ¿qué distancia recorre por minuto, y qué distancia habrá recorrido al cabo de 4 horas y media?

1482. Quiero ir en automóvil a una ciudad X distante de 273 km., y volver el mismo día. Saliendo de mi casa a las 7 de la mañana y andando con la velocidad de 42 km. por hora regreso a las 6 de la tarde. ¿Cuántas horas he permanecido en la ciudad X?

1483. Se ha medido una pieza de tela con un metro usado que no tenía más que 98 cm.; la longitud encontrada es de 94 m. 50; ¿qué pérdida sufre el comprador, si le han vendido la tela a $ 4 el metro?

1484. Gregorio da por minuto 95 pasos de 0 m. 75; dígase en hectómetros el camino que habrá recorrido en 12 horas.

1485. Una señora compra 30 metros de tela en $ 2,75 el metro. Faltando 0 m. 012 al metro con que se ha medido, calcúlese la pérdida de aquella señora.

1486. Las ruedas mayores de un coche tienen 4 m. 12 de circunferencia y dan 9 vueltas por minuto. Calcúlese el camino que recorre este coche en 6 horas y media.

1487. He comprado 37 m. 50 de un tejido de seda en $ 20 el metro; pago los 0,24 del precio con paño que vale $ 10 el metro, y lo demás en plata. Calcúlese: 1º el número de metros de paño que he dado; 2º la suma en plata entregada.

1488. Una huerta rectangular tiene 814 m. de perímetro; calcúlese la latitud si la longitud es de 225 m.

1489. Un mercader ha comprado en $ 15 el metro, 3 piezas de género de 15 dam. y medio cada una. ¿Cuánto ha tenido que pagar?

1490. En la construcción de una carretera, se pagan $ 750 por el trabajo y por kilómetro; si por cada hectómetro de camino son menester 35 metros cúbicos de piedra a $ 1,50 el metro cúbico, ¿a cuánto ascenderán los gastos para la construcción de 345 decámetros de camino?

1491. Después de haber comprado 36 metros de merino por $ 378, revendo la cuarta parte con una pérdida de $ 15. ¿A cómo tengo que vender el metro de lo que me queda para ganar $ 48 en todo?

1492. Un mercader compra 3 piezas de género de la misma calidad por $ 209,40. La 1ª tiene 17 m. 25 y vale $ 41,40; la 2ª tiene el doble de metros de la 1ª. ¿Cuál es en decímetros la longitud de la tercera?

II.—MEDIDAS DE SUPERFICIE

248. Definición.—Las *medidas de superficie* son las que sirven para determinar la extensión considerada en dos dimensiones, *largo* y *ancho*.

La unidad de superficie es el *metro cuadrado* (m^2), que es un cuadrado de un metro de lado.

Para valuar las superficies no hay medidas efectivas; nos valemos de las medidas efectivas de longitud.

249. Múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado.

Los *múltiplos* del metro cuadrado son:

1º El *decámetro cuadrado*, o *dam*^{2}, que vale 100 metros cuadrados.

2º El *hectómetro cuadrado*, o *hm*^{2}, — 10.000 metros cuadrados.

3º El *kilómetro cuadrado*, o *km*^{2}, — 1.000.000 de metros cuadrados.

4º El *miriámetro cuadrado*, o *Mm*^{2}, — 100.000.000 de metros cuadrados.

250. Los *submúltiplos* son:

1º El *decímetro cuadrado*, o *dm*^{2}, que vale la centésima parte del metro cuadrado.

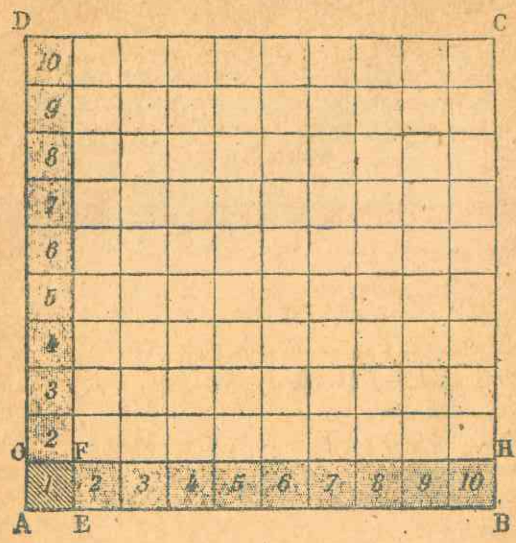
2º El *centímetro cuadrado*, o *cm*^{2}, que vale la diezmilésima parte del metro cuadrado.

3º El *milímetro cuadrado*, o *mm*^{2}, que vale la millonésima parte del metro cuadrado.

251. Los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado son sucesivamente 100 veces mayores o menores unos que otros.

Demostremos, por ejemplo, que el *metro cuadrado vale* 100 *decímetros cuadrados*.

Para ello, supongamos que tengo cierto número de decímetros cuadrados; pongo diez de ellos en línea recta unos a con-



Area del cuadrado.

tinuación de otros, y resulta el rectángulo ABHG, de un metro de largo y de un decímetro de ancho. Puedo poner al lado de este rectángulo otro igual, y también un tercero, un cuarto, etc., cuando haya puesto 10 rectángulos, tendré un cuadrado de un metro de lado, es decir, *un metro cuadrado.*

Ahora bién, cada rectángulo contiene 10 décimetros cuadrados, los diez rectángulos contendrán 10 X 10 o 100 decímetros cuadrados. Luego *se necesitan* 100 *decímetros cuadrados para formar un metro cuadrado.*

252. Nota.—De lo que antecede, se infiere que si, en un número, la unidad es el metro cuadrado, el decámetro cuadrado ocupará el orden de las centenas, el hectómetro cuadrado el de las decenas de millar, etc.; el decímetro cuadrado ocupará el orden de las centésimas, el centímetro cuadrado el de las diezmilésimas, etc.

Luego se necesitan dos cifras para representar cada múltiplo y cada submúltiplo del metro cuadrado.

Así, $1^{dam^2}\ 5^{m^2}\ 25^{cm^2}$ se escribirán: $105^{m^2}0025$.

y $3^{dm^2}\ 5^{cm^2}$ — $0^{m^2}0305$.

253. División de las medidas de superficie. —Las medidas de superficie son de tres clases:

1º Las *medidas de superficie propiamente dichas;*
2º Las *medidas topográficas;*
3º Las *medidas agrarias.*

254. Medidas de superficie propiamente dichas.—Las *medidas de superficie propiamente dichas* se emplean en la valuación de las superficies de corta extensión, como la de una pared, de un patio, etc.

La unidad es el *metro cuadrado.*

255. Medidas topográficas.—Las *medidas topográficas* tienen por objeto la valuación de las superficies considerables, como la de una provincia, de un estado, etc.

La unidad es el *kilómetro cuadrado* o el *miriámetro cuadrado.*

Así, se dice, por ejemplo, la República de Colombia tiene 1.200.000 kilómetros cuadrados de superficie.

256. Medidas agrarias.— *Medidas agrarias* son las que tienen por objeto la valuación de la superficie de los terrenos, como campos, cañaverales, cacaotales, etc.

La unidad es el *decámetro cuadrado* que entonces recibe el nombre de *área* (a).

El *área* tiene un múltiplo, la *hectárea* (ha) que vale 100 áreas o un hectómetro cuadrado; y un submúltiplo, la *centiárea* (ca) que es la centésima parte del área, o un metro cuadrado.

Lo que se puede resumir como sigue:

$$ha = hm^2 = 10.000\ m^2$$
$$a = dam^2 = 100\ m^2$$
$$ca = m^2 = 1\ m^2$$

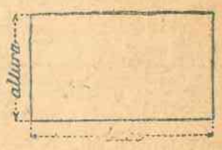
Luego se necesitan dos cifras para representar las hectáreas, dos para las áreas y dos para las centiáreas.

Así, 15 hectáreas 7 áreas 28 centiáreas se escribirán:

$$150.728^{ca}, \text{ o } 150.728^{m^2}$$

Medidas de algunas superficies

257. RECTANGULO.—Para encontrar la superficie S de un rectángulo, se multiplica la base b por la altura a.



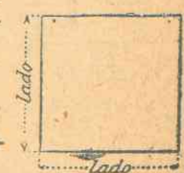
$$S = b \times a.$$

Si un rectángulo tiene, por ejemplo, 4 metros de base y 3 de altura, su superficie será:

$$S = 4 \times 3 = 12 \text{ m}^2$$

Conociendo la superficie y una dimensión, para encontrar la otra, divídase la superficie por la dimensión conocida.

258. CUADRADO.—La superficie S de un cuadrado es igual al producto del lado l por sí mismo.



$$S = l \times l = l^2$$

Si un cuadrado tiene 3m. de lado, su superficie será:

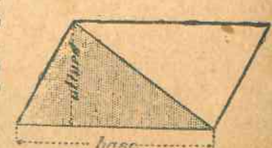
$$S = 3 \times 3 = 9 \text{ m}^2.$$

Conociendo la superficie, para encontrar el lado extráigase la raíz cuadrada.

259. TRIANGULO.—Un triángulo es la mitad del paralelogramo de igual base y altura.

Siendo la superficie del paralelogramo igual al producto de la base por la altura o S = b × a, la superficie S del triángulo es igual a la mitad del producto de la base b por la altura a.

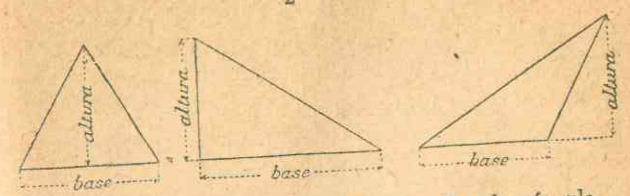
$$S = \frac{b \times a}{2}$$



Paralelogramo.

Si un triángulo tiene, por ejemplo, 4 m. de base y 3 m. 50 de altura, su superficie será:

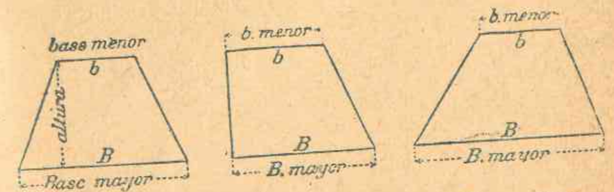
$$S = \frac{4 \times 3{,}5}{2} = 7 \text{ m}^2.$$



Triángulo equilátero. Tr. rectángulo Tr. obtusángulo.

260. TRAPECIO.—La superficie S de un trapecio es igual al producto de la semisuma de las bases B, b por la altura a.

$$S = \frac{B + b}{2} \times a.$$



Trapecio isósceles. Tr. rectángulo Tr. escaleno

Si en un trapecio la base mayor es de 1 m. 80, la base menor de 0 m. 90, y la altura de 0 m. 85, la superficie será:

$$S = \frac{1{,}80 + 0{,}90}{2} \times 0{,}85 = 1 \text{ m}^2\ 1475.$$

261. CIRCULO.—La superficie S de un círculo es igual al producto de π por el cuadrado del radio r.

(π, que se lee *pi*, es igual á 3,1416).

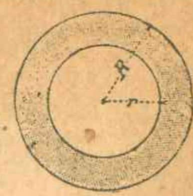
$$S = \pi r^2.$$

Si un círculo tiene 1 m. 20 de radio, su superficie será:

$$S = 3{,}1416 \times 1{,}2^2 = 4 \text{ m}^2\ 5239.$$

NOTA.—La superficie de la corona circular es igual a la diferencia de los dos círculos que tienen por radio respectivamente R y r.

$$S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2).$$



Por ejemplo la superficie de una corona, cuyos radios tienen 0 m. 60 y 0 m. 50 será:

$$S = \pi (0{,}6^2 - 0{,}5^2) = 0 \text{ m}^2 \; 345576.$$

Medidas de superficie propiamente dichas

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

1493. ¿Cuántos metros cuadrados tienen: 1º un hectómetro cuadrado; — 2º un miriámetro cuadrado; — 3º un decámetro cuadrado; — 4º 10 decámetros cuadrados; — 5º 100 decímetros cuadrados; — 6º 786 decímetros cuadrados; — 7º 10.000 centímetros cuadrados; — 8º 281.000 centímetros cuadrados?

1494. ¿Cuántos decámetros cuadrados tienen: 1º 100 metros cuadrados; — 2º 19.990 metros cuadrados; — 3º 10.000 decímetros cuadrados; — 4º 956.891 decímetros cuadrados?

1495. ¿Cuántos decímetros cuadrados tienen: 1º un metro cuadrado; — 2º 26 metros cuadrados; — 3º 100 centímetros cuadrados; — 4º 8.274 centímetros cuadrados?

1496. ¿Cuántos centímetros cuadrados tienen: 1º un metro cuadrado; — 2º 47 metros cuadrados; — 3º un decímetro cuadrado; — 4º 8.274 decímetros cuadrados?

1497. ¿Cuántos milímetros cuadrados tienen: 1º un metro cuadrado; — 2º 29 metros cuadrados; — 3º un decímetro cuadrado; — 4º 27 decímetros cuadrados?

1498. ¿Cuántos hectómetros cuadrados tienen: 1º 1.000 kilómetros cuadrados; — 2º 9.674 kilómetros cuadrados; 3º 10 miriámetros cuadrados; — 4º 9.012 miriámetros cuadrados?

1499. ¿Qué diferencia hay entre el decímetro cuadrado y la décima parte del metro cuadrado?

1500. ¿Qué diferencia hay entre el centímetro cuadrado y la centésima parte del metro cuadrado?

1501. ¿Cuántas: 1º décimas de metro cuadrado; — 2º centésimas de metro cuadrado; — 3º milésimas de metro cuadra-

do: — 4º cuántos decímetros cuadrados — tiene un metro cuadrado?

1502. ¿Cuántas centésimas y milésimas de metro cuadra-
do; — cuántos decímetros y centímetros cuadrados tiene la dé-
cima parte del metro cuadrado?

1503. En el número 123.456.789, si la cifra 6 representa
los metros cuadrados, ¿qué representa: 1º el 5; — 2º el 8;
— 3º el 4; —4º el 9; — 5º el 2; — 6º el 3?

1504. En el número 123.456.789, ¿qué cifra representa los
metros cuadrados, si el 4 representa: 1º los decámetros cua-
drados; — 2º las decenas de centímetros cuadrados; — 3º los
hectómetros cuadrados; — 4º las centésimas de kilómetro cua-
drado?

1505. Por qué número se debe multiplicar o dividir un
número entero de metros cuadrados para que: 1º los decáme-
tros cuadrados se conviertan en metros cuadrados; — 2º las
decenas de decámetros cuadrados en decenas de hectómetros
cuadrados; — 3º los kilómetros cuadrados en decenas de de-
cámetros cuadrados?

1506. Respecto del metro cuadrado, ¿qué son: 1º 5 decí-
metros cuadrados; — 2º 25 decímetros cuadrados; — 3º 50
decímetros cuadrados; 4º 80 decímetros cuadrados; — 5º 75
decímetros cuadrados?

1507. Respecto del metro cuadrado, ¿qué son las decenas de centímetros cuadrados?

1508. Respecto de las décimas de metro cuadrado, ¿qué son las unidades de decámetro cuadrado?

1509. ¿Qué son las decenas del metro cuadrado, respecto de las decenas del decámetro cuadrado?

1510. Qué son las décimas del decámetro cuadrado, respecto de las décimas del metro cuadrado?

1511. Redúzcanse: 1º a decímetros cuadrados, 4 centésimas
de kilómetro cuadrado; — 2º a hectómetros cuadrados, 7 dé-
cimas de miriámetro cuadrado; — 3º a metros cuadrados,
275 diezmilésimas de kilómetro cuadrado?

Léanse los números siguientes indicando el nombre de la última unidad decimal.

1512. 1º 4 metros cuadrados 42; — 2º 8 metros cuadrados
4; — 3º 17 metros cuadrados 04; — 4º 18 metros cuadrados
6785; — 5º 9 metros cuadrados 0614; — 6º 3 metros cuadra-
dos 007; — 7º 11 metros cuadrados 0006.

1513. 1º 42 metros cuadrados 678968; — 2º 4 metros cuadrados 074; — 3º. 9 metros cuadrados 000006; — 4º 22 metros cuadrados 134; — 5º 3 metros cuadrados 813; — 6º 0 metros cuadrados 133; — 7º 0 metros cuadrados 00006.

1514. 1º 5 miriámetros cuadrados 42; — 2º 76 miriámetros cuadrados 7; — 3º 4 miriámetros cuadrados 1465; — 4º 19 miriámetros cuadrados 4; — 5º 23 miriámetros cuadrados 625; — 6º 7 miriámetros cuadrados 0042.

EJERCICIOS POR ESCRITO

Tomando el metro cuadrado por unidad, escríbase con cifras y súmese cada uno de los ejercicios siguientes:

1515. Ocho metros cuadrados dos decímetros cuadrados, diez y seis metros cuadrados cuatro decímetros cuadrados, doce metros cuadrados treinta y dos decímetros cuadrados, cinco metros cuadrados siete decímetros cuadrados, ocho metros cuadrados cuatrocientos dos centímetros cuadrados, tres metros cuadrados dos mil trescientos seis centímetros cuadrados.

1516. Cinco metros cuadrados treinta y dos decímetros cuadrados, ocho metros cuadrados tres decímetros cuadrados, siete metros cuadrados doscientos diez y ocho centímetros cuadrados, veinte metros cuadrados diez y seis centímetros cuadrados, nueve metros cuadrados ochocientos centímetros cuadrados, dos mil trescientos nueve centímetros cuadrados.

1517. Tres metros cuadrados ciento ventitrés mil doscientos diez y seis milímetros cuadrados, cuatro metros cuadrados dos mil cuatro milímetros cuadrados, veintisiete milímetros cuadrados, tres decímetros cuadrados, diez y ocho centímetros cuadrados trece milímetros cuadrados, trescientos diez centímetros cuadrados.

1518. Cuatro miriámetros cuadrados doce kilómetros cuadrados, tres miriámetros cuadrados nueve kilómetros cuadrados, veintiséis hectómetros cuadrados, dos kilómetros cuadrados, tres hectómetros cuadrados, nueve miriámetros cuadrados diez y siete hectómetros cuadrados, quince miriámetros cuadrados diez y ocho hectómetros cuadrados, mil ciento diez y nueve hectómetros cuadrados.

1519. Ocho metros cuadrados cinco décimas, seis metros cuadrados cinco centésimas, doce metros cuadrados veinticinco centésimas, seis metros cuadrados ocho milésimas, cuatro metros cuadrados doce milésimas, nueve metros cuadrados ciento dos milésimas.

1520. Exprésese en decámetros cuadrados la suma de las

superficies siguientes: tres kilómetros cuadrados cinco hectómetros cuadrados veinticinco metros cuadrados, cinco kilómetros cuadrados, dos miriámetros cuadrados cinco hectómetros cuadrados siete metros cuadrados.

1521. Tomando el hectómetro cuadrado por unidad, súmense las cantidades **siguientes:**

1º Dos miriámetros cuadrados tres kilómetros cuadrados cinco hectómetros cuadrados, quince kilómetros cuadrados veinticuatro decámetros cuadrados, tres miriámetros cuadrados cinco kilómetros cuadrados doce hectómetros cuadrados.

2º Catorce kilómetros cuadrados cinco hectómetros cuadrados cuarenta y dos decámetros cuadrados, nueve kilómetros cuadrados, doce hectómetros cuadrados cinco decámetros cuadrados, ciento setenta y cinco hectómetros cuadrados seis decámetros cuadrados, diez y nueve kilómetros cuadrados cinco decámetros cuadrados.

PROBLEMAS

1522. ¿Cuál es, en metros cuadrados, la diferencia entre 7 $dam^2 25 m^2 75 dm^2$ y 575 m^2 97 dm^2?
las superficies siguientes:

1523. Dígase en metros cuadrados y decímetros cuadrados lo que falta a una superficie de 145 $m^2$3/4 para igualar a otra de 207 $m^2$3/5.

1524. ¿Qué superficie en decámetros cuadrados es: 1º 25 veces mayor que 76 metros cuadrados 5 decímetros cuadrados; — 2º 12 veces mayor que 3 miriámetros cuadrados 5 hectómetros cuadrados 25 dam^2?

1525. ¿Cuál es en metros cuadrados la superficie 17 veces menor que 3 kilómetros cuadrados 4 hectómetros cuadrados 25 metros cuadrados?

1526. Tomando el decámetro cuadrado por unidad, escríbase una superficie: 1º 1.000 veces mayor que 75 m^2; — 2º 1.000 veces menor que 25 km^2; —3º 15 veces mayor que 3 hm^2 5 dam^2 6 m^2.

1527. ¿Cuántos metros cuadrados hay en 20 decámetros cuadrados y 1/2?

1528. ¿Cuántos hectómetros cuadrados hay en 45 miriámetros cuadrados 3/20?

1529. Cuántas décimas de metro cuadrado, y cuántos decímetros cuadrados hay en 2/5 de metro cuadrado?

1530. ¿Cuántas centésimas de metro cuadrado, y cuántos centímetros cuadrados tienen 3/4 de metro cuadrado?

1531. La luna de un espejo ha costado $ 80 el metro cuadrado. ¿Cuánto vale: 1º un decímetro cuadrado; — 2º un centímetro cuadrado; — 3º un milímetro cuadrado?

1532. Un espejo se vende a razón de $ 2 el decímetro cuadrado. ¿Cuánto vale: 1º el metro cuadrado; — 2º el centímetro cuadrado; — 3º el milímetro cuadrado?

1533. Si el centímetro cuadrado de entarimado cuesta un centavo y medio, ¿a cómo se pagará: 1º el metro cuadrado: — 2º el decímetro cuadrado; — 3º el milímetro cuadrado?

1534. ¿Cuál es el precio de una plancha de acero de 52? centímetros cuadrados, a $ 1,20 el decímetro cuadrado?

1535. ¿Cuál es el precio de una plancha de acero de 53? cm^2, a $ 1,50 el medio decímetro cuadrado?

1536. Se compran 2 terrenos: el uno tiene 684 dam^2 5 m^2 y el otro 2 hm^2 25 m^2 menos. Calcúlese su valor total, si se compran a $ 0.18 el metro cuadrado?

1537. ¿Cuál es la superficie de un rectángulo de 69 m. 45 de base y 260 m. 84 de perímetro?

1538. Dígase el precio de un campo rectangular cuyas dimensiones son 125 m. 12 y 95 m. 25, a $ 6,45 el decámetro cuadrado.

1539. Dos huertas tienen la misma superficie; la primera tiene 75 m. 55 por 68 m. 65, y la segunda tiene 84 m. 20 de longitud; calcúlese la latitud.

1540. ¿Cuál será el número de las baldosas cuadradas, de 0 m. 12 de lado, necesarias para embaldosar una sala de 6 m. 96 por 5 m. 64?

1541. Una sala de clase tiene 9 m. 40 por 8 m. 15 y 4 m. de altura. Calcúlese la superficie de las paredes y la del piso.

1542. En medio de un jardín rectangular de 58 m. por 34, se construye un depósito circular de 3 m. 50 de radio. ¿Cuál será la superficie del jardín cultivable aún?

1543. Un cuadrado tiene el mismo perímetro que un rectángulo de 15 m. 72 por 12 m. 06. Calcúlese la superficie del cuadrado y la del rectángulo.

1544. Se compra una pieza de género de 40 m. de largo por 0 m. 50 de ancho en $ 3 el metro lineal, y se la revende en $ 7,25 el metro cuadrado. Calcúlese la ganancia.

1545. Un terreno de forma trapecial tiene las dimensiones

siguientes: base mayor 135 m., base menor 105 m., altura 70 m. ¿Cuál es su valor a $ 500 la hectárea?

1546. Tengo un terreno triangular de 142 m. 50 de base por 86 m. 50 de altura. Lo trueco por otro rectangular, mejor, pero de superficie dos veces menor. ¿Cuál es la longitud de este terreno, si la latitud es de 25 m.?

Medidas agrarias y su relación con las medidas de superficie

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

1547. ¿Cuántos: 1º metros cuadrados; — 2º centiáreas; — 3º decenas de metros cuadrados; — 4º decenas de centiáreas tiene el área?

1548. ¿Cuántas: 1º áreas; — 2º centiáreas; — 3º decenas de áreas; 4º decenas de centiáreas tiene la hectárea?

1549. ¿Qué parte de la hectárea igualan: 1º el área; — 2º el metro cuadrado; — 3º diez áreas; — 4º 10 centiáreas?

1550. ¿Cómo se llaman: 1º las centenas de áreas; — 2º las centenas de centiáreas; — 3º las decenas de centiáreas; — 4º las centésimas de área; — 5º las décimas de área?

1551. Cuando la hectárea es la unidad, ¿qué representa la cifra: 1º de las décimas; — 2º de las centésimas; — 3º de las milésimas; — 4º de las diezmilésimas?

1552. Tomando el área por unidad, ¿qué representa la cifra: 1º de las decenas; — 2º de los millares; — 3º de las centenas; — 4º de las décimas?

1553 ¿Cuántos dam^2 hay en: 1º 1 hectárea; 2º 8.271 hectáreas; — 3º 100 centiáreas; — 4º 7.427 centiáreas?

1554. ¿Cuántas hectáreas valen: 1º 100 áreas; — 2º 1.829 áreas; — 3º 10.000 centiáreas; — 4º 1.367.894 centiáreas?

1555. ¿Cuántos m^2 hay en: 1º 1 hectárea; — 2º 25 hectáreas; — 3º 1 área; — 4º 128 áreas?

1556. ¿Qué parte del área es igual: 1º al metro cuadrado; — 2º al decímetro cuadrado; — 3º al milímetro cuadrado; — 4º al centímetro cuadrado?

1557. ¿Qué parte del área es igual: 1º a la décima parte del metro cuadrado; — 2º a la décima parte del decámetro cuadrado; 3º a una decena de metros cuadrados; — 4º a una centena de metros cuadrados?

1558. ¿Qué parte de la centiárea es igual: 1º a la décima parte del metro cuadrado; — 2º a la décima parte del decímetro cuadrado; — 3º a la décima parte del centímetro cuadrado; — 4º a una decena de decímetros cuadrados?

1559. ¿Cuántos metros cuadrados hay: 1º en 1 hectárea; — 2º en 712 hectáreas; — 3º en 10 áreas; — 4º en 475 áreas?

1560. ¿Cuántas hectáreas hay en las superficies siguientes: 1º 10 hectómetros cuadrados; — 2º 1 kilómetro cuadrado; — 3º 1 miriámetro cuadrado; — 4º 40.000 metros cuadrados?

1561. ¿Cuántas: 1º áreas; — 2º centiáreas; — 3º décimas de área; — 4º decenas de centiáreas tienen 5 hectáreas?

1562. ¿Cuántas centiáreas tienen 15 milésimas de hectárea?

1563. ¿Qué es la décima parte de la hectárea con relación al decámetro cuadrado?

1564. ¿Qué son las decenas de áreas con relación al hm^2?

1565. ¿Qué son las décimas de área con relación a la centiárea?

1566. ¿Qué son 25 áreas con relación a una hectárea?

1567. Una propiedad tiene 73 hectáreas de superficie. Exprésese esta superficie: 1º en decámetros cuadrados; — 2º en metros cuadrados; — 3º en áreas.

1568. Léanse los números siguientes designando el nombre de la unidad decimal representada por la última cifra: 1º 25 hectáreas 75; — 2º 604 hectáreas 2568; — 3º 75 hectáreas 0.5; — 4º 74 hectáreas 268; — 5º 19 hectáreas 0101; — 6º 48 hectáreas 75; — 7º 136 áreas 4; — 8º 18 hectáreas 567.

EJERCICIOS POR ESCRITO

Súmense los números siguientes:

1569. Ciento doce hectáreas veinticinco áreas veintitrés centiáreas; diez y nueve mil veintinueve áreas ocho centiáreas; mil hectáreas doce áreas veinte centiáreas; treinta y siete mil noventa y nueve áreas cinco centiáreas; catorce mil hectáreas ciento diez y siete centiáreas.

1570. Veinticinco hectáreas seis áreas; doce hectáreas quince áreas veinticinco centiáreas; ciento seis hectáreas cuatro áreas cinco centiáreas; doce mil hectáreas seis centiáreas; ciento veintiocho áreas nueve centiáreas.

1571. Doce hectáreas cinco áreas seis décimas de área: cuatro hectáreas cinco décimas de área; dos hectáreas cuatro centiáreas; diez hectáreas nueve décimas de hectárea; veintidós áreas seis centiáreas.

1572. Tres hectáreas seis décimas de hectárea; nueve áreas dos centiáreas cuatro hectáreas seis centiáreas; treinta y dos áreas siete centésimas de área; ocho hectáreas dos décimas de hectáreas.

PROBLEMA

1573. Exprésese en áreas la superficie total de 4 parcelas de terreno: la primera tiene 9 hectáreas 5 áreas 3 centiáreas; la segunda, 18 áreas 9 centiáreas; la tercera, 15 hectáreas 22 centiáreas; la cuarta, 6 hectáreas 2 áreas 19 centiáreas.

1574. Si un terreno vale $ 40,20 el área; ¿cuánto valdrá: 1º 1 hectárea; — 2º 1 centiárea?

1575. La hectárea de un terreno se vende a $ 3.480; ¿cuánto valdrán: 1º 1 área; — 2º 2 centiáreas; — 3º 10 áreas; — 4º 10 centiáreas?

1576. El terreno de un prado vale $ 0,65 la centiárea; ¿cuánto costará: 1º 1 hectárea; — 2º 1 área?

1577. ¿Cuál es la superficie de una finca que tiene un bosque de 45 hectáreas, 25 centiáreas, un prado de 245 áreas, 6 centiáreas y una viña de 68 hectáreas 7 centiáreas?

1578 Un propietario posee 5 quintas: la 1ª tiene 103 ha. 2 a. 24 ca.; la 2ª 92 ha. 5 ca.; la 3ª 75 ha. 23 a. 3 ca.; la 4ª 72 ha. 13 a. 47 ca.; la 5ª 57 ha. 61 a. 21 ca.; ¿cuál es la superficie media de una quinta?

1579. Una propiedad de 7 ha. 8 a. 6 ca. está dividida en dos partes; la una contiene 794 metros cuadrados más que la otra; ¿cuál es la superficie de cada parte de esa propiedad?

1580 La superficie total de un parque es de 46 ha. 20 ca.; la de sus paseos es de 9 a. 5 ca.; ¿qué superficie queda para las plantaciones y lagos del parque?

1581 ¿Cuánto vale la hectárea de terreno laborable si por 748 a. 25 ca. se pagan $ 21.325,15?

1582. ¿Cuál es la superficie de un jardín por el que se han pagado $ 617,90, a 6.850 pesos la hectárea?

1583. Un terreno se vendió en $ 26,50 el área. ¿Cuánto importan: 1º 0,6 de metro cuadrado; 2º 25 centímetros cuadrados?

1584. Una propiedad de 2 ha. 5 a. 4 ca. se vende en $ 0,12 el metro cuadrado. ¿Cuál es su precio?

1585. Se quiere trocar un terreno de 2 ha. 6 a. por otro de 108 a. 25 ca. En el supuesto de que el primero valga a 0,26 el metro cuadrado, dígase el precio del área del segundo.

1586. Jacinto había comprado en $ 18,10 el área de un terreno que ha vendido en $ 0.30 el metro cuadrado. Siendo su ganancia de $ 2.380, calcúlese la superficie del terreno.

1587. Carlos compra un terreno de 835 áreas por $ 20.000. Algunos días después, revende 1 ha. 8745 de este terreno en $ 0,30 el metro cuadrado. Calcúlese la ganancia.

1588. En una dehesa de 15 ha. 8 a. hacen pasar una línea de ferrocarril que necesita una superficie de 425 m. de largo y 3m50 de ancho. Calcúlese lo que queda de la dehesa.

1589. De un terreno de 6 ha. 4 a. 25 ca. se venden 2 ha. 20 ca. en $ 25 el área, y lo demás en $ 0,12 el metro cuadrado. ¿Cuál es el valor de este terreno?

1590. Un terreno de 45 áreas 20 centiáreas que vale $ 1.500 la hectárea se trueca por otro que vale $ 0.12 el metro cuadrado. Dígase su superficie en centiáreas.

1591. Se han cosechado 18 hectolitros de trigo por hectárea en un campo rectangular de 560 m. por 335. Calcúlese el valor de la cosecha a $ 8 el hectolitro de trigo.

III.—MEDIDAS DE VOLUMEN

262. Definición.— *Medidas de volumen* son las que sirven para valuar la extensión considerada en sus tres dimensiones: *longitud, latitud, altura* (*espesor* o *profundidad*).

263. División.—Las medidas de volumen se dividen en dos clases:

1ª Las *medidas de volumen propiamente dichas;*

2ª Las *medidas para la leña.*

Medidas de volumen propiamente dichas

La unidad de las medidas de volumen es el *metro cúbico.*

264. Metro cúbico (m^3) es un cubo que tiene por caras seis cuadrados iguales, y cuyos lados miden un metro de longitud.

265. Múltiplos y submúltiplos del metro cúbico.— Prácticamente no se emplean los *múltiplos* del metro cúbico; se dice diez, cien, mil, diez mil metros cúbicos.

Los *submúltiplos* son:

1º El *decímetro cúbico, o dm³*, que es un cubo de un decímetro de lado, y vale $\frac{1}{1.000}$ del metro cúbico.

2º El *centímetro cúbico*, ó *cm³*, que es un cubo de un centímetro de lado, vale $\frac{1}{1.000.000}$ del metro cúbico.

3º El *milímetro cúbico*, ó *mm³*, que es un cubo de un milímetro de lado, y vale $\frac{1}{1.000.000.000}$ del metro cúbico.

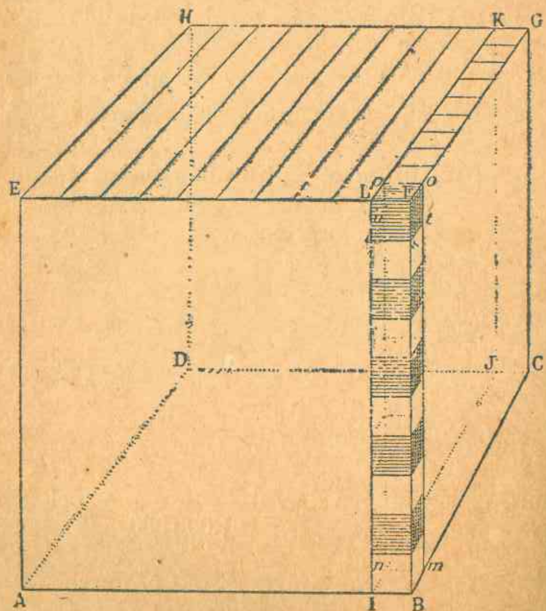
266. Así pues:

El *metro cúbico* vale: { 1.000 dm^3 / 1.000.000 de cm^3 / 1.000.000.000 de mm^3

El *decímetro cúbico* vale: { 1.000 cm^3 / 1.000.000 de mm^3

El *centímetro cúbico* vale: { 1.000 mm^3

Para demostrar que el metro cúbico vale 1.000 decímetros cúbicos, representemos el *metro cúbico* por medio de un cajón cuyo interior tenga un metro de profundidad, un metro de largo y un metro de ancho. El fondo de este cajón tiene un metro cuadrado o 100 decímetros cuadrados, y puede recibir 100 cubos de un decímetro de lado, lo que forma un piso de un decímetro



Volumen del cubo

de alto; dos pisos se elevarán a 2 decímetros de alto y contendrán dos veces 100 dm^3 o sea $100 \times 2 = 200$ dm^3.

Tres pisos, $100 \times 3 = 300$ dm^3.... y 10 pisos, o el metro cúbico, $100 \times 10 = 1.000$ dm^3.

Por lo tanto, el *metro cúbico vale* 1.000 *decímetros cúbicos.*

Del propio modo puede probarse que el *decímetro cúbico* vale 1.000 cm^3, y que el *centímetro cúbico vale* 1.000 mm^3.

267. Nota.—De lo que antecede se infiere que si, en un número, la unidad es el metro cúbico, el decímetro cúbico ocupa el orden de las milésimas, el centímetro cúbico el de las millonésimas, etc.

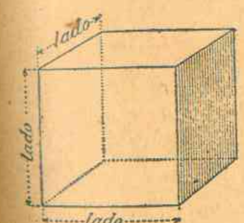
Luego se necesitan tres cifras para representar cada uno de los submúltiplos del metro cúbico.

Así, 2 m^3 25 dm^3 7 cm^3 se escribirán: 2 m^3 025 007.

No hay medidas efectivas para los volúmenes propiamente dichos. Para valuarlos, nos valemos de las propiedades geométricas y de las medidas efectivas de longitud.

Medidas de algunos volúmenes

268. **CUBO.—El volumen V de un cubo es igual al producto del lado l tomado 3 veces como factor, esto es, al cubo del lado l.**

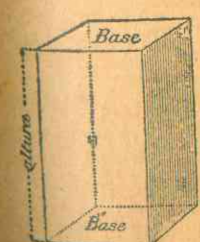


$$V = l \times l \times l = l^3.$$

Si un cubo tiene, por ejemplo, 2 m. de lado, su volumen será.

$$V = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ m}^3.$$

269. **PRISMA.—El volumen de un prisma es igual al producto de su base B por su altura a.**



$$V = B \times a.$$

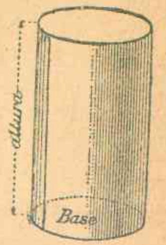
Si un prisma tiene por base un rectángulo de 4 m. 3, y por altura 5 m., su volumen será:

$$V = 4 \times 3 \times 5 = 60 \text{ m}^3$$

270. CILINDRO.—El volumen de un cilindro es igual al producto de su base B por su altura a.

$$V = B \times a.$$

Como la base es un círculo, la fórmula viene a ser:



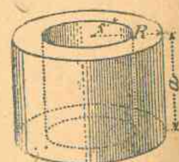
$$V = \pi r^2 \times a.$$

¿Cuál es, por ejemplo, el volumen de un cilindro, cuyo radio de la base tiene 2 m. y la altura 6 m.?

$$V = 3{,}1416 \times 2^2 \times 6 = 75 \text{ m}^3\ 3984.$$

271. Cilindro hueco.— Llámase *cilindro hueco* el volumen comprendido entre las caras laterales de dos cilindros concéntricos de igual altura.

El volumen de un cilindro hueco es igual a la diferencia de los volúmenes de los cilindros que lo forman.



$$V = (\pi R^2 - \pi r^2) \times a$$

$$\text{ó } V = \pi (R^2 - r^2) \times a.$$

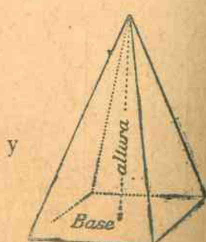
¿Cuál es, por ejemplo, el volumen de un tubo cuyos radios tienen respectivamente 0 m. 15 y 0 m. 10, y la longitud 1 m. 20?

$$V = 3{,}1416\ (0{,}15^2 - 0{,}10^2) \times 1{,}2 = 0 \text{ m}^3\ 047124.$$

272. PIRAMIDE.—El volumen de una pirámide es igual al tercio del producto de la base B por la altura a.

$$V = \frac{1}{3} B \times a.$$

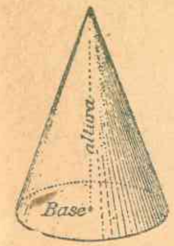
Si una pirámide tiene $6m^2$ de base, y 4m. 50 de altura, su volumen será:



$$V = \frac{6 \times 4{,}5}{3} = 9 \text{ m}^3.$$

273. CONO.—El volumen de un cono es igual al tercio del producto de la base B por la altura a.

$$V = \frac{1}{3} B \times a.$$



Y como la base es un círculo, la fórmula se convierte en la siguiente:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times a.$$

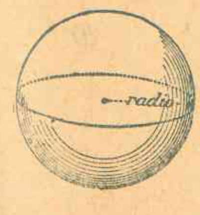
Búsquese el volumen de un cono cuyo radio de la base tiene 0 m. 30, y la altura 1 m. 50.

$$V = \frac{3{,}1416 \times 0{,}3^2 \times 1{,}5}{3} = 1 \text{ m}^3\ 41372.$$

274. Esfera.—En una esfera, la superficie es igual a la de 4 círculos máximos, esto es:

$$S = 4 \pi r^2.$$

El volumen es igual al tercio del producto de la superficie por el radio, o sea:



$$V = \frac{1}{3} \times 4 \pi r^2 \times r = \frac{4}{3} \pi r^3.$$

Si una esfera tiene 0,2 de radio, su volumen será:

$$V = \frac{4 \times 3{,}1416 \times 0{,}2^3}{3} = 0 \text{ m}^3\ 0335104.$$

Medidas para la leña

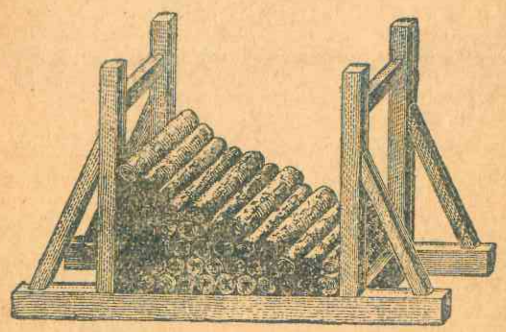
275. La unidad de las medidas para la leña es el *estéreo* (s), que equivale a un metro cúbico.

El estéreo tiene un múltiplo que es el *decastéreo* (das), volumen de 10 estéreos, y un submúltiplo que es el *decistéreo* (ds.), igual a la décima parte del estéreo.

276. Las medidas efectivas para la leña son tres:
1º El *estéreo*.
2º El *doble estéreo*, medida de 2 estéreos.
3º El *medio decastéreo*, medida de 5 estéreos.

277. Nota.—I. La figura adjunta representa el estéreo que se usa para medir la leña.

La altura varía según la longitud de la leña; de modo



Estéreo

que el producto de las tres dimensiones dé siempre 1 estéreo, 2 estéreos, ó 5 estéreos.

La distancia entre los montantes es de 1 metro para el estéreo, 2 metros para el doble estéreo, y 3 para el medio decastéreo.

Ejemplo.—Si la leña mide 1,08 metro de largo, y si quiero un medio decastéreo diré: La distancia entre los montantes, 3 metros, multiplicada por 1 m. 08, longitud de la leña, y por x la altura, ó $3\times1{,}08\times x=5$ estéreos;

luego $$x=\frac{5}{3\times1{,}08}=1 \text{ m. } 54.$$

La altura será 1 m. 54.

II. La leña se vende también al peso y sobre todo por carretadas.

Medidas de volumen

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

1592. ¿Cuántos: 1º decímetros cúbicos; — 2º centímetros cúbicos; — 3º milímetros cúbicos — tiene el metro?

1593. ¿Cuántos: 1º centímetros cúbicos; — 2º milímetros cúbicos, — 3º centenas de centímetros cúbicos — tiene el decímetro cúbico?

1594. ¿Cuántos: 1º milímetros cúbicos; — 2º centenas de milímetros cúbicos; — 3º decenas de milímetros cúbicos — tiene el centímetro cúbico?

1595. ¿Cuántas: 1º décimas; — 2º centésimas; — 3º milésimas de metro cúbico — tiene el metro cúbico?

1596. ¿Cuántos: 1º decímetros cúbicos; — 2º centímetros cúbicos; — 3º milímetros cúbicos — tiene la décima parte del metro cúbico?

1597. ¿Cuántos: 1º decímetros cúbicos; — 2º centímetros cúbicos; — 3º milímetros cúbicos — tiene la centésima parte del metro cúbico?

1598. ¿Cuántos: 1º centímetros cúbicos; — 2º milímetros cúbicos; — 3º centenas de centímetros cúbicos — tiene la décima parte del decímetro cúbico?

1599. ¿Cuántos: — 1º milímetros cúbicos; — 2º centenas de milímetros cúbicos; — 3º decenas de milímetros cúbicos — tiene la décima parte del decímetro cúbico?

1600. ¿Qué submúltiplo del metro cúbico representa milésimas de metro cúbico?

1601. ¿Qué submúltiplo del metro cúbico representa millonésimas de metro cúbico?

1602. ¿Qué submúltiplo del metro cúbico representa milésimas de decímetro cúbico?

1603. Tomando el metro cúbico por unidad, ¿qué representa: 1º la primera cifra decimal; — 2º la tercera; — 3º la quinta?

1604. Tomando el decímetro cúbico por unidad, ¿qué representa: 1º la primera cifra decimal; — 2º la cuarta; — 3º la segunda; — 4º la quinta?

1605. ¿Qué cambios sufriría la cantidad 6 metros cúbicos, si se escribiese: 1º 6 decímetros cúbicos; — 2º 6 centímetros cúbicos?

1606. Cambiando sólo el nombre de la unidad, dígase un volumen: 1º 1.000 veces menor que 25 m^3; — 2º 1.000 veces mayor que 45 cm^3; — 3º un millón de veces menor que 7 m^3.

1607. Si se corre la coma dos lugares hacia la derecha, ¿qué cambio sufren: 1º los metros cúbicos; — 2º los centímetros cúbicos; — 3º las decenas de decímetros cúbicos?

1608. Si se corre la coma un lugar hacia la izquierda, ¿qué cambio sufren: 1º los metros cúbicos; — 2º las decenas de decímetros cúbicos; — 3º los centímetros cúbicos; — 4º las centenas de metros cúbicos; — 5º las centésimas de decímetro cúbico?

1609. ¿Qué diferencia hay entre una décima de m^3 y un dm^3?

1610. Qué diferencia hay entre una centésima de m^3 y un cm^3?

1611. ¿Qué diferencia hay entre una milésima de m^3 y un mm^3?

1612. ¿Qué son las décimas de metro cúbico con relación a las decenas de decímetros cúbicos?

1613. ¿Qué son las centésimas de metro cúbico con relación a las centenas de decímetros cúbicos?

1614. ¿Qué son las decenas de decímetros cúbicos respecto de las décimas de decímetro cúbico?

1615. ¿Qué son 100 decímetros cúbicos respecto del metro cúbico?

1616. ¿Qué son 500 decímetros cúbicos respecto del metro cúbico?

1617. ¿Qué es 1 centímetro cúbico con relación al metro cúbico?

1618. Qué son 5.000 centímetros cúbicos respecto del metro cúbico?

1619. ¿Cuántos metros cúbicos hay: 1º en 1.000 decímetros cúbicos; — 2º 4.687 decímetros cúbicos; — 3º 1.000.000 de centímetros cúbicos; — 4º 18.214.573 centímetros cúbicos; 5º 1.000.000.000 de milímetros cúbicos; — 6º 10.000.000.000 de mm^3?

1620. Si el decímetro cúbico de tecalí cuesta \$ 4,50, ¿cuánto se pagará por: 1º 1 décima de metro cúbico; — 2º 1 centésima de metro cúbico; — 3º 1 milésima de metro cúbico; 4º medio metro cúbico?

1621. Si un metro cúbico de estuco cuesta 256 pesos, ¿cuánto costará: 1º 1 decímetro cúbico; — 2º 1 centímetro cúbico; — 3º 1 milímetro cúbico; — 4º 1 décima de metro cúbico?

1622. Si un decímetro cúbico de mármol de Carrara cuesta \$ 1,50, ¿cuánto costará: 1º 1 metro cúbico; — 2º 1 centímetro cúbico; — 3º 1 milímetro cúbico; — 4º 1 centésima de decímetro cúbico?

1623. ¿Cuántos decímetros cúbicos hay en 2 metros cúbicos 1/2?

1624. ¿Cuántos centímetros cúbicos hay en 100 metros cúbicos 1/5?

1625. ¿Cuántos milímetros cúbicos hay en 25 metros cúbicos 3/4?

EJERCICIOS POR ESCRITO

Súmense los números siguientes y dense las respuestas en metros cúbicos:

1626. Cuatro m^3 674; — 14 m^3 8; — 7 m^3 27; — 3 m^3 642— 11 m^3 764231; — 94 m^3 4678; — 5 m^3 04065; — 9 m^3 000764.

1627. Siete m^3 009; — 6 m^3 426786478; — 2 m^3 0000005; — 8 m^3 00606075; — 4 m^3 00000746; — 0 m^3 40; — 0 m^3 004506; — 0 m^3 00009; — 0 m^3 06742185; — 0 m^3 00006008.

1628. Cuatro m^3 11 dm^3; — 12 m^3 200 dm^3; — 20 m^3 30 dm^3; — 15 m^3 3 dm^3; — 5 m^3 219 386 cm^3.

1629. Nueve m^3 14 mm^3; — 11 m^3 302 008 mm^3; — 14 m^3 120 000 400 mm^3; — 26 m^3 5 003 mm^3; — 12 dm^3 1 002 mm^3.

1630. Veinticinco milésimas de m^3; — 40 centésimas de m^3; — 8 m^3 2 milésimas de m^3; — 60 m^3 65 centésimas de m^3; — 40 milésimas de m^3; — 30 centésimas de dm^3.

1631. Cuatro metros cúbicos 5 décimas de m^3; — 6 m^3 3 centésimas de m^3; — 9 m^3 25 centésimas de m^3; — 2 m^3 9 milésimas de m^3; — 6 m^3 35 milésimas de m^3; — 4 m^3 204 milésimas de m^3.

1632. Sesenta decímetros cúbicos; — 60 centésimas de m^3; — 12 m^3 25 dm^3; — 6 m^3 118 milésimas de m^3; — 9 m^3 27 dm^3.

1633. Cuatro metros cúbicos 5 decímetros cúbicos; — 9 m^3 24 dm^3; — 12 m^3; 175 cm^3 — 3 m^3 4 dm^3 24 cm^3.

1634. Cuatro metros cúbicos 5 décimas; — 3 m^3 75 dm^3; — 17 m^3 25 cm^3; — 9 m^3 254 dm^3.

PROBLEMAS

1635. ¿Cuál es, en decímetros cúbicos, la diferencia de volumen de 2 depósitos, si el uno contiene 14 m^3 67 dm^3, y el otro 12 m^3 8 décimas?

1636. Se quiere vender 4 pedruscos: el primero tiene 6 m^3 65 dm^3, el segundo 975 dm^3, el tercero 5 m^3 4 décimas, y el cuarto 2 m^3 75 centésimas. Dígase la suma de estos cuatro volúmenes.

1637. Se ha pagado $ 380,25 por 45 vigas iguales, a $ 32,50 el metro cúbico; ¿cuál es el volumen de cada viga?

1638. ¿Cuánto costarán 45 metros cúbicos 35 decímetros cúbicos de arena a $ 0,75 el m^3?

1639. ¿Cuánto costarían 80 decímetros cúbicos de malaquita a $ 724 el metro cúbico?

1640. ¿Cuántos decímetros cúbicos hay en los 3/4 y los 2/5 de un metro cúbico?

1641. ¿Cuántos centímetros cúbicos se obtendrán sumando la ½ el 1/5 y los 3/4 de un dm^3?

1642. Exprésese en centímetros cúbicos la diferencia que hay entre los 3/5 y los 3/8 de un dm^3?

1643. Un mechero consume 130 dm^3 de gas por hora. Calcúlese lo que se gastará para el alumbrado de un mes de 30 días, con un mechero que queda encendido 4 horas diarias, si el m^3 de gas cuesta a $ 2,45.

1644. Dígase el número de ladrillos necesarios para edificar una pared de 15 m. 50 de longitud, 3 m. 10 de altura y 0 m. 12 de espesor, sabiendo que se necesitan 500 ladrillos por m^3.

1645. En el patio de una escuela midiendo 45 m. por 28, se esparcen 12 m^3 de arena; calcúlese el espesor medio de la capa.

1646. Ocho canteros han necesitado 25 días para extraer un montón de piedras de 24 m. de largo, 4 m. 50 de ancho y 1 m. 80 de alto. ¿Cuánto ha recibido cada obrero, si el trabajo se ha pagado a $ 4,20 el metro cúbico?

1647. ¿Cuánto se debe pagar por el transporte de 20 sillares de 1.500 dm^3 de volumen cada uno, si se pagan $ 5 los 1.000 kilogramos, y si el m^3 pesa 2.150 kilogramos?

1648. Un mechero que queda encendido 4 horas y media diarias consume 2 dm^3 de gas por minuto. Calcúlese los gastos por un mes de 31 días a $ 2,50 el metro cúbico de gas.

1649. Una fuente da 950 dm^3 de agua por hora a un depósito cilíndrico que tiene 5 m. de radio. Dígase la altura que habrá alcanzado el agua al cabo de 12 horas.

1650. Un grifo que da 180 dm^3 de agua por minuto llena un aljibe en 2 horas 15 minutos. Calcúlese la profundidad del aljibe, si su longitud es de 4 m. 50 y su latitud de 2 m. 40.

1651. ¿Cuál es en centímetros cúbicos el volumen de un vaso de forma cónica, si su altura es de 0 m. 08 y el radio del cono de 20 milímetros?

1652. Una sala de clase que debe dar cabida a 25 alumnos tiene 9 m. por 8. Calcúlese su altura en el supuesto de que cada alumno tenga 12 m^3 de aire.

1653. Calcúlese el volumen de la mampostería de un pozo que tiene 1 m. 20 de diámetro interior, 1 m. 80 de diámetro exterior, y 9 m. de profundidad.

Medidas para la leña
y su relación con las medidas de volumen

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

1654. ¿Cuál es el múltiplo del estéreo, y qué es respecto del estéreo?

1655. ¿Cuál es el submúltiplo del estéreo, y qué es respecto del estéreo?

1656. ¿Dónde se escriben, respecto del estéreo: 1º los decastéreos; — 2º los decistéreos?

1657. Siendo el decastéreo la unidad, ¿qué representa: 1º la primera cifra decimal; — 2º la segunda cifra?

1658. ¿Cuál es la unidad, si la cifra de las decenas representa: 1º estéreos; — 2º decastéreos?

1659. ¿Cuál es la unidad: 1º si la primera cifra decimal representa decistéreos; — 2º si la segunda representa decistéreos?

1660. ¿Cuántos decistéreos hay en 3 décimas de decastéreo?

1661. Cambiando tan sólo la unidad: 1º dígase un volumen 10 veces mayor que 17 estéreos; — 2º 100 veces menor que 25 decastéreos; — 3º 10 veces menos que 15 estéreos.

1662. ¿Qué diferencia hay entre 1 decistéreo y 1 décima de metro cúbico?

1663. ¿Cuántos decímetros cúbicos hay en 1 decistéreo?

1664. ¿Cuál es la relación entre el decastéreo y el metro cúbico?

1665. ¿Cuántos decímetros cúbicos hay en un decastéreo?

1666. ¿Cuántos decistéreos hay en 10 m^3?

1667. Cuando un decastéreo de leña vale $ 5, ¿qué vale: 1º un decistéreo; — 2º un metro cúbico?

PROBLEMAS

1668. Siendo el estéreo la unidad, súmense las cantidades siguientes: diez estéreos 7; 764 estéreos 2; 678 decastéreos 25; 0 estéreos 6; 0 decastéreos 36; 401 estéreos 6.

1669. Exprésese en estéreos la suma de las cantidades siguientes: veintiséis estéreos 8 decistéreos; 32 estéreos 5 decistéreos; 44 estéreos 9 decistéreos; 15 decastéreos 25 decistéreos; 129 estéreos 3 decistéreos; 29 estéreos 5 decistéreos; 30 decastéreos; 80 decistéreos; 7 decastéreos 8 decistéreos.

1670. ¿Qué cantidad de leña contienen 3 pilas, si la 1ª contiene 24 decastéreos; 7 decistéreos la 2ª, 75 estéreos 4 decistéreos y la 3ª, 45 dobles estéreos 9 decistéreos?

1671. Exprésese en decastéreos y estéreos la leña contenida en 8 pilas, cada una de 224 medios decastéreos 1 doble estéreo y 3 estéreos.

1672. Cuando los leños tienen 1,20 metro de longitud, ¿a qué altura de los montantes sube la madera: 1º para el estéreo; — 2º para el doble estéreo; — 3º para el medio decastéreo?

1673. Cuando los leños suben a 0 m. 75 entre los montantes, ¿cuál es la longitud de los leños: 1º para el estéreo; — 2º para el doble estéreo; — 3º para el medio decastéreo?

1674. De una pila de leña que tiene 15 decastéreos 3/4, se toman 75 estéreos 1/2; dígase en estéreos y decistéreos el volumen de leña que queda.

1675. ¿Cuántos decímetros cúbicos faltan a 3 decistéreos para obtener un semiestéreo?

1676. Cuando el semidecastéreo de leña vale $ 30, ¿cuál es el precio: 1º de 10 estéreos; — 2º de 1 metro cúbico; — 3º de 6 decastéreos 2 decistéreos?

1677. Un montón de leña tiene 6 m. 40 de longitud, 1 m. 45 de ancho y 2 m. 35 de altura. Dígase su precio, si se vende en $ 0,75 el decistéreo.

1678. Después de haber comprado en $ 6 el metro cúbico un montón de leña de 7 m. 40 de longitud, 3 m. 20 de ancho y 2 m. 50 de alto, lo revendo en $ 2,20 los 100 kilogramos. En el supuesto de que el metro cúbico pese 490 kilogramos, dígase mi ganancia.

1679. Calcúlese el precio de 25 vigas de 6 m. de largo, 2 dm. de ancho y 2 dm. de espesor, a $ 3,5 el decistéreo.

IV.—MEDIDAS DE CAPACIDAD

278. Definición.—Llámanse *medidas de capacidad* las que sirven para medir *líquidos* como el vino, el alcohol, y *áridos* como el maíz, el trigo.

La unidad principal es el *litro* (1).

279. Litro es una medida cuya capacidad es igual a un decímetro cúbico.

No acomodándose bien la forma cúbica a las necesidades del comercio, al litro y a las demás medidas de capacidad se les suele dar forma cilíndrica.

280. Múltiplos y submúltiplos del litro.— Los *múltiplos* del litro son:

1º El *decalitro*, ó *dal.*, que vale		10 litros
2º El *hectolitro*, ó *hl.*,	—	100 litros
3º El *kilolitro*, ó *kl.*,	—	1.000 litros

Este último se usa poco y se dice más bien 100 decalitros, 10 hectolitros.

281. Los *submúltiplos* del litro son:

1º El *decilitro*, ó *dl.*, que vale 0,1 de litro.
2º El *centilitro*, ó *cl.*, — 0.01 —

El número 6 dal. 7 cl. se escribe: 60,07, y se lee 60 litros 7 centilitros.

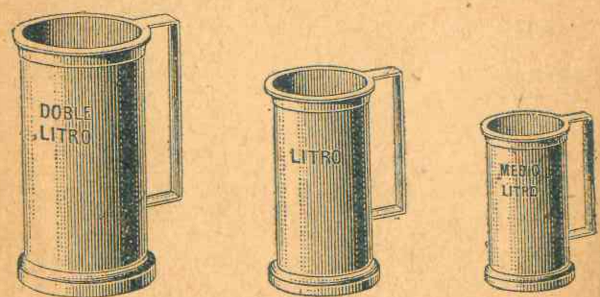
Medidas efectivas de capacidad

282. I.—Medidas efectivas para líquidos.— Las medidas efectivas para líquidos se dividen en tres clases:

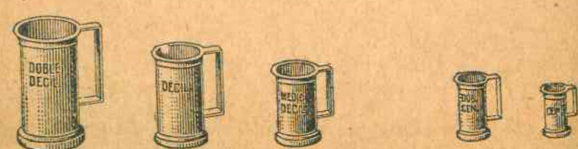
1º **Grandes medidas.**—Las grandes medidas para líquidos tienen una forma cilíndrica y la profundidad es igual al diámetro; se fabrican de cobre o de hierro fundido estañados.

Estas medidas se emplean en el comercio al por mayor y son cinco: *hectolitro, medio hectolitro, doble decalitro, decalitro, medio decalitro.*

MEDIDAS PARA VINO Y LICORES



Doble litro. Litro. 1/2 litro.



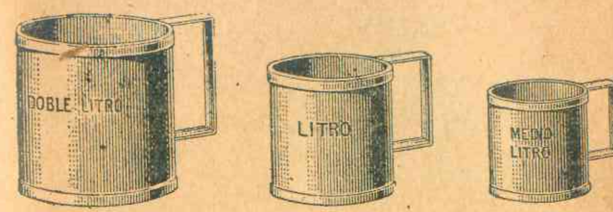
Doble dl. dl. 1/2 dl. 2 cl. cl.

2º **Medidas para vino y licores.**—Estas medidas que se fabrican de estaño, hoja de lata, níquel, etc. (el

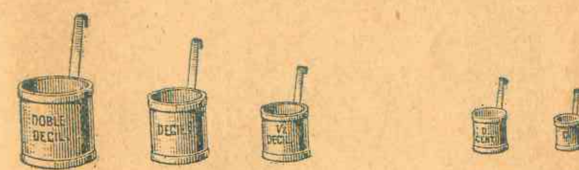
cobre exceptuado) son cilindros cuya profundidad es el doble del diámetro; se emplean en el comercio al por menor y comprenden desde el *doble litro* hasta el *centilitro*, inclusive.

3º **Medidas para el aceite y la leche.**—Estas medidas, de hoja de lata, tienen forma cilíndrica, y su profundidad es igual al diámetro.

MEDIDAS PARA EL ACEITE



Doble litro. Litro. 1/2 litro.



Doble dl. dl. 1/2 dl. 2 cl. cl.

La serie de estas medidas comprende desde el *hectolitro* hasta el *centilitro* inclusive; pero en el comercio al por menor se usan tan sólo desde el *doble litro* inclusive.

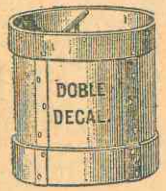
283. II.—Medidas efectivas para áridos.—Las medidas efectivas para *áridos* se construyen con madera de encina, de haya o de nogal; también pueden ser de cobre o de hierro fundido.

Estas medidas tienen forma cilíndrica y el diámetro es igual a la profundidad.

MEDIDAS PARA ARIDOS

Hectolitro.

1/2 hectolitro.



Doble dal.

Decalitro.

1/2 dal.

Doble litro.

Litro.

1/2 l.

2 dl.

dl

1/2 dl

Estas medidas son once: *hectolitro, medio hectolitro; doble decalitro, decalitro, medio decalitro; doble litro, litro, medio litro; doble decilitro, decilitro, medio decilitro.*

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

1680. ¿Cuál es el múltiplo del litro que equivale: 1º a 10 decalitros; — 2º a 100 decilitros; — 3º a 10 hectolitros; — 4º a la centésima parte de kilolitro; — 5º a 1.000 decilitros; — 6º a 100 decalitros; — 7º a 1.000 centilitros; — 8º a la décima parte del hectolitro?

1681. Siendo el litro la unidad, ¿qué representan: 1º las décimas; — 2º las centésimas; — 3º las decenas; — 4º las centenas?

1682. Siendo el hectolitro la unidad, ¿qué representan: 1º las décimas; — 2º las centésimas; — 3º las decenas; — 4º las milésimas?

1683. Siendo el kilolitro la unidad, ¿qué representan: 1º las centésimas; — 2º las décimas; — 3º las milésimas; — 4º las cienmilésimas?

1684. Cuando el decilitro es la unidad, ¿qué representan: 1º las décimas; — 2º las centenas; — 3º las decenas; — 4º las centésimas?

1685. ¿Cuál es la unidad si las centenas representan: 1º decalitros; — 2º kilolitros; — 3º litros; 4º hectolitros?

1686. ¿Cuál es la unidad cuando las décimas representan: 1º hectolitros; — 2º litros; — 3º centilitros; — 4º decalitros?

1687. ¿Por qué número se multiplica o divide 6 decalitros, si se escribe: 1º 6 litros; — 2º 6 hectolitros; — 3º 6 centilitros; — 4º 6 kilolitros?

1688. ¿Cuántos litros hay: 1º en 1 hectolitro; — 2º en 27 hectolitros; — 3º en 37 decalitros; — 4º en 184 decilitros; — 5º en 765 centilitros?

1689. ¿Cuántos kilolitros hay: 1º en 10 hectolitros; — 2º en 478 hectolitros; 3º en 100 decalitros; — 4º en 4.767 decalitros; — 5º en 7.638 litros; — 6º en 10.000 decilitros; — 7º en 456.731 decilitros?

1690. ¿Cuántos hectolitros hay: 1º en 10 decalitros;—2º en 830 decalitros; — 3º en 1.484 litros; — 4º en 1.000 decilitros; — 5º en 89.111 decilitros; — 6º en 10.000 centilitros; 7º en 109.500 centilitros?

1691. ¿Cuántos decalitros hay: 1º en 1 hectolitro; — 2º en 141 hectolitros; — 3º en 100 litros; — 4º en 420 litros; — 5º 1.000 decilitros; — 6º en 1.875 decilitros; — 7º en 99.004 centilitros?

1692. ¿Cuántos decilitros hay: 1º en 1 hectolitro; — 2º en 85 hectolitros; — 3º en 1 decalitro; — 4º en 29 decalitros; — 5º en 27 litros; — 6º en 142 centilitros?

1693. ¿Cuántos centilitros hay: 1º en 1 hectolitro; — 2º en 27 hectolitros; — 3º en 1 decalitro; — 4º en 16 decalitros; — 5º en 27 litros; — 6º en 12 decilitros?

1694. Dígase lo que un decímetro cúbico vale: 1º de decilitros; — 2º de dobles decilitros; — 3º de medios decilitros; — 4º de mililitros?

1695. Dígase lo que un metro cúbico vale: 1º de hectolitros; 2º de decalitros; — 3º de litros; — 4º de dobles litros; — 5º de medios decalitros?

1696. ¿Cuántos centímetros cúbicos son menester para tener: 1º un litro; — 2º un doble litro; — 3º un centilitro; — 4º un doble decilitro?

1697. Si un litro de vino cuesta $ 0,45, ¿cuánto cuesta: 1º 1 hectolitro; — 2º 1 decalitro; — 3º 1 decilitro; — 4º 1 centilitro?

1698. Si un hectolitro de vino cuesta $ 35,40, ¿cuánto cuesta: 1º 1 decalitro; — 2º 1 litro; — 3º 1 decilitro; — 4º 1 centilitro?

1699. Si un doble hectolitro de trigo cuesta $ 42,75, ¿cuánto cuesta: 1º 1 hectolitro; — 2º 1 litro; — 3º 1 decilitro; — 4º 1 centilitro?

1700. Cuando el doble hectolitro de vino cuesta $ 100, ¿cuál es el precio: 1º del medio litro; — 2º del medio hl.; — 3º del medio dal.; — 4º del doble dal.?

1701. Dígase en hectolitros: 1º un número 100 veces mayor que 24 dal.; — 2º un número 100 veces menor que 40 kl.

PROBLEMAS

1702. Dígase en litros, la suma de las cantidades siguientes: 4 kl. 5 dal. 6 litros; — 18 hl. 5 litros; — 15 kl. 25 litros; — 215 hl. 6 litros

1703. Tomando el litro por unidad, súmense las cantidades siguientes: 17 hl. 25; — 20 hl. 15; — 16 hl. 8; — 8 kl. 04; — 12 hl. 09; — 19 hl. 8 dal. 09; — 19 dal. 25; — 6 litros 22; — 7 litros 04; — 5 litros 06; — 6 dl. 07.

1704. Exprésese en litros la suma de las cantidades siguientes: 3 hl. 25 litros;— 15 hl. 4 dal.;— 1.000 hl. 4 litros;— 6 kl. 15 litros; — 102 litros 16 cl.; — 15 litros 2 cl.; — 9 kl. 6 litros; — 30 hl. 23 litros; — 7 litros 9 dl.

1705. ¿Cuántos hectolitros y litros de vino hay en 4 toneles cuya capacidad es: 3 hl. 5 litros; — 25 dal. 5 dl.; — 2 hl. 22 litros; — 12 hl. 25 dl.?

1706. Una cuba tiene de capacidad 47 hl. 3 dal.; si se echan en ella 28 hl. 3 l. de sidra, exprésese en decalitros lo que se debe añadir para llenarla.

1707. Si de 890 hl. 4 dal. de centeno se venden 397 hl. 8 l., ¿cuántos decalitros quedan?

1708. Si un litro de aguardiente se vende en $ 1,45, ¿en cuánto se venderán 28 hectolitros del mismo líquido?

1709. Un obrero ha comprado 12 litros de cerveza a razón de $ 18 el hl.; ¿cuánto debe pagar?

1710. Se han vendido 91 hl. de guisantes a razón de $ 0,15 el litro; ¿cuál es el importe de esa venta?

1711. Un individuo ha comprado 12 hl. de vino de Málaga a $ 0,55 el litro; dígase lo que debe pagar.

1712. Si 25 hl. de vino cuestan $ 1.112,15, dígase el precio de un litro.

1713. Si 18 dal. de trigo cuestan $ 34,20, ¿cuánto cuesta 1 hectolitro?

1714. Cuando el litro de leche cuesta $ 0,12 ¿qué cantidad se compraría con $ 0,45?

1715. Se compran patatas en $ 7 el hectolitro, y se revenden $ 1,50 el doble decalitro. ¿Cuántos hectolitros han de venderse para ganar $ 100?

1716. Una cuba tiene 0 m³ 225 de capacidad. Exprésese esta capacidad en dobles decilitros.

1717. En un medio litro se echan 28 centímetros cúbicos de agua. ¿Cuántos centilitros de vino deben añadirse para llenarlo?

1718. Un campo de 10 hectáreas ha producido 2.500 gavillas de trigo, y cada gavilla suministra un medio decalitro de trigo. ¿Cuántos dobles decalitros produce cada área?

1719. Vicente compra 25 decalitros de nueces en $ 2,20 el doble decalitro; el número de nueces asciende a 1.380 por doble decalitro. Dígase su ganancia, si las revende en $ 0,05 docena.

1720. Un estanque tiene 3 m. 80 de longitud, 1 m. 90 de ancho y 2 m 10 de alto; calcúlese su capacidad: 1º en litros; — 2º en metros cúbicos.

1721. En un aljibe cuya base rectangular tiene 1 m. 20 por 0 m. 80 se echan 15 litros de agua; dígase qué altura alcanza el agua.

1722. Una cuba tiene 2 m³ 150 de capacidad; exprésese esta capacidad en hectolitros, y dígase el número de botellas de 0 l, 75 cl. que se pueden llenar con su contenido.

1723. A un depósito de 3 m^3 de capacidad da una fuente que deja correr 9 litros de agua cada 2 minutos. ¿Qué parte del depósito quedará vacía aún al cabo de 5 horas y media?

1724. Un mechero consume 1 hl. de gas por hora. Si el metro cúbico de gas vale $ 1,30 calcúlese el gasto anual de 3 mecheros encendidos 4 horas diarias, término medio.

V.—MEDIDAS DE PESO

284. Definición.—*Medidas de peso* o simplemente *pesas* son las que sirven para determinar el peso de los cuerpos.

La unidad principal es el *gramo* (g).

285. Gramo es el peso que tiene, en el vacío, un centímetro cúbico de agua destilada, tomada a su mayor densidad, esto es, a la temperatura de 4 grados del termómetro centígrado.

286. Múltiplos y submúltiplos del gramo.—Los *múltiplos* del gramo son:

1º El *decagramo*,	ó	*dag.*,	que vale	10 gramos
2º El *hectogramo*,	ó	*hg.*,	—	100 gramos
3º El *kilogramo*,	ó	*kg.*,	—	1.000 gramos
4º El *quintal métrico*	ó	*q.*,	—	100 kg.
5º La *tonelada métrica*	ó	*t.*,	—	10 q.

287. Los *submúltiplos* del gramo son:

1º El *decigramo*	ó *dg.*,	que vale	la 0,1 parte del g.
2º El *centigramo*,	ó *cg.*,	—	la 0,01 parte del g.
3º El *miligramo*,	ó *mg.*,	—	la 0,001 parte del g.

El número 2 hectogramos 25 gramos 7 centigramos se escribirá: 225,07 gramos.

En el comercio al por menor se toma como unidad usual el *kilogramo*.

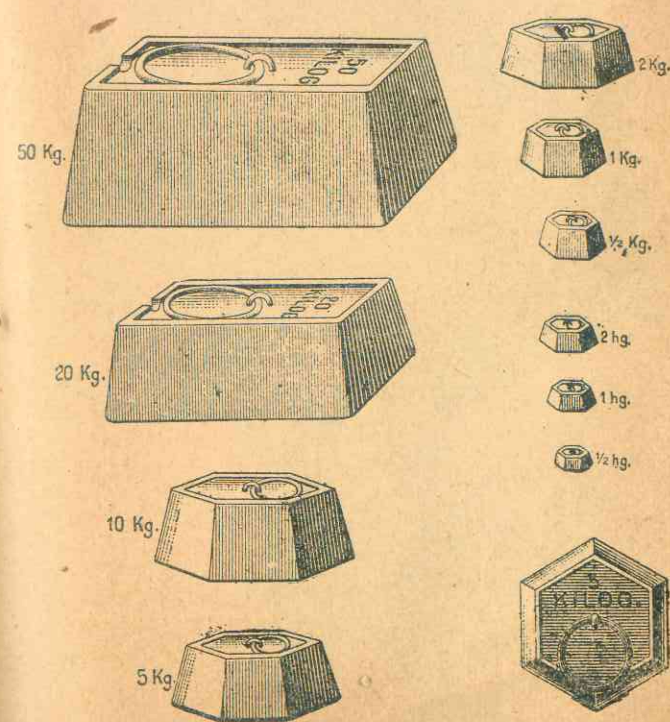
El *quintal* métrico y la *tonelada métrica* se emplean constantemente en los ferrocarriles, en los buques, etc., para las pesas muy grandes.

En la marina mercante, se dice, por ejemplo, buque de 300 toneladas para significar que la carga puede alcanzar hasta 300.000 kg.

Medidas efectivas de peso

288. 1º Pesas de hierro fundido.— Hay 10 pesas *de hierro fundido*, a saber: 50 kg., 20 kg., 10 kg., 5 kg. 2 kg., 1 kg., medio kg., 2 hg., 1 hg., medio hg.

PESAS DE HIERRO FUNDIDO

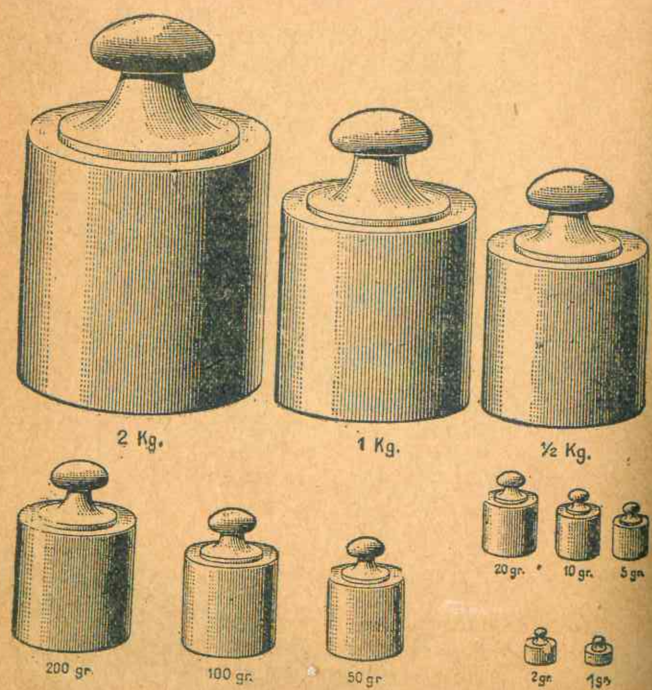


Tienen la forma de una pirámide truncada, y de aristas amortiguadas; su base es un rectángulo en las pesas de 50 y de 20 kg., y un exágono regular en las demás.

Para su fácil manejo, estas pesas están provistas de una anilla en su parte superior.

289. 2º Pesas de latón.—Hay 14 pesas de *latón*, a saber: 20 kg., 10 kg., 5 kg., 2 kg., 1 kg., 500 g., 200 g., 100 g., 50 g., 20 g., 10 g., 5 g., 2 g., 1 g.—Tienen la forma de un cilindro, que remata en un botón.

PESAS DE LATON

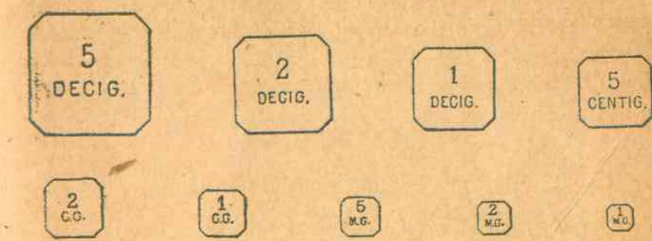


Hay también pesas huecas de forma troncónica, contenidas unas dentro de otras; la mayor es como una caja

que da cabida a todas las demás.

290. Hay 9 pesas menores que 1 gramo, que se fabrican de chapa de latón, de plata o de níquel, y que sir-

PESAS DE CHAPA DE LATON



(Estas pesas están representadas en su tamaño natural.)

ven para pesar el oro, la plata, las perlas, los diamantes, etc.

También se emplean en los laboratorios químicos, farmacias, etc.

Todas las pesas llevan grabada en su parte superior la indicación de su peso.

291. Un juego de pesas medias comprende:

Una de	500 gramos	Dos de	10 gramos
Una de	200 —	Una de	5 —
Dos de	100 —	Dos de	2 —
Una de	50 —	Una de	1 —
Una de	20 —		

Densidad de los cuerpos

292. Definición.—Llámase *densidad de un cuerpo*, o peso específico, el cociente del peso de este cuerpo por el peso de igual volumen de agua.

Así, decir que la densidad de un cuerpo es de 6,5, significa que este cuerpo pesa seis veces y media más que un volumen igual de agua.

Siendo la densidad, por ejemplo, del cobre, 8,85, un dm^3 de cobre pesa 8 kg. 85, pues un dm^3 de agua pesa 1 kg.; un cm^3 de cobre pesa 8 g. 85 porque un cm^3 de agua pesa 1 g.; un mm^3 de cobre pesa 8 mg. 85, ya que un mm^3 de agua pesa 1 mg.

Búsquese, por ejemplo, *el peso de una barra de hierro de 3 dm^3, siendo la densidad del hierro* 7,788.

Ya que un decímetro cúbico de hierro pesa 7 kg. 788, 3 decímetros cúbicos pesarán 3 veces más ó 23 kg. 364.

293. Luego el peso de un cuerpo es igual al producto de su volumen por su densidad.

Llamando P el peso de un cuerpo, V su volumen y D su densidad, tendremos:

$$\text{Peso}=\text{Volumen}\times\text{Densidad};\ P=VD \qquad (1)$$

El peso resulta en toneladas, si el volumen está expresado en metros cúbicos; en kilogramos, si se da el volumen en decímetros cúbicos; en gramos, si se da el volumen en centímetros cúbicos.

Ejemplo.—¿Cuál es el peso de un cuerpo cuya densidad es 19,25, *y su volumen,* 35 *cm.³?*

$$P=35\times19{,}25=673{,}75 \text{ gramos}$$

Para encontrar el volumen de un cuerpo, se divide su peso por su densidad.

$$\text{Volumen}=\frac{\text{Peso}}{\text{Densidad}};\ V=\frac{D}{P} \qquad (2)$$

El volumen resulta en metros cúbicos, decímetros cúbicos o centímetros cúbicos, según se dé el peso en toneladas, en kilogramos o en gramos.

Ejemplo.—¿Cuál es el volumen de un cuerpo que pesa 17 *kg.* 400, *y cuya densidad es* 2,9*?*

$$V=\frac{17{,}400}{2{,}9}=6 \text{ dm}^3.$$

Para encontrar la densidad de un cuerpo, se divide el peso por el volumen.

$$\text{Densidad}=\frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}};\ D=\frac{P}{V} \qquad (3)$$

Ejemplo.—¿Cuál es la densidad del azufre, sabiendo que **25** *cm^3 de este cuerpo pesan* 52 *gramos?*

$$D=\frac{52}{25}=2{,}08$$

Relación entre las medidas de volumen, de capacidad y de peso

Como el *litro* es igual a 1 *dm^3*, y 1 *dm^3* de agua pesa 1 kilo,

1 *dl.*	igual a	100 *cm^3*	y pesa	100 g.
1 *cl.*	—	10 *cm^3*	—	10 g.
1 *ml.*	—	1 *cm^3*	—	1 g.
1 *dal.*	—	10 *dm^3*	—	10 kg.
1 *hl.*	—	100 *dm^3*	—	100 kg.
1 *kl.*	—	1000 *dm^3* ó 1 m^3	—	1.000 kg.

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL SOBRE LAS MEDIDAS DE PESO

1725. ¿Cuáles son los múltiplos del gramo que representan: 1º decenas de hectogramos; — 2º decenas de decagramos; — 3º centenas de decigramos; — 4º centenas de gramos?

1726. ¿Cuáles son los múltiplos o submúltiplos del gramo que igualan las décimas: 1º del gramo; — 2º del decigramo; — 3º del kilogramo; — 4º del hectogramo?

1727. ¿Cuáles son los múltiplos o submúltiplos del gramo que igualan las centésimas: 1º del kilogramo; — 2º del decagramo; — 3º del decigramo; — 4º del gramo?

1728. Tomando el kilogramo por unidad, ¿qué representan: 1º las décimas; — 2º las centésimas; — 3º las milésimas; — 4º las cienmilésimas?

1729. ¿Cuál es el nombre de la unidad, cuando la cifra de las centenas representa: 1º kilogramos; — 2º decagramos; — 3º decigramos; — 4º hectogramos?

1730. ¿Cuál es el nombre de la unidad, cuando la cifra de las décimas representa: 1º hectogramos; — 2º decigramos; — 3º gramos; — 4º decagramos?

1731. Cambiando sólo el nombre de la unidad, dígase un peso: 1º 10 veces mayor que 25 gramos; — 2º 10 veces menor que 15 kilogramos; — 3º 100 veces mayor que 5 decagramos; — 4º 100 veces menor que 5 kilogramos.

1732. Si se corre la coma dos lugares hacia la izquierda, ¿qué representan: 1º los gramos; — 2º los decigramos; — 3º los hectogramos; — 4º los decagramos?

1733. Si se corre la coma tres lugares hacia la derecha, ¿qué representan: 1º los decagramos; — 2º los decigramos; — 3º los hectogramos; — 4º los gramos?

1734. ¿Cuántos: 1º medios hectogramos; — 2º dobles decagramos; — 3º gramos; — 4º medios decagramos — vale el medio kilogramo?

1735. ¿Cuántos gramos hay: 1º en 1 decagramo; — 2º en 82 decagramos; — 3º en 10 decigramos; — 4º en 119 decigramos?

1736. ¿Cuántos kilogramos hay: 1º en 1.000 gramos; — 2º en 80.000 gramos; — 3º en 10.000 decigramos; — 4º en 45.600 decigramos?

1737. ¿Cuántos hectogramos hay: 1º en 100 gramos; — 2º en 895 gramos; — 3º en 1.000 decigramos; — 4º en 12.200 centigramos?

1738. ¿Cuántos decagramos hay: 1º en 10 gramos; — 2º en 98 gramos; — 3º en 100 decigramos; — 4º en 3.400 centigramos?

1739. ¿Cuántos decigramos hay. 1º en 1 decagramo; — 2º en 37 decagramos; — 3º en 1 gramo; — 4º en 28 gramos?

1740. ¿Cuántos centigramos hay: 1º en 1 decagramo; — 2º en 37 decagramos; — 3º en 1 gramo; — 4º en 18 gramos?

1741. ¿Cuántos miligramos hay: 1º en 1 decigramo; — 2º en 46 decigramos; — 3º en 1 centigramo; — 4º en 14 centigramos?

PROBLEMAS

1742. Súmense los números siguientes tomando el gramo por unidad: 27 kg. 76; 36 kg. 9; 76 kg. 14; 26 kg. 006; 4 Mg. 0006: 9 Mg. 0005; 21 kg. 00001; 16 g. 27; 3 g. 006; 0 g. 015.

1743. Súmense los números siguientes tomando el decagramo por unidad: 20 kg. 32 dag.; 12 kg. 19 dag.; 20 kg. 132 g.: 132 g.; 11 kg. 26 g.

7144. Búsquese la suma de los números siguientes tomando

el gramo por unidad: 13 kg. 7 g.; 9 kg. 16 g. 14 cg.; 9 g. 5 cg.; 15 mg.; 1.200 mg.

1745. Exprésese en gramos y miligramos el peso de 24 cubiertos de plata, cada uno de los cuales pesa 15 dag. 17 mg.

1746. Un carretero carga 3 fardos de mercaderías que pesan: el 1º 95 kg. 5 dag.; — el 2º 145 kg.; — el 3º 25 kg. 25 dag.; dígase el peso total en kilogramos y gramos.

1747. En una refinería se han fabricado 46.040 kg. 4 dag. de azúcar y se han vendido 36. 789 kg.; exprésese en kilogramos y decagramos lo restante.

1748. Dígase, en decagramos y gramos, el peso de 3 barriles de aceite, si el primero pesa 14 kg. 5 g.; el segundo, 15 kg. 9 .g y el tercero, 19 kg. 25 gramos.

1749. Un tendero ha recibido 4 cajas de jabón que pesan respectivamente: 148 kg. 5 dag.; 154 kg. 22 g.; 875 dag. 6 g. y 115 kg. 15 dag.; dígase el peso total en kilogramos y gramos.

1750. ¿Cuántos kilogramos de higos hay en 247 capachos, si cada uno contiene 75 hg. 6 dag.?

1751. Un objeto de oro pesa 1 g. 5 cg.; otro pesa 3 dag. 7 dg.; exprésese la diferencia de estos dos pesos en gramos y miligramos.

1752. Un platero ha vendido: 1º un cáliz de 1 kg. 5 g. 5 cg., — 2º unas vinajeras de 2 hg. 5 g. 4 dg.; — 3º una campanilla de 11 dag. 7 dg. ¿Cuál es, en gramos y centigramos, el peso total de estos objetos?

1753. Un comerciante ha pagado por la compra de 110 kg. de aceite $ 93,50; ¿cuánto vale un hectogramo?

1754. El kilogramo de aceite cuesta $ 0,93, y se vende en $ 1,05; ¿qué cantidad debe venderse para ganar 54 centavos?

1755. Calcúlese lo que costará un kilogramo de mercancías cuando 29 dag. valen $ 6,05.

1756. Cuando el kg. de manteca cuesta $ 1,50, ¿cuánto cuestan 750 g.?

1757. ¿Cuál es el precio de un kilogramo de carne, si 2 hg. 6 g. cuestan $ 1,40?

1758. Para equilibrar un pedazo de carne, se han puesto los pesos siguientes en el platillo de la balanza: 1 de 1 kg., 1 de 500 g., 1 de 200 g., 1 de 100 g. y 1 de 5 g. Calcúlese el precio de la carne a $ 0,20 el medio kilogramo.

1759. Un barril lleno de aceite pesa 1.256 dag., y 120 hg., cuando vacío. Dígase el precio del contenido a $ 0,85 el litro, si un decalitro de aceite pesa 92 hg.

1760. Se han llevado a 380 km. 250 sacos de yeso que pesan 20 kg. cada uno. Dígase lo que se ha gastado por el transporte, a $ 0,25 por tonelada y por kilómetro.

1761. Una caja llena de jabón pesa 35 kg. 3/4; el jabón solo pesa 32 kg., y el embalaje interior, 4/5 de kg. ¿Cuál es el peso de la caja vacía?

Relación entre las medidas de volumen, de capacidad y de peso

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

1762. ¿Qué medida de capacidad es igual: 1º a 1 metro cúbico; — 2º a 1 decímetro cúbico; — 3º a 10 decímetros cúbicos; — 4º a 100 decímetros cúbicos; — 5º a 100 centímetros cúbicos?

1763. ¿Qué medida de capacidad es igual: 1º a 200 decímetros cúbicos; — 2º a 100 decímetros cúbicos; — 3º a 20 centímetros cúbicos; — 4º a 5 decímetros cúbicos; — 5º a 200 centímetros cúbicos?

1764. ¿Qué medida de capacidad es igual: 1º a la décima parte del metro cúbico; — 2º a la centésima parte del decímetro cúbico; — 3º a la décima parte del decímetro cúbico; — 4º a la centésima parte del metro cúbico; — 5º a la milésima parte del metro cúbico?

1765. ¿Cuál es el volumen: 1º de 1 decalitro; — 2º de 1 doble decalitro; — 3º de 1 hectolitro; — 4º de 1 medio decilitro; — 5º de 1 litro?

1766. ¿Qué volumen es igual: 1º a 1 litro; — 2º a un medio decalitro; — 3º a 1 decilitro; — 4º a un doble litro; — 5º a un medio centilitro?

1767. ¿Cuál es el volumen de agua cuyo peso es: 1º 1 quintal métrico; — 2º 1 tonelada métrica?

1768. ¿Qué medida efectiva de peso pesa tanto como: 1º 1 centímetro cúbico de agua; — 2º 1 decímetro cúbico; — 3º la vigésima parte de un metro cúbico; — 4º 1 milímetro cúbico; — 5º 10 decímetros cúbicos?

1769. ¿Qué medida efectiva de peso pesa tanto como: 1º 200 centímetros cúbicos de agua; — 2º 10 decímetros cúbicos; — 3º 10 milímetros cúbicos; — 4º 50 centímetros cúbicos; — 5º 200 milímetros cúbicos?

1770. ¿Qué volumen de agua pesa: 1º 1 gramo; — 2º 1 kilogramo; — 3º 1 hectogramo; — 4º 1 centigramo?

1771. ¿Qué volumen de agua pesa: 1º 1 medio gramo; — 2º un doble hectogramo; — 3º 5 kilogramos; — 4º un medio decigramo; — 5º un doble miligramo?

1772. ¿Cuál es el peso: 1º de 120 decímetros cúbicos de agua; — 2º de 500 decímetros cúbicos; — 3º de 6 metros cúbicos; — 4º de 12 metros cúbicos 678 decímetros cúbicos; — 5º de 300 centímetros cúbicos;— 6º de 750 milímetros cúbicos; — 7º de 845 milímetros cúbicos?

1773. ¿Cuál es, en decímetros cúbicos, el volumen: 1º de 2.000 kilogramos de agua; — 2º de 6.000 kilogramos; — 3º de 400 kilogramos; — 4º de 350 kilogramos; — 5º de 25 hectogramos; — 6º de 42 decagramos?

1774. Cuál es el peso del agua contenida en un vaso cuya capacidad es de 9 dm^3 4 décimas?

1775. El agua contenida en un vaso pesa 40 kilogramos 45 decagramos; ¿cuál es la capacidad de este vaso?

1776. ¿Cuántos kilogramos pesan: 1º 12 metros cúbicos de agua; — 2º 42 metros cúbicos 425; — 3º 8.750 decímetros cúbicos; — 4º 500 decímetros cúbicos?

1777. ¿Cuántos hectolitros valen: 1º 2 metros cúbicos; — 2º 175 metros cúbicos 425; — 3º 700 decímetros cúbicos; — 4º 625 decímetros cúbicos?

1778. ¿Cuántos litros hay en: 1º 725 decímetros cúbicos; — 2º 46 decímetros cúbicos; — 3º 4 metros cúbicos 025; — 4º 2 metros cúbicos 410?

1779. ¿Cuántos centímetros cúbicos tiene una medida de 20 decilitros?

1780. ¿Cuántos centilitros contiene un vaso de 400 centímetros cúbicos?

1781. ¿Qué medida efectiva de peso pesa tanto como: 1º 1 decalitro de agua; — 2º un medio hectolitro; — 3º un medio decilitro; — 4º un doble litro; — 5º un doble centilitro?

1782. En el número 1.234.567.890, si el 3 representa los decalitros, ¿qué cifra representa: 1º los centímetros cúbicos; —

2º los centigramos; — 3º los metros cúbicos; 4º los decagramos?

1783. En el número 1.234.567.890, si el 5 representa los hectogramos, ¿qué cifra representa: 1º los litros; — 2º los centímetros cúbicos; — 3º los centilitros; — 4º las decenas de decímetros cúbicos?

1784. ¿Cuál es el peso: 1º de 475 litros de agua; — 2º de 25 decalitros; — 3º de 42 hectolitros; — 4º de 14 kilolitros; — 5º de 25 decilitros?

1785. ¿Cuántos litros hay: 1º en 24 kilogramos de agua; — 2º en 68 kilogramos; — 3º en 45 hectogramos; — 4º en 19 decagramos; — 5º en 715 kilogramos 25 decagramos?

1786. ¿Cuántos centilitros hay: 1º en 1 decagramo de agua; —2º en 45 gramos; — 3º en 240 gramos; — 4º en 789 gramos; — 5º en 4 hectogramos?

PROBLEMAS

1787. Un cubo lleno de agua pesa 25 kilogramos 4 decagramos; ¿cuál es su capacidad en centímetros cúbicos, si vacío el cubo pesa 72 hectogramos 55 gramos?

1788. Un viñador tiene una cuba de 2 metros cúbicos 475 decímetros cúbicos llena de vino, que vende en $ 418,80; ¿cuál es el precio del hectolitro?

1789. La densidad del hierro es 7,788. ¿Cuál es el volumen de un pedazo de este metal que pesa tanto como 42 litros 834 de agua destilada?

1790. ¿Cuál es el volumen de una piedra que, puesta en un vaso lleno de agua, desaloja 2 kilogramos 450 gramos de dicho líquido? ¿Cuál es su peso, siendo la densidad de la piedra 1,80?

1791. ¿Cuántos decímetros cúbicos puede contener un tonel sabiendo que, vacío, pesa 37 kilogramos 250 y que, lleno de aceite, pesa 265 kilogramos 085 gramos, siendo la densidad del aceite 0,915?

1792. ¿Cuánto debe recibirse por el transporte de 6 toneles llenos de agua, cuyo volumen es 228 decímetros cúbicos cada uno, a $ 0,35 el quintal, si cada tonel vacío pesa 34 kilogramos 25 gramos?

1793. Un cubo lleno de agua pesa 14 kilogramos 3 hectogramos; se sumerge en él un cuerpo de 2 decímetros cúbicos 75 centímetros cúbicos, pesando 1 kilogramo 4 hectogramos el decímetro cúbico; dígase el peso del vaso después de la inmersión del cuerpo.

1794. Un viñador vende por $ 1.806 una cuba de 4 metros cúbicos 375 decímetros cúbicos; ¿a cómo sale el hectolitro?

1795. En un vaso lleno de agua, se introduce un cuerpo de 2 decímetros cúbicos 75 centímetros cúbicos; ¿cuál es, en decagramos, el peso del agua que se derrama?

1796. El peso bruto de un cubo lleno de agua es de 47 kilogramos 25 gramos; ¿cuál es su capacidad, si el cubo vacío pesa 6 kilogramos 15 centésimas?

1797. Una vasija vacía pesa 235 gramos; llena de leche pesa 25 hg. 04 g. ¿Cuánto pesa llena de agua, siendo la densidad de la leche 1,03?

1798. Siendo la densidad del agua de mar 1,026, ¿qué volumen de este líquido desaloja un buque que pesa 20.000 toneladas?

1799. Una lámpara de petróleo gasta 6 g. 57 por hora. ¿Qué tiempo durarán 2.628 lit., siendo la densidad del petróleo 0,84?

1800. La densidad de la leche es de 1,03. Un hacendado vende cada mañana 20 litros de leche que pesan sólo 20 kg. 510. ¿Qué fraude comete el lechero?

1801. No se conoce la capacidad de un barril; pero se sabe que, lleno de vino de Málaga pesa 81 kg. 860, y lleno de alcohol pesa 69 kg. 098. 1º ¿Cuál es la capacidad del barril; — 2º ¿Cuánto pesa vacío? Densidad del Málaga: 0,99; densidad del alcohol: 0,81.

1802. Un vaso lleno de agua pesa 2 kg. 35; vacío pesa 425 g. Dígase su capacidad: 1º en litros; — 2º en centímetros cúbicos.

1803. Dos vasos pesan vacíos 229 g. cada uno, y llenos de agua pesan juntos 3 kg. 25. Calcúlese en centilitros su capacidad respectiva, si uno de ellos contiene 2 dl. 20 más que el otro.

1804. Un litro de leche da 15 cl. de nata, y 1 litro de nata da 25 dag. de mantequilla. Calcúlese en kg. la cantidad de mantequilla que se sacará de 100 litros de leche.

1805. Un vaso lleno de leche pesa 45 hg., y vacío, 175 g. Siendo su capacidad de 267 centilitros, calcúlese el peso de 1 dm^3 de leche.

1806. Un tonel lleno de agua de mar pesa 67 kg. 250, y sólo 9 kg. 1/4 cuando vacío. ¿Cuál es su capacidad en litros, si 1 litro de agua de mar pesa 102 dag.?

1807. Un pedazo de tiza tiene 1 dm. de largo, 1 cm. de ancho y 1 cm. de espesor. Calcúlese su peso si la densidad de la tiza es de 2,1. Calcúlese también el peso de una caja que contiene 120 pedazos semejantes, si la caja vacía pesa 15 decagramos.

1808. Calcúlese lo que se habrá de pagar por el transporte de un montón de leña de 12 m. de largo, 1 m. 40 de ancho y 2 m. 40 de alto, a $ 5 la tonelada, si la densidad de esta leña es de 0,55.

1809. Una cuba que tiene 1 m^3 440 dm^3 de capacidad está llena de vino. ¿Cuántos barriles podrán llenarse con este vino si cada uno pesa 255 kg. lleno de agua, y 15 kg. cuando vacío?

1810. Un aljibe rectangular cuya capacidad es de 1 m^3 tiene 1 m. 25 de longitud y 1 m. de ancho. Calcúlese su profundidad y dígase el peso del agua que llenaría sus 5 /8.

1811. Un vaso lleno de agua pesa 17 kg. 750. Cuando se derrama la mitad del agua pesa sólo 10 kg. 500. ¿Cuál es su peso vacío, y su capacidad en litros?

1812. En un vaso se echan 7 dm^3 de agua destilada y 80 dl. de agua de mar. El peso total de los líquidos es de 152 kg. 8 g. Calcúlese el peso de un litro de agua de mar.

1813. Una caja rectangular pesa vacía 4.125 g., y llena de agua, 35 kg. Calcúlese su volumen y su altura, si tiene 0 m. 50 de largo y 0 m. 37 de ancho.

IV. — MEDIDAS MONETARIAS (1)

294. Definición.—Llámanse *medidas monetarias*, o simplemente *monedas*, las que sirven para valuar el precio de las cosas.

En España, la unidad es la *peseta* (pta.)

Peseta es una moneda de plata que pesa 5 gramos y contiene 0.835 de *plata pura* y 0,165 de *cobre*.

295. Múltiplos y submúltiplos de la peseta.—

(1 Como base del sistema monetario tomamos la *peseta*, unidad monetaria en España que, a la par, equivale al *franco* francés.

Véase al fin de la obra las monedas extranjeras y sus equivalencias.

Los *múltiplos* de la peseta no tienen nombres particulares; se dice 10 pesetas, 100 pesetas, etc.

Los *submúltiplos* son:

1º El *décimo* o la décima parte de la peseta.

2º El *céntimo* o la centésima parte de la peseta.

296. Clases de monedas. —Las monedas son de tres clases: de *oro*, de *plata*, de *bronce* o de *níquel*.

Al oro y a la plata se les agrega cierta cantidad de cobre para dar a las monedas mayor consistencia. Esto es lo que constituye la *liga*.

MONEDAS EFECTIVAS DE ESPAÑA

MONEDAS	VALOR	LEY	DIÁMETRO	PESO EXACTO	TOLERANCIA EN LA LEY	TOLERANCIA EN EL PESO
Oro	100 pts.	0,900	35mm	32g258	0.002	0.001
	50	0,900	28	16,129	0.002	0.001
	25	0,900	24	8,0645	0,002	0.002
	20	0.900	21	6,4516	0.002	0.002
	10	0.900	19	3,2258	0,002	0,002
	5	0,900	17	1,6129	0.002	0,003
Plata	5	0.900	37mm	25g	0.002	0.003
	2	0.835	27	10	0.003	0.005
	1	0.835	23	5	0.003	0.005
	0.50	0.835	18	2,50	0.003	0.007
	0.20	0,835	16	1	0.003	0,010
Bronce	0,10	»	30mm	10g	»	0.010
	0.05	»	25	5	»	0.010
	0,02	»	20	2	»	0,010
	0,01	»	15	1	»	0,010

Las monedas de *bronce* son un compuesto de cobre, estaño y zinc.

297. Ley de la moneda.—Llámase *ley de la moneda* a la proporción en que entran en la ligación el oro o la plata con el cobre, y el cobre con el estaño o el zinc.

También puede decirse que *ley de una ligación* es el cociente del peso de su metal fino por el peso total de dicha ligación.

Llamando L la ley, P' el peso del metal fino, P el peso total, tendremos:

$$\text{Ley} = \frac{\text{Metal fino}}{\text{Peso total}}; \qquad L = \frac{P'}{P} \qquad (1)$$

$$\text{Metal fino} = \text{Peso total} \times \text{Ley}; \qquad P' = P \times L \qquad (2)$$

299. Para encontrar el peso total, se divide el peso del metal fino por la ley.

$$\text{Peso total} = \frac{\text{Metal fino}}{\text{Ley}}; \qquad P = \frac{P'}{L} \qquad (3)$$

300. Monedas de oro.—La ley de las monedas de oro es de 900 milésimas; es decir que de las 1.000 partes en que se supone dividido el peso de una moneda hay 900 *partes de oro* y 100 *de cobre.*

301. Monedas de plata.—La ley de las monedas de plata es de 900 milésimas para la moneda de 5 pesetas, y de 835 milésimas para las demás.

302. Monedas de bronce.—La ley para las monedas de bronce es de 950 milésimas de *cobre*, 40 de *estaño* y 10 de *zinc*.

Nota. Esta ley es la que rige también en *Francia, Italia, Bélgica, Grecia* y *Suiza*, pero sin convenio de circulación.

303. Tolerancia en ley y peso.—Como es muy difícil obtener con rigurosa exactitud el peso de las mone-

298. Para encontrar el peso del metal fino, se multiplica el peso total por la ley.

das, y la ley a que deben ajustarse, se admite una *tolerancia* en más y en menos. La tolerancia en más se llama en *fuerte*, y la en menos, en *feble.*

Para esta tolerancia, véase el cuadro precedente.

304. Talla de las monedas.—*Talla de las monedas* es el número de monedas que han de acuñarse de kilogramos de ligación monetaria.

La talla de cualquier moneda se halla, dividiendo el *kilogramo* por el *peso* de esta moneda; o dividiendo el *valor* de un kilogramo de metal aleado por el *valor* de la misma moneda.

Monedas de oro					*Monedas de plata*			
De 100 ptas.	hay	31	en el kg.		De 5 ptas.	hay	40	en el kg.
— 50	—	62	—		— 2	—	100	—
— 25	—	124	—		— 1	—	200	—
— 20	—	155	—		— 0,50	—	400	—
— 10	—	310	—		— 0,20	—	1.000	—
— 5	—	620	—					

305. Valor relativo de las monedas.—El valor relativo de las monedas se funda en la siguiente convención:

En *igualdad de peso*:

El *oro*	vale:	1º 15½	veces más que la *plata.*
		2º 310	veces más que el *bronce.*
La *plata*	—	1º 15½	veces menos que el *oro.*
		2º 20	veces más que el *bronce.*
El *bronce*	—	1º 310	veces menos que el *oro.*
		2º 20	veces menos que la *plata.*

Ya que 5 gramos de *plata* amonedada valen 1 peseta, 1 gramo vale $\frac{1}{5}$ de pta., y 1 kilogramo $\frac{1 \times 1.000}{5}$ ó sea 200 ptas.

Por consiguiente 1 kilogramo de *oro* amonedado vale 200×15,5 ó sea 3.100 ptas., y 1 gramo, 3.10 ptas.

1 kilogramo de *bronce* vale $\frac{200}{20}$, es decir 10 ptas., y 1 gramo vale 1 céntimo.

306 De lo expuesto se deduce que, *en igualdad de valor*:

El *oro*	pesa	1º $15\frac{1}{2}$	veces menos que la *plata*.
		2º 310	veces menos que el *bronce*.
La *plata*	—	1º $15\frac{1}{2}$	veces más que el *oro*.
		2º 20	veces menos que el *bronce*.
El *bronce*	—	1º 20	veces más que la *plata*.
		2º 310	veces más que el *oro*.

1 pta. en *plata* pesa 5 gramos; 1 pta. en *oro* pesará $\frac{5}{15,5}$ ó sea 0 g. 322.580; y 1 pta. en *bronce* pesará 5×20, esto es 100 gramos.

307. Notas.—I. Las monedas de oro y las de plata de 5 ptas. tienen curso forzoso entre particulares. El curso forzoso de las demás monedas de plata y de bronce tienen un límite que ee, en las primeras, de 50 ptas., y en las segundas, de 5 ptas. El Estado recibe unas y otras sin limitación alguna.

II.—Carecen de curso legal las monedas de oro, cuando llegan a perder de su peso 1/2 por ciento a la tolerancia en feble. Lo mismo sucede con las de plata de a 5 ptas. si la pérdida de peso es de 1 o/o, y con las demás de plata si es de 5%.

EJERCICIOS ORALES Y DE CALCULO MENTAL

1814. ¿Cuál es el submúltiplo de la peseta que expresa: 1º décimas; — 2º centésimas?

1815. ¿Cuántas monedas: 1º de un céntimo se recibirán por una moneda de 1 pta.; — 2º de 2 céntimos por una moneda de 2 pesetas; — 3º de 5 céntimos por una moneda de 10 pesetas?

1816. ¿Cuántas monedas: 1º de 1 céntimo se necesitan para tener 1,25 pta.; — 2º de 2 céntimos para tener 6,50 ptas.; — 3º de 5 céntimos para tener 25,45 ptas.?

1817. ¿Cuál es el peso de 1 pta.: 1º en oro; — 2º en plata; — 3º en bronce?

1818. Dígase el valor de 1 gramo: 1º en oro acuñado: — 2º en plata acuñada; — 3º en bronce acuñado.

1819. ¿Cuál es el procedimiento más sencillo y fácil para valuar una suma en oro o plata cuyo peso es conocido?

1820. ¿Cuáles son los metales que entran en la composición: 1º de las monedas de oro; — 2º de las monedas de plata; — 3º de las monedas de bronce?

1821. ¿Cómo se encuentra la ley, conociendo el peso del metal fino y el peso total?

1822. ¿Cómo se encuentra el peso del metal fino, conociendo el peso total y la ley?

1823. ¿Cómo se encuentra el peso total, conociendo el peso del metal fino y la ley?

1824. ¿Qué son 5 décimos respecto de la peseta?

1825. ¿Qué son 8 décimos respecto de la peseta?

1826. ¿Qué son 50 céntimos respecto de la peseta?

1827. ¿Qué son 25 céntimos respecto de la peseta?

1828. ¿Qué son 75 céntimos respecto de la peseta?

1829. ¿Cuántas pesetas hay: 1º en 10 décimos; — 2º en 57 décimos; — 3º en 4.789 céntimos; — 4º en 100 céntimos; — 5º en 16.789 céntimos; — 6º en 74.678 céntimos?

1830. ¿Cuántos céntimos hay: 1º en 1 peseta; — 2º en 10 pesetas; — 3º en 206 ptas.; — 4º en 1 décimo; — 5º en 27 décimos; — 6º en 642 décimos?

PROBLEMAS

1831. ¿Cuál es el valor de una suma en oro compuesta de 4 monedas de 5 ptas.; 7 de 10 ptas.; 11 de 20 ptas. y 9 de 50 ptas.?

1832. ¿Cuál es, en pesetas, el valor de las sumas en oro que pesan: 1º 900 g.; — 2º 125 g.; — 3º 4 kg.; — 4º 1 kg.?

1833. ¿Cuál es el peso de las sumas en oro que valen: 1º 15 ptas.; 2º 75 ptas.; 3º 375 ptas.; — 4º 750 ptas.?

1834. ¿Cuál es el peso de las sumas siguientes en oro: 1º de 20 monedas de 5 ptas.; — 2º de 35 de 10 ptas.; — 3º de 40 de 20 ptas.?

1835. ¿Cuál es el valor de las sumas en oro que pesan. 1º 64 g. 51 cg.; — 2º 322 g. 58 cg.; — 3º 161 g. 29 cg.?

1836. ¿Cuáles son el peso y el valor de las sumas en oro, en las cuales el metal fino pesa: 1º 292 gramos 500 miligramos; — 2º 1.451 gramos 25 centigramos?

1837. Para acuñar una barra de oro, ¿qué peso de oro debe mezclarse: 1º con 45 gramos de cobre; — 2º con 60 gramos; — 3º con 125 gramos?

1838. Un cáliz de plata, ley de 0,800, pesa 9 hg. 5 dag.; ¿cuál es el peso del metal fino que entra en la aleación?

1839. ¿Qué cantidad de cobre se debe alear con 5 hectogramos de plata para tener una barra, de ley de 0,800?

1840. Un cubierto de plata, de ley de 0,950, pesa 165 gramos; ¿cuál es el peso de la plata pura contenida en él?

1841. ¿Qué cantidad de plata pura contiene una custodia, aleada conforme a la ley de 0,840, si pesa 2 hg. 5 g.?

1842. Una suma en monedas de oro pesa 116 g. 666 mg.; ¿cuál es el peso de la misma suma: 1º en plata; — 2º en bronce?

1843. Una suma de plata pesa 2.978 g. 03; ¿cuál es el peso de la misma suma: 1º en monedas de oro; — 2º en monedas de bronce?

1844. Una suma en monedas de bronce pesa 63 kg.; ¿cuál es el peso de la misma suma: 1º en monedas de oro; — 2º en monedas de plata?

1845. ¿Cuántos gramos de cobre deben alearse con 300 de plata para obtener 0,9 de ley?

1846. ¿Cuánto vale una barra de oro que tiene la ley de las monedas, y en que entran 15 g. de cobre?

1847. Una cadenilla de oro pesa 200 g. y encierra 40 g. de cobre; ¿cuál es su ley, y cuál su valor al precio del oro amonedado?

1848. Dígase el peso de una suma de 1.325,35 ptas. compuesta de 1.000 ptas. en oro, 324 ptas. en plata, y lo demás en bronce.

1849. Una vasija cuyo peso es de 130 g. y su capacidad 30 centilitros, se llena de agua destilada. Calcúlese la suma en plata necesaria para equilibrarla.

1850. Calcúlese el peso de la plata pura contenida en 400 ptas. si la mitad de la suma se compone de monedas de 5 ptas. y lo demás de monedas de 1 pta.

1851. Un portamonedas lleno de piezas de oro pesa 684 g., y vacío, 40 g. ¿Cuál es la suma que encierra?

NUMEROS COMPLEJOS

Nociones generales

308. Definición.—*Números complejos* son los concretos que constan de varias partes de diferente especie, pero que se refieren a una misma medida, y cuyo sistema de numeración no es decimal.

Así, 3 años 4 meses 15 días; y 43 grados 18 minutos 17 segundos, son números complejos.

Los números complejos se emplean en los pesos y medidas de los países que aún no han adoptado el sistema métrico, y sobre todo en la *medida del tiempo*, y en la *división de la circunferencia* y *valuación de los ángulos.* (1).

309. Medida del tiempo.—El año civil se divide en 365 *días* repartidos en 12 *meses;* el día se divide en 24 *horas;* la hora, en 60 *minutos*, y el minuto, en 60 *segundos.*

Las subdivisiones de los segundos se escriben ordinariamente en quebrado decimal. Los días, horas, minutos y segundos se indican respectivamente por las letras *d, h, m, s;* así, 3 días 15 horas 20 minutos y 30 segundos, se escriben: 3d 15h 20m 30s, —El año *bisiesto* tiene 366 días; por convención, son bisiestos los años cuyo milésimo es divisible por 4. Así, fueron bisiestos los años 1888, 1892, 1896. Los *años seculares* no son bisiestos sino cuando las centenas del milésimo son divisibles por 4. Así, los años 1800 y 1900 no fueron bisiestos porque 18 y 19 no son divisibles por 4; pero lo será el año 2000.

Entre comerciantes, se suele considerar el año de 360 días; entonces se llama año *comercial.*

(1) Para las medidas antiguas y su equivalencia con las del sistema métrico, véanse los cuadros pág. 225.

310. División de la circunferencia.—La circunferencia se divide en 4 *cuadrantes;* el cuadrante, en 90 *grados*; el grado, en 60 *minutos*, y el minuto, en 60 *segundos*. Las fracciones de segundo se escriben en forma de quebrados comunes o decimales.

Los grados, minutos y segundos se indican respectivamente por los signos º, ', "; así, 17 grados 32 minutos 19 segundos, se escriben: 17º 32' 19".

Transformación de los números complejos

311. 1ra. TRANSFORMACION.— Convertir un número complejo a incomplejo equivalente, de orden inferior.

Redúzcanse a segundos 13º 17' 18".

Como 1 grado vale 60', los 13º valdrán 60×13=780' 780'+17'=197';
1 minuto vale 60", los 797' valdrán 60×797=47.820",
y añadiendo los 18" dados, tenemos 47.838".

```
    13º
 ×  60
  780'
 +  17'
  797'
 ×  60
 47.820"
 +  18"
 47.838"
```

312. REGLA—Para convertir un número complejo a incomplejo equivalente de orden inferior, se reducen sus unidades de orden superior al orden inferior inmediato, y se suman con las de este orden que haya en el complejo; se hace lo mismo con esta suma, y así sucesivamente.

Aplicación.—Reducir a onzas, 10 arrobas, 15 libras, 10 onzas.

1 arroba vale 25 libras, 10 arrobas valdrán 25×10=250; 250+15=265; 1 libra vale 16 onzas, 265 libras valdrán 16×265 =4.240; 4.240+10=4.250.

```
   10 arrobas
 × 25
  250 libras
 + 15
  265
 × 16
 1590
 265
 4240 onzas
 + 10
 4250 onzas
```


313. 2ª TRANSFORMACION.—Convertir un número incomplejo de especie inferior a complejo equivalente.

Conviértanse 3.745.314 segundos a días, horas, minutos y segundos.

```
3 745 314 | 60
  145     |--------
   253    | 62 421 | 60
    131   |  2 42  |--------
     114  |        |  104     | 24
          |        |          |-----
          |        |          | 4 d
Residuo 54 s. | Residuo 21 m. | Residuo 8 h |
```

Este número contendrá tantos minutos cuantas veces 60 segundos estén contenidos en 3.745.314 segundos; resultan 62.421 m. con un residuo de 54 s. Del mismo modo, encontraremos tantas horas cuantas veces 60 minutos estén contenidos en 62.421; resultan 104 h. con un residuo de 21 m. En fin habrá tantos días cuantas veces 24 horas estén contenidas en 104; resultan 4 días con un residuo de 8 h.

Luego, 3.745.314 s=4d 8h 21m 54.

314. REGLA.—Para reducir un número incomplejo a complejo equivalente, se reduce el incomplejo propuesto a la especie superior inmediata; el cociente se reduce a la especie inmediata superior siguiente, y así sucesivamente hasta obtener un cociente de la especie superior del complejo, o bien un cociente cero. El último cociente y los residuos de las divisiones respectivas componen el complejo equivalente al incomplejo propuesto.

Aplicación. — Reducir 56 845 farthings á complejo.

Ya que 4 farthings valen 1 penique, que 12 peniques valen 1 chelín, y que 20 chelines valen 1 libra esterlina, tendremos:

```
56 845  | 4
16      |--------
   8    | 14 211 | 12
    4   |  2 2   |--------
     5  |  1 01  | 1 184  | 20
    1f. |     51 |   184  |------
        |     3p.|  4 ch. | 59 £
```

Luego, 56.845 f.=59 £ 4 ch. 3 p. 1 f.

Operación con los números complejos

Con los números complejos se ejecutan las mismas operaciones que con los números ordinarios, con tal que aquéllos se conviertan previamente en unidades de la menor denominación.

En la suma y en la resta, los datos han de ser homogéneos.

Adición

315. *Háganse las sumas siguientes:*

1er Ejemplo

(1	(1	
17d	14h	35m
39	8	50
53	13	23
110d	12h	48m

2º Ejemplo

(1	(2	
17°	35'	38''
31	18	58
13	47	54
62°	42'	30''

En el primer ejemplo, empecemos por la derecha. La suma de los minutos da 108m, que valen 1 hora que se lleva a la columna siguiente, y 48 minutos que se escriben; la suma de las horas da 36h, que valen un día que e lleva a la columna siguiente, y 12h que se escriben; la suma de los días da 110d.

La operación es idéntica en el 2º ejemplo.

316. **REGLA.—Para sumar los números complejos, se colocan unos debajo de otros de modo que se correspondan las unidades de igual denominación. En seguida, empezando por la derecha, se suman las unidades de cada columna; del total de la primera columna se sacan las unidades de la denominación inmediatamente superior, si las hubiere, para agregárselas; se escriben debajo de la raya las que sobren, o cero en el caso de no quedar ninguna. Se continúa hasta la última columna, con lo cual se termina la operación..**

Sustracción

317. *Efectúense las sustracciones siguientes:*

1er Ejemplo

131°	17'	49''
19°	12'	34''
112°	5'	15''

2º Ejemplo

36sem	3d	12h	43m
9sem	3d	15h	47m
26sem	6d	20h	56m

Para el primer ejemplo no hay dificultad alguna.

Análisis del 2º ejemplo.—Empezando por la derecha, noto desde luego que 47 m. no pueden restarse de 43, por lo cual tomo a 12 horas 1 hora, que vale 60 minutos, los cuales añadidos a los 43, dan 103; 103—47=56. Pasando a las horas, veo que no se pueden restar 15 horas de las 11 que quedan. Tomo de 3 días 1 día, que vale 24 h., las cuales añadidas a 11 dan 35 h.; 35—15=20 h., y así sucesivamente.

Luego la resta es 26sem 6d 20h 56m.

318. **REGLA.—Para restar los números complejos, se escribe el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las unidades de la misma denominación, y empezando por la derecha, se restan sucesivamente las unidades del sustraendo de sus correspondientes del minuendo. Si un número del sustraendo fuere mayor que su correspondiente del minuendo, se agrega a éste una unidad de la denominación inmediata superior, reduciéndola a unidades de la denominación que se resta; y al restar la denominación siguiente, se quita del minuendo la unidad tomada ya, o se la añade al sustraendo para que haya compensación. Se continúa del mismo modo la operación hasta que se hayan restado todos los términos.**

Multiplicación

319. *Multiplíquense* 4 *años* 10 *meses* 18 *días por* 7.

4a	10m	18d
		7
34a	2m	6d

Empezando la operación por la derecha, digo: 7 veces 18 días dan 126, que valen 4 m. 6 d; escribo 6 y llevo 4; 7 veces 10 meses dan 70 m. más 4 que llevo, son 74 ó 6 años 2 meses; escribo 2 y llevo 6; por fin, 7 veces 4 años dan 28 a, y 6 que llevo son 34 años, que completan el producto.

320. REGLA.—Para multiplicar un número complejo por otro incomplejo, se multiplica cada especie de unidad del multiplicando por el multiplicador, se sacan de cada producto las unidades que contenga de la especie inmediatamente superior, partiendo dicho producto por el número de unidades de la especie inferior que contiene ésta. Si queda residuo, se lo escribe debajo de la raya en su columna respectiva, y se lleva el cociente para sumarlo con el producto de la especie siguiente.

321. Nota.—Cuando se ha de multiplicar un número complejo por otro, se suele reducir los dos números a incomplejos de la última especie. Entonces el multiplicando es un número entero, y el multiplicador un número fraccionario cuyo denominador indica cuántas veces el orden menor está contenido en el mayor.

Ejemplo. *Multiplíquense 6 horas 25 minutos 4 segundos, por 3º 42'.*

6h 25m 4s valen 23 104 segundos.

3º 42' valen $3 \times 60 + 42'$, ó sea $\frac{222}{60}$ de grados.

Multiplicando 23.104 por $\frac{222}{60}$, el producto representará segundos.

División

322. *Hállese el cociente de* 309º 27' 52" *por* 25.

309º 27' 52"	25
59	12º 22' 42" $\frac{22}{25}$ de segundo
$9 \times 60 = 540$	
567'	
67	
$17 \times 60 = 1020$	
1072"	
72	
22	

Dividiendo 309º por 25, resultan 12º en el cociente y 9 de residuo; como un grado vale 60', los 9º valdrán $60 \times 9 = 540'$, más los 27 del dividendo, lo que da 567', que, divididos por 25, dan 22' en el cociente, y así en adelante. El cociente pedido es 12º 22' 42" $\frac{22}{25}$ de segundo.

323. REGLA.—Para dividir un número complejo por un incomplejo, se empieza, como en la división ordinaria, por las unidades de orden superior, dividiendo cada unidad por el divisor.

Si hay residuos, se lo reduce a la mitad del orden inferior inmediato y se añaden al producto las de la misma denominación que haya en el dividendo, cuyo total se divide por el divisor.

Se continúa la operación del mismo modo hasta la última denominación dada.

324. Nota.—Si hubiera que dividir un número complejo por otro, se podrían reducir ambos a unidades del orden inferior; en seguida, 1º si las unidades son de la misma especie, se hace la división con los números obtenidos; 2º si las unidades no son de la misma especie, la cuestión se convierte en la división de un quebrado por otro, siendo los denominadores respectivamente el número que indica cuántas veces el orden menor está contenido en el mayor.

Ejemplo.—*Divídanse* 80º 15' 25" *por* 12º 3' 20".

Los dos números reducidos a segundos dan respectivamente 288.925 y 43.400; hay que dividir $\frac{288\ 925}{3\ 600}$ por $\frac{43\ 400}{3\ 600}$

$$\frac{288\ 925}{3\ 600} : \frac{43\ 400}{3\ 600} = \frac{288\ 925 \times 3\ 600}{43\ 400 \times 3\ 600} = 6 + \frac{163}{248}$$

CORRESPONDENCIA DE LAS MEDIDAS METRICAS CON LAS ANTIGUAS MEDIDAS CASTELLANAS, Y VICEVERSA [1]

§ I. Medidas de longitud

1 *legua* = 3 millas.	1 *pie* = 12 pulgadas
1 *milla* = 33 1/3 cuad.	1 *palmo* = 9 pulgadas.
1 *cuadra* = 100 varas.	1 *pulg.* = 12 líneas
1 *vara* = 3 pies	1 *dedo* = 9 líneas
	1 *línea* = 12 puntos.

METRICAS	ANTIGUAS	ANTIGUAS	METRICAS
1 kilómetro	11 cuadras 968.	1 legua españ	5 km. 572 m.
1 hectómetro	1 cuadra 1968.	1 legua métr.	5 km.
1 decámetro	11 varas 968.	1 cuadra	83 m. 60
1 metro	3p. 7 pul. 0,758 lín.	1 vara	0,836 m.
1 decímetro	4 pul. 3,7236 lin.	1 pie	0,2786 m.
1 centímetro	5,1679 líneas.	1 pulgada	0,0232 m.
1 milímetro	0,5167 líneas.	1 línea	0,001935 m.

§ II. Medidas agrarias y de superficie

1 *leg. cuad.* 10.000 cuad^2.	1 *caballería* = 16 cuadras^2.
1 *yugada* 50 fanegad.	1 *cuadra^2* = 4 solares.
1 *fanegada* 576 estad^2.	1 *solar* = 2.500 varas^2.
1 *celemín* 48 —	1 *vara^2* = 9 pies^2
1 *cuartillo* 12 —	1 *pie^2* = 144 pulgs^2.
1 *aranzada* 400 —	1 *pulgada^2* = 144 líneas^2.
1 *estadal^2* 16 varas^2.	1 *línea^2* = 144 puntos^2.

(1) Las antiguas medidas castellanas han sido tomadas de las leyes: 1, 2, 3 y 4 del tit. 13 lib. 9º de la *Recopilación Castellana*: o leyes 1, 2, 3, 4 y 5 del tit. 9, lib. de la *Novísima Recopilación*.

La vara de Burgos, que equivale a 0 m. 836, sirve de base al cálculo de estas tablas.

METRICAS	ANTIGUAS	ANTIGUAS	METRICAS
1 Mm^2.	3,22 leguas^2	1 legua^2	3105,5 hectáreas.
1 km^2.	155,289 fans.	1 yugada	32,298 hectáreas.
1 hm^2. ó hectárea	894,469 estad.	1 caballería	11,1798 hectáreas
1 dam^2. ó área.	143,0828 var^2	1 cuadra^2	69,8737 áreas.
1 m^2 ó centiárea.	1,4308 vara^2	1 fanegada	64,596 áreas.
1 dm^2.	0,1288 pie^2	1 aranzada	44,729 áreas.
1 cm^2.	1,854 pulg^2	1 solar	17, 4684 áreas
1 mm^2.	0,2670 lín.^{2}	1 vara^2	0,6988 m^2.

§ III. Medidas de volumen

1 *vara cúbica* = 27 pies cúbicos.
1 *pie cúbico* = 1.728 pulgadas cúbicas
1 *pulg. cúbica* = 1.728 líneas cúbicas.

METRICAS	ANTIGUAS	ANTIGUAS	METRICAS
1 m^3	1 ,711516 var^3.	1 vara^3.	0.584277 m^3.
1 dm^3.	79,8527 pul^3.	1 pie^3.	0,021624 m^3.
1 cm^3.	0,079852 pul^3.	1 pulgada^3	0,012519 dm^3
1 mm^3.	0,137985 lín^3.		

§ IV. Medidas de capacidad
(para áridos)

1 *cahiz* = 12 fanegas.	1 *celemín* = 4 cuartillos.
1 *fanega* = 4 cuartillas.	1 *cuartillo* = 4 ochavos.
1 *cuartilla* = 3 celemines.	1 *ochavo* = 4 ochavillos.

(para líquidos)

1 *moyo* = 16 cántaras.	1 *azumbre* = 4 cuartillos.
1 *cántara* = 8 azumbres	1 *cuartillo* = 4 copas.

METRICAS	ANTIGUAS	ANTIGUAS	METRICAS
1 litro	3,46 ochavos.	1 cahiz	6,30168 hl.
1 decalitro	2,285 celem.	1 fanega	52,514 lit.
1 hectolitro	1,9042 faneg.	1 cuartilla	13,128 lit.
1 kilolitro	1 cah. 7 fan. 042.	1 celemín	4,376 lit.
1 decilitro	0,346 ochavos.	1 cuartillo	1,156 lit.
1 centilitro	0,0346 ochavos.	1 ochavo	0,273 lit.
2,5824 hl.	1 moyo	1 azumbre	2,017 lit.
16,140 lit.	1 cántara	1 cuartillo	0,504 lit.

§ V. Medidas de peso

METRICAS	ANTIGUAS	ANTIGUAS	METRICAS
1 gramo.	20,32 granos	1 tonelada	908.0098 kg.
1 decagramo.	0,35241 onz.	1 quintal	45.40049 kg.
1 hectogramo.	3,5241 onz.	1 arroba	11.350125 kg
1 kilogramo.	2,2026 lib.	1 libra	45.40049 dag
1 miriagramo	22,026 lib.	1 onza	28,3753 g.
1 quint. métr.	2,2026 quint.	1 adarme	1,7734 g.
1 tonelad. métr.	22,026 quint.	1 grano	0,0498 g.
1 decigramo.	2,032 gran.		
1 centigramo	0,2032 gran.		
1 miligramo.	0,02032 gran.	1 onza	37,8337 g.
		1 dracma	4,7292 g.
		1 escrúpulo	1.5764 g.
		1 óbolo	0,7882 g.
		1 gramo	0,0657 g.

Libra inglesa (*avoirdupois*) =4 g. 5 355.
Quintal inglés = 112 lbrs. ingl. =50 kg. 80
Tonelada inglesa de 20 quint. ingl. = 10 quint. métr. 16.

(ordinarias)

1 *tonelada* = 20 quintales.
1 *quintal* = 4 arrobas.
1 *arroba* = 25 libras.
1 *libra* = 16 onzas.

1 *onza* = 16 adarmes.
1 *adarme* = 3 tomines
1 *tomín* = 12 granos.

(para el aceite)

1 *arroba* = 25 libras.
1
1 *cuartilla* = $6\frac{1}{4}$ libras.
4
1 *libra* = 4 panillas.

(pesas de las farmacias)

1 *libra* = 12 onzas.
1 *onza* = 8 dracmas.
1 *dracma* = 3 escrúpulos

1 *escrúpulo* = 2 óbolos.
1 *óbolo* = 12 granos.

(para el oro)

1 *libra* = 2 marcos.
1 *marco* = 8 onzas.

1 *onza* = $6\frac{1}{4}$ castell.

1 *castellano* = 8 tomines
1 *tomín* = 3 quilates.
1 *quilate* = 4 granos.

(para la plata)

1 *libra* = 2 marcos.
1 *marco* = 8 onzas.
1 *onza* = 8 ochavos.
1 *ochavo* = 2 adarmes.
1 *adarme* = 3 tomines.
1 *tomín* = 12 granos.

(Para las piedras preciosas y las perlas)

1 *onza castellana* = 140 quilates.
1 *quilate* = 4 granos.

RELACION ENTRE LA VARA, EL METRO Y LA YARDA

325. La *vara*, antigua unidad lineal en España, y en los Estados Hispano-Americanos, se usa todavía en aquellos países.

El *metro* es la unidad lineal en Francia y en los países que han adoptado el sistema métrico decimal.

La *yarda* es la medida lineal en Inglaterra y sus colonias, y en los Estados Unidos de América.

1 vara = 0m836 = 0 yardas 914.
1 metro = 1 vara 196 = 1 yarda 09.
1 yarda = 0m914 = 1 vara 09.

326. Reducciones.—1º Para reducir *metros a varas*, se añade al número de metros el 20% ó 1/5 de los mismos.

Ejemplo.— *¿Cuántas varas valen 35 metros?*

$$\text{Número de varas} = 35 + \frac{35}{5} = 42.$$

2º Para reducir *varas a metros*, se multiplican las varas por 100/120 ó 5/6.

Ejemplo.—*¿Cuántos metros hay en 42 varas?*

$$\text{Número de metros} = \frac{42 \times 5}{6} = 35.$$

3º Para reducir *metros a yardas*, ó *yardas a varas*, se añade al número de metros o de yardas el 9% de este número.

Ejemplo.—1º *¿Cuántas yardas, hay en 200 metros?*

$$\text{Número de yardas} = 200 + (2 \times 9) = 218.$$

2º *¿Cuántas varas hay en 500 yardas?*

$$\text{Número de varas} = 500 + (5 \times 9) = 545.$$

4º Para reducir *yardas a metros o varas a yardas*, se multiplican las yardas o las varas por 100/109.

Ejemplo.—1º *¿Cuántos metros hay en 436 yardas?*

$$\text{Número de metros} = \frac{436 \times 100}{109} = 400.$$

2º *¿Cuántas yardas hay en 545 varas?*

$$\text{Número de yardas} = \frac{545 \times 100}{109} = 500.$$

PROBLEMAS

1852. Redúzcanse a celemines, 10 fanegas 3 cuartillas 2 celemines.

1853. Redúzcanse a cuartillos, 10 cántaras 7 azumbres 4 cuartillos

1854. ¿Cuántos años bisiestos hubo desde 1800 hasta 1900 inclusive?

1855. ¿Cuántas horas transcurrieron desde el 1º de Enero de 1886 hasta el 31 de Diciembre de 1896?

1856. ¿Cuántos años, días y horas hay en 1.800.000 minutos?

1857. El año solar consta de 365 días y 5 horas 48 minutos 47 segundos; ¿cuántos segundos tiene?

1858. De un retazo de paño de 11 varas emplea un sastre 3 varas 2 tercias 2 pulgadas para un vestido; ¿cuánto paño le sobra?

1859. Segismundo pone 1.987 fanegas 3 cuartillas 2 celemines de trigo en 38 trojes de igual capacidad; ¿qué cantidad de trigo cabe en cada una?

1860. Guayaquil se halla a 2º 13' de latitud Sur, y Valparaíso, a 33º 2' de la misma; ¿qué diferencia de latitud hay entre estos dos puertos?

1861. Un tren del Central invierte 6 horas 18 minutos para recorrer la distancia de México a Querétaro, y un tren del Nacional 7 horas 33 minutos; ¿cuánto tiempo menos emplea el primer tren que el segundo?

1862. Al suponer la primavera de 92 días 20 horas 18 minutos; el estío, de 93 días 14 horas 35 minutos; el otoño, de 89 días 17 horas 51 minutos, y el invierno, de 89 días 50 minutos, ¿cuánto tiempo la primavera y el estío juntos han durado más que el otoño y el invierno?

1863. Si un zapatero necesita 9 horas 36 minutos 48 segundos, para hacer un par de botas, ¿cuánto tiempo necesitará para fabricar 12 pares semejantes?

1864. Si 12 ángulos iguales tienen juntos 367º 28' 17", calcúlese el valor de un ángulo.

1865. Trece resmas 5 manos 3 cuadernillos de papel me costaron $ 27. ¿A cómo me sale la resma?

1866. He comprado 450 quintales 3 arrobas de azufre a $ 18,40 el quintal; ¿cuánto he pagado?

1867. Un comerciante inglés ha comprado 21.600 naranjas a razón de 0,50 ptas. la docena: ¿cuál es, en libras esterlinas, chelines y peniques el importe de la compra?

1868. Si 30 cuartillas de trigo importan $ 46,50, ¿a cómo resulta el hectolitro?

1869. Redúzcanse 45 metros: 1º a varas; 2º a yardas.

1870. Redúzcanse 1.308 varas: 1º a metros; 2º a yardas.

1871. Redúzcanse 1.962 yardas: 1º a metros; 2º a varas

1872. La compra de 5 arrobas 2 libras 9 onzas de una mercadería ha importado $ 138; ¿cuánto vale una arroba?

1873. Si un paso de hombre es de 0 m. 80, calcúlese el tiempo que necesitará un viajero para recorrer 40 km., dando 100 pasos por minuto.

1874. Un correo que recorre 10 km. 1/2 por hora ha salido hace ya 3 horas, cuando sale en pos de él otro correo que anda 13 km. por hora. ¿Cuántas horas y minutos necesitará el segundo para alcanzar al primero?

1875. La distancia de París a Madrid, medida en una esfera terrestre, es de 9 grados. Calcúlese esta distancia en leguas de 4 km.

APENDICE PARA LA REPUBLICA DE COLOMBIA

Algunos datos referentes a medidas que no se ajustan al sistema métrico decimal.

En Colombia obliga el uso del sistema métrico decimal por lo menos en los actos oficiales. Sin embargo es del todo necesario conocer ciertas medidas que no siguen a dicho sistema. Enumeraremos las usuales en ciertos negocios.

La vara

Medida de longitud que equivale aproximadamente a 80 ctms. Es igual a los 4/5 de un metro o a los 8/9 de una yarda.

Reducción de metros a varas.—Para reducir metros a varas se multiplica el número de metros por el quebrado 5/4.

EJEMPLO.—*Reducir 80 metros a varas.*

Multiplicamos a 80 por 5/4: $\frac{80\times5}{4}=100$ varas.

Reducción de varas a metros.—Para reducir varas a metros se multiplica el número de varas por el quebrado 4/5.

EJEMPLO.—*Reducir 150 varas a metros.*

Multiplicamos a 150 por 4/5: $\frac{150\times4}{5}=120$ metros.

La yarda

Medida de longitud que equivale a 90 ctms. Es igual a los 9/10 de un metro o a los 9/8 de una vara.

Reducción de metros a yardas.—Para reducir metros a yardas se multiplica el número de metros por el quebrado 10/9.

EJEMPLO.—*Reducir 150 metros a yardas.*

Multiplico a 150 por 10/9: $\frac{150 \times 10}{9} = 166{,}66$ yardas.

Reducción de yardas a metros.—Para reducir yardas a metros se multiplica el número de yardas por el quebrado 9/10.

EJEMPLO.—*Reducir 60 yardas a metros.*

Multiplico a 60 por 9/10: $\frac{60 \times 9}{10} = 54$ metros.

Reducción de varas a yardas.—Para reducir varas a yardas se multiplica el número de varas por el quebrado 8/9.

EJEMPLO.—*Reducir 45 varas a yardas.*

Multiplicamos a 45 por 8/9: $\frac{45 \times 8}{9} = 40$ yardas.

Reducción de yardas a varas.—Para reducir yardas a varas se multiplica el número de yardas por el quebrado 9/8.

EJEMPLO.—*Reducir 80 yardas a varas.*

Multiplicamos a 80 por 9/8: $\frac{80 \times 9}{8} = 90$ varas.

El pie

Medida de longitud equivalente a 27,8 cms. El pie inglés equivale a 30 centímetros, medida comúnmente aceptada.

La pulgada

Medida de longitud equivalente a 2,5 cms.

La braza

Medida de longitud equivalente a 1,672 metros.

La cuadra

Medida de longitud equivalente a 80 metros o a 100 varas.

La legua métrica

Medida de longitud equivalente a 5000 metros.

La milla

Medida de longitud equivalente a la tercera parte de una legua.

MEDIDAS DE SUPERFICIE

La fanegada

Medida de superficie equivalente a 6400 metros cuadrados.

Medidas de capacidad

La cuartilla equivale a 4 puchas o a 4,5 litros.
El palito equivale a 2 cuartillas o a 9 litros.
El almud equivale a 2 palitos o a 18 litros.
La fanega equivale a 12 almudes o 216 litros.

Medidas de peso

La onza equivale a 30 gramos.

La libra equivale a 16 onzas o a 500 gramos.

La arroba equivale a 25 libras o a 12,5 kilogramos.

El quintal equivale a 4 arrobas o a 50 kilogramos.

La tonelada equivale a 20 quintales o a 1000 kilogramos.

NOTA: Téngase en cuenta que el quintal métrico es igual a 100 kilogramos.

Medidas de peso para metales finos

El castellano equivale a 5 gramos.

El quilate es igual a la quinta parte de un gramo. Si se dice que un pedazo de oro es de 15 quilates esto quiere decir que sobre 24 partes de este oro 15 son de oro puro y 9 de liga.

Monedas

En muchos casos es necesario saber reducir los chelines y peniques a fracciones decimales de libra esterlina.

Téngase en cuenta que la libra esterlina vale 20 chelines, el chelín 12 peniques y el penique 4 farthings. Si una libra esterlina equivale a 20 chelines, 2 chelines valdrán 0,1 de libra esterlina y 1 chelín será exactamente igual a 0,05 de libra esterlina; como 1 chelín equivale a 12 peniques la fracción decimal de libra esterlina equivalente a 1 penique será $\frac{0,05}{12} = 0,00416$.

Un farthing es aproximadamente igual a 0,001 de libra esterlina.

Según estos datos podemos formar el siguiente

CUADRO

para reducir chelines y peniques a decimales de libra esterlina:

Chelines	PENIQUES 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0		004	008	012	016	020	025	029	033	037	041	045
1	050	054	058	062	066	070	075	079	083	087	091	095
2	100	104	108	112	116	120	125	129	133	137	141	145
3	150	154	158	162	166	170	175	179	183	187	191	195
4	200	204	208	212	216	220	225	229	233	237	241	245
5	250	254	258	262	266	270	275	279	283	287	291	295
6	300	304	308	312	316	320	325	329	333	337	341	345
7	350	354	358	362	366	370	375	379	383	387	391	395
8	400	404	408	412	416	420	425	429	433	437	441	445
9	450	454	458	462	466	470	475	479	483	487	491	495
10	500	504	508	512	516	520	525	529	533	537	541	545
11	550	554	558	562	566	570	575	579	583	587	591	595
12	600	604	608	612	616	620	625	629	633	637	641	645
13	650	654	658	662	666	670	675	679	683	687	691	695
14	700	704	708	712	716	720	725	729	733	737	741	745
15	750	754	758	762	766	770	775	779	783	787	791	795
16	800	804	808	812	816	820	825	829	833	837	841	845
17	850	854	858	862	866	870	875	879	883	887	891	895
18	900	904	908	912	916	920	925	929	933	937	941	945
19	950	954	958	962	966	970	975	979	983	987	991	995

Para emplear el cuadro anterior se busca en la primera columna de la izquierda el número de chelines y en la parte superior el número de peniques. El número en que ambas columnas formen ángulo recto nos indicará las milésimas de libra.

EJEMPLO.—*Reducir 10 chelines y 9 peniques a milésimas de libra esterlina.*

Busco el número 10 en la columna titulada *chelines* y sigo horizontalmente hasta la columna de los *peniques* encabezada por 9; encuentro el número 537. Esto me indica que 10 chelines y 9 peniques equivalen a 537 milésimas de libra esterlina.

Si no nos queremos servir del cuadro anterior sigamos la siguiente regla:

REGLA.—Para reducir chelines y peniques a milésimas de libra esterlina tómese la mitad del número de chelines y escríbase este resultado en el lugar de las décimas; si la cantidad de chelines es impar póngase un 5 en el lugar de las centésimas.

Redúzcanse luégo los peniques a farthings y escríbase este resultado en el lugar de las milésimas; si dicho resultado es 24 o mayor que 24 se agrega 1 milésima.

EJEMPLO.—*Tomando el anterior, decimos*: la mitad de 10 es 5 (cifra de las décimas); 9 peniques valen $9 \times 4 = 36$ farthings; como el resultado es mayor que 24 agregamos 1 unidad a 36 y tendremos 37 (número de milésimas). Luego 10 chelines y 9 peniques igualan a 5 décimas y 37 milésimas o sea un total de 537 milésimas.

PARTE IV

NUMEROS PROPORCIONALES

RAZONES Y PROPORCIONES

Razones

327. Definición.—Llámese *razón* o *relación* de dos números de la misma especie, el cociente de la división del primero por el segundo.

Así, la relación de 15 a 5 es $\frac{15}{5} = 3$;

la relación de 4 a 20 es $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

328. Términos de la razón.— Los dos números que se comparan son los términos de la razón. El primer término se llama *antecedente*, y el segundo, *consecuente*.

Por ejemplo, en la razón $\frac{7}{8}$, 7 es el *antecedente*, 8 el *consecuente*.

Como se escribe una razón en forma de *quebrado*, se llaman también sus términos: *numerador* y *denominador*.

329. Razones inversas.—Dos razones son *inversas*, cuando los términos de la una son los mismos que los de la otra, pero dispuestos en orden inverso.

Así, $\frac{4}{5}$ y $\frac{5}{4}$ son razones inversas, lo mismo que $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{2}$.

Según esto, *el producto de dos razones inversas* es 1.

330. Propiedades de las razones.— Las propiedades de las razones son las mismas que las de los quebrados, y las operaciones de cálculo se ejecutan del mismo modo. Así:

Para multiplicar una razón por un número, se multiplica su antecedente o se divide su consecuente por este número (153, 1º).

Para dividir una razón por un número, se multiplica su consecuente o se divide su antecedente por este número (153, 2º).

No se altera el valor de una razón cuando se multiplican o dividen sus dos términos por un mismo número (154).

Para multiplicar una razón por otra se multiplican entre sí los antecedentes y los consecuentes (180).

Para dividir una razón por otra se multiplica la razón del dividendo por la razón del divisor invertida (186).

Proporciones

331. Definición.— Llámase *proporción* la expresión de la igualdad de dos razones.

Por ejemplo, $\frac{15}{3}=\frac{20}{4}$ en que cada razón es igual a 5.

332. Términos de la proporción.—Una proporción consta de 4 *términos*. El antecedente de la primera razón y el consecuente de la segunda son los *extremos;* el consecuente de la primera razón y el antecedente de la segunda son los *medios.*

En la proporción $\frac{15}{5}=\frac{20}{4}$, 15 y 4 son los *extremos*; 3 y 20 son los *medios.*

333. Representación y lectura de una proporción.—Para representar una proporción, se escribe una razón a continuación de la otra, separadas entre sí con el signo = (**331**); ó también del modo siguiente:

$$15 : 3 :: 20 : 4,$$

y se lee: 15 es a 3 como 20 es a 4.

334. PROPIEDAD FUNDAMENTAL.—En toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

Sea la proporción $\frac{4}{6}=\frac{14}{21}$; demostremos que:

$$4\times21=6\times14.$$

En efecto, multipliquemos estas dos razones iguales por 6×21, *producto de los consecuentes;* resulta:

$$\frac{4\times6\times21}{6}=\frac{14\times6\times21}{21}$$

Simplifiquemos:

$$4\times21=6\times14.$$

335. Cuarta proporcional.—Llámase *cuarta proporcional* cualquiera de los cuatro términos de una proporción, cuando todos ellos son diferentes.

En la proporción $\frac{14}{21}=\frac{18}{27}$, cada uno de los cuatro términos es una *cuarta proporcional* con respecto a los otros tres.

De la propiedad fundamental se deduce el medio de encontrar un término cualquiera de una proporción cuando se conocen los otros tres:

1º Si el término desconocido es un extremo, se multiplican los dos medios, y se divide el producto por el extremo conocido.

Sea la proporción $\frac{18}{15}=\frac{42}{x}.$

Tenemos (334). $18\,x=15\times42;$

luego $x=\frac{15\times42}{18}=35.$

2º Si el término desconocido es un medio, se multiplican los dos extremos, y se divide el producto por el medio conocido.

Sea la proporción $\frac{18}{x}=\frac{42}{35}$

Tenemos (334): $42\,x=18\times 35;$

luego $x=\frac{18\times 35}{42}=15.$

336. Media proporcional.—Llámase *media proporcional* cada uno de los medios de una proporción, cuando éstos son iguales. En este caso la proporción se llama continua.

En la proporción $\frac{4}{6}=\frac{6}{9}$, 6 es una *media proporcional* entre 4 y 9.

La medida proporcional se llama también *medida geométrica.*

Sea la proporción $\frac{8}{x}=\frac{x}{18}$, en la cual x es media proporcional entre 8 y 18.

La propiedad fundamental da:

$x^2=8\times 18$ ó $144;$

luego $x=\sqrt{144}=12.$

Por lo tanto, en toda proporción continua, el término medio es igual a la raíz cuadrada del producto de los extremos; o de otro modo:

La media geométrica entre dos números es igual a la raíz cuadrada del producto de estos números.

367. Tercia proporcional.—Llámase *tercia proporcional* el primero o el cuarto término de una proporción continua.

En la proporción $\frac{9}{6}=\frac{6}{4}$, 9 es un *tercia proporcional* con respecto a los otros términos; lo mismo es el 4.

Sea la proporción $\frac{5}{10}=\frac{10}{x}.$

Tenemos (**334**): $5\,x=10\times 10;$

de donde $x=\frac{100}{5}=20.$

Luego, **para encontrar una tercia proporcional se divide el cuadrado de un medio por el extremo conocido.**

Magnitudes proporcionales

338. Definición.—*Magnitud* es todo cuanto puede *contarse* o *medirse* , como por ejemplo los árboles de un jardín, la longitud de una pieza de paño, cierta cantidad de pan, de vino, etc.

339. Magnitudes directamente proporcionales.— Dos magnitudes variables son *directamente proporcionales* cuando, haciéndose una de ellas 2, 3, 4...., m veces mayor o menor, la otra se hace también 2, 3, 4...., m veces mayor o menor.

Son directamente proporcionales:

El salario de un obrero y la duración de su trabajo;

El precio de una mercancía y su peso, si esta mercancía se vende según el peso;

El trabajo ejecutado y el número de obreros empleados en él;

El camino recorrido por un móvil que marche siempre con igual velocidad, y el tiempo; etc.

340. Magnitudes inversamente proporcionales.—Dos magnitudes variables son *inversamente proporcionales* cuando, haciéndose la primera 2, 3, 4... , m veces mayor o menor, la segunda se hace 2, 3, 4...., m veces menor o mayor.

Son inversamente proporcionales:

El número de obreros y el tiempo que emplean en ejecutar un trabajo dado;

La velocidad de un tren y el tiempo empleado para recorrer un espacio dado;

El largo y ancho de una pieza de tela en que se ha empleado igual cantidad de hilo; etc.

341. Nota.—Sucede a menudo que una cantidad es directamente proporcional a una o más, e inversamente proporcional a otras.

Así, el tiempo que se emplea en construír una casa es *directamente proporcional a las* dimensiones de las paredes, e *inversamente proporcional* al número de operarios que trabajen, y al número de horas de trabajo diario.

REGLA DE TRES

342. Definiciones.—Regla de tres es una operación por medio de la cual se busca el cuarto término de una proporción, de la cual se conocen los otros *tres*.

La regla de tres es *simple* **cuando cada término** de la proporción está representado por un solo número, o sólo se consideran dos especies de magnitudes.

Es *simple* y *directa* cuando las dos magnitudes son *directamente* proporcionales.

Es *simple* e *inversa* cuando las dos magnitudes son *inversamente* proporcionales.

La regla de tres es *compuesta* cuando se aplica a más de dos magnitudes.

Las reglas de tres pueden resolverse por el método de *reducción a la unidad* o por las *proporciones*.

Regla de tres simple y directa

343. PROBLEMA Un ciclista ha recorrido 150 kilómetros en 5 horas; ¿cuántos recorrerá en 7 horas?

Disposición de los datos

150 km	5 horas
x	7 —

1º *Método de reducción a la unidad.*—Si en 5 horas el ciclista recorre 150 kilómetros, en *una* hora, recorrerá un número de km. 5 veces menor, ó $\frac{150}{5}$,

y en 7 horas, un número 7 veces mayor, ó $\frac{150\times7}{5}$.

Luego $$x=\frac{150\times7}{5}=210 \text{ km.}$$

2º. *Método de las proporciones.*—Ya que las horas y los kilómetros son magnitudes *directamente proporcionales*, tenemos la proporción:

$$\frac{150}{x}=\frac{5}{7} \text{ ó } x=\frac{150\times7}{5}=210 \text{ km.}$$

344. REGLA.—En una regla de tres simple y directa, el valor de la incógnita es igual al valor de la magnitud de la misma especie, multiplicado por la razón directa de los otros dos números, esto es, por la relación del segundo con el primero.

Regla de tres simple e inversa

345. PROBLEMA.—Si 12 obreros se tardan 30 días en acabar una obra, ¿cuántos obreros serán menester para acabar la misma obra en 24 días?

Disposición de los datos

12 obreros	30 días
x	24 días

1º. *Método de reducción a la unidad.*—Si para acabar la obra en 30 días se necesitan 12 obreros, para acabarla en *un* día, se necesitarán 30 veces más obreros, ó 12×30.

y para acabarla en 24 días, 24 veces menos, ó $\frac{12\times30}{24}$.

Luego, $$x=\frac{12\times30}{24}=15 \text{ obreros}$$

2º. *Método de las proporciones.*—Siendo los obreros y los días magnitudes *inversamente* proporcionales, tenemos la proporción:

$$\frac{12}{x}=\frac{24}{30} \text{ ó } x=\frac{12\times30}{24}=15 \text{ obreros}$$

346. REGLA.—En una regla de tres simple e inversa, el valor de la incógnita es igual al primer valor de esta magnitud, multiplicado por la razón inversa de los otros dos números, esto es por la relación del primero con el segundo.

Regla de tres compuesta

347. PROBLEMA.—Para hacer 180 metros de una obra 15 obreros han trabajado 12 días, a razón de 10 horas por día; ¿cuántos días de 8 horas necesitarán 32 obreros para hacer 600 metros de la misma obra?

Disposición de los datos

15 obreros	10 horas	180 met.	12 días
32	8	600	x

1º. *Método de la reducción a la unidad.*—15 obreros, trabajando 10 horas por día, para hacer 180 metros, **necesitan 12 días.** *Uno* solo, con las mismas condiciones, necesitará 15 veces más tiempo, y 32 obreros, 32 veces menos ó

$$12\times\frac{15}{32}.$$

Si en vez de trabajar 10 horas por día, los obreros trabajan sólo *una* hora, se necesitará un número de días 10 veces mayor, y si trabajan 8 horas, un número 8 veces menor, ó

$$12\times\frac{15\times10}{32\times8}$$

Este es el tiempo empleado para hacer 180 metros; para hacer *un* metro, se necesitará un tiempo 180 veces menor, y para hacer 600 metros, 600 veces mayor, ó

$$12\times\frac{15\times10\times600}{32\times8\times180}.$$

Luego: $$x=12\times\frac{15\times10\times600}{32\times8\times180}=23\text{ días }\frac{7}{16}.$$

2º. *Método de las proporciones.*

15 obreros	10 horas	180 metros	12 días
32	8	600	x

Más obreros, *menos* días; luego razón *inversa*:

$$\frac{21}{x}=\frac{32}{15}$$

Más horas diarias, *menos* días; luego razón *inversa*:

$$\frac{12}{x}=\frac{8}{10}$$

Más metros, *más* días; luego razón *directa*:

$$\frac{12}{x}=\frac{180}{600}.$$

Así pues $$\frac{12}{x}=\frac{32}{15}=\frac{8}{10}=\frac{180}{600}.$$

Luego: $$x=12\times\frac{15\times10\times600}{32\times8\times180}=23\text{ días }\frac{7}{16}.$$

348. REGLA.—En una regla de tres compuesta, el valor de la incógnita es igual al producto del número que es de la misma especie que la incógnita, por las razones directas de las magnitudes que le son directamente proporcionales, y por las razones inversas de las magnitudes que le son inversamente proporcionales.

EJERCICIOS DE CALCULO MENTAL

1876. Un ciclista recorre 30 km. en 2 horas; ¿cuántos recorrerá en 3 horas?

1877. En 5 días, un obrero hace 35 m. de trabajo; ¿cuántos hará en 8 días?

1878. Si 8 m. de tela importan $ 16, ¿cuánto importarán 12 m.?

1879. Cuando 8 sombreros se compran en $ 24; ¿en cuánto se comprará una docena?

1880. Si 15 obreros han recibido juntos $ 45, ¿cuánto recibirán 20 obreros?

1881. En 8 horas un reloj adelanta 4 minutos; ¿cuánto adelantará en un día?

1882. Se reciben 24 litros de vino, por $ 48; ¿cuántos litros se recibirán por $ 40?

1883. Si 3 kilos de cierta mercadería importan $ 36, ¿cuánto importarán 11 kilos?

1884. Cierto trabajo se hizo en 24 horas empleando 3 obreros; ¿cuántas horas hubieran sido menester a 8 obreros para hacer el mismo trabajo?

1885. Una zanja puede cavarse en 6 días por 15 obreros; ¿cuántos días necesitarían 45 obreros?

1886. ¿Cuántos hombres deben emplearse en un trabajo para acabarlo en 9 días, si 36 hombres pueden concluírlo en 20 días?

1887. ¿Cuántos días necesitan 8 hombres para hacer tanta obra como 24 en 25 días?

PROBLEMAS

REGLA DE TRES SIMPLE

1888. Si 10 metros de tela cuestan 12 pesos, ¿cuánto costarán 7 metros de la misma tela?

1889. Si 15 metros de tela cuestan $ 25,50, ¿qué número de metros se comprarán con $ 15,30?

1890. Un obrero recibe 12 pesos por 5 jornales; ¿cuánto se le abonará por 20 días de trabajo?

1891. Un obrero gana 7 pesos en 4 días; ¿cuántos días necesita para ganar 84 pesos?

1892. De una fuente manan 20 litros de agua en 3 minutos; ¿qué volumen manará en una hora 1/4?

1893. Con 60 kg de trapos viejos, se elaboran 40 kg. de papel; ¿qué cantidad de papel se elaborará con 300 kg. de trapo?

1894. Cien kilogramos de harina de trigo dan 140 kg. de pan; ¿cuál será el peso del pan obtenido con 120 kg. de harina?

1895. Para hacer una obra 20 hombres necesitan 22 días; ¿qué tiempo emplearían 18 hombres en hacer la misma obra?

1896. Un hombre al respirar vicia cada día 7 m³ 1/2 de aire; ¿qué cantidad de aire viciará en 15 horas?

1897. Un palo de 1 m. 28 clavado verticalmente en el suelo proyecta una sombra de 0 m. 80; ¿cuál es la altura de un árbol si en el mismo momento la sombra que proyecta mide 5,60 metros?

1898. Si por 44 kg. de carne se pagan $ 38,20, ¿cuánto se pagará por 90 kg.?

1899. En 12 días, un obrero gana $ 21,60, ¿cuánto ganará en 30 días?

1900. En 30 días un obrero gana $ 60; ¿en cuántos días ganará $ 210?

1901. Trabajando durante 20 días un obrero ha ganado $ 30; ¿cuánto hubiera ganado trabajando 6 días más?

1902. ¿Cuántos kilogramos de pan se necesitan para alimentar a 150 hombres, sabiendo que con 130 kg. se alimentan a 65?

1903. Si 140 metros de paño cuestan $ 352, ¿cuánto costarán 200 metros de dicho paño?

1904. El transporte de 3.678 kg. de mercaderías cuesta 354 pesos; ¿cuánto se pagará por el transporte de 10.712 kg de la misma mercadería a igual distancia?

1905. Fernando ha recibido $ 1.758,75 por la venta de 418 áreas 95 centiáreas de terreno; ¿cuánto recibirá por 15 hectáreas, vendiéndolas al mismo precio?

1906. Para atraer la bendición de Dios sobre mi negocio, me propongo dar $ 5 a los pobres cada vez que ganare $ 150; ¿cuánto habré ganado cuando dé una limosna de $ 127?

1907. ¿Cuánto cuesta una docena de granadas, cuando 100 cuestan 5 pesos?

1908. Si se necesitan 41 hombres para hacer 287 metros de una obra, ¿cuántos metros harán 31 hombres?

1909. En 12 minutos se sacan 2 metros cúbicos de agua; ¿cuántas horas se necesitarán para vaciar una cisterna de 4 metros de longitud por 3 de anchura y 2,50 de profundidad?

1910. Un sombrerero vende 117 sombreros por 936 pesos; en otra ocasión vende por 840 pesos; ¿cuántos sombreros dió en la segunda entrega?

1911. Un agrimensor ha recibido 264 pesos por 44 días de trabajo; ¿cuánto habría recibido si hubiese trabajado 14 días más?

1912. Dos piezas de tela de la misma calidad y anchura se venden la primera en 125 pesos y la segunda en 110 pesos; si mide la primera 6 metros más de largo que la segunda, ¿cuál es la longitud de cada pieza?

1913. Dos comerciantes se han asociado: el uno ha puesto 2.400 pesos y el otro 1.600. El primero saca 125 pesos de ganancia más que el otro; ¿cuál fue el beneficio total?

1914. En 6 días, 16 albañiles han construído una pared de 18 m. de largo, 6 de alto y 0,50 de espesor. ¿Cuánto hubiesen tardado, siendo sólo 12 obreros?

1915. Para cavar un pozo, se han empleado 10 obreros que han trabajado 9 horas diarias y durante 121 días; ¿cuántos días habrían empleado 15 obreros trabajando 11 horas diarias?

1916. ¿Cuántos días necesitan 8 hombres para hacer tanta obra como 26 obreros en 18 días?

1917. Para roturar una viña se necesitan 44 jornales de 10 horas; ¿cuántos serían necesarios para roturarla si los jornales fuesen de 11 horas?

1918. Doscientos veinte hombres tienen víveres para 40 días; ¿para cuánto tiempo tendrían si el número se aumentase de 60?

1919. Para embaldosar un pretil se necesitan 25 piedras sillares de 90 centímetros de largo; ¿cuántas se necesitarán si las piedras tienen 15 centímetros menos de largo?

1920. Se han pagado $ 224 por un tonel de vino de 120 litros; ¿cuánto se habría pagado si el tonel hubiese tenido 15 litros más de capacidad?

1921. Si 15 obreros hacen cierto trabajo en 10 días, ¿cuántos obreros se deberían agregar para hacer el mismo trabajo en 6 días?

1922. Una fábrica ha necesitado 15.500 kg. de carbón para producir 4.370 kg. de hierro de fundición; dígase la cantidad de carbón necesaria para la producción de 12.000 kg. de hierro fundido.

1923. Si un terreno de 8 ha. 0825 vale $ 21.147,35, ¿cuánto se pagaría por una porción cuadrada de 120 m. 75 de lado?

1924. Si se necesitan 245 litros de trigo para sembrar una hectárea de terreno, dígase la cantidad necesaria para sembrar un campo rectangular de 300 m. por 85.

1925. En 86 horas un mechero consume 270 hl. de gas que valen $ 8,15. Calcúlese: 1º la cantidad de gas que el mechero consume en 5 horas 1/2; — 2º lo que cuesta el alumbrado por hora; — 3º el precio de un metro cúbico de gas.

1926. Para hacer los 2/3 de una obra un aprendiz necesita 4 días 1/2; ¿cuánto tiempo necesitará para hacer los 5/6?

1927. Se compran 2 toneles de vino de igual calidad; el primero contiene 2 hl. 5 dal. más que el segundo y vale $ 900. Calcúlese la capacidad de cada tonel, si el segundo vale $ 400.

1928. Un tren que recorre 60 km. por hora necesita 6 horas para ir de una ciudad a otra; si sale con 1/2 hora de retraso, ¿con qué velocidad tendrá que andar para llegar a la hora señalada?

1929. Un obrero ha recibido $ 40 por 16 jornales; ¿cuánto habría recibido si hubiera trabajado 24 días más?

1930. Una fuente de 37 hl. 50 dl. agua cada 8 horas; dígase el tiempo que necesita para dar 12 m³.

1931. Siendo el peso de un hectolitro de trigo 80 kg., ¿cuál es el peso de la cosecha de un campo que ha producido 3.954 gavillas, sabiendo que 9 gavillas dan un medio hl. de trigo?

1932. Una máquina necesita 15 kg. de carbón para vaporizar 25 litros de agua por hora. ¿Durante cuánto tiempo debe funcionar para consumir 2 quintales métricos de carbón, y qué cantidad de agua se habrá vaporizado?

1933. En el supuesto de que 100 kg. de trigo den 80 kg. de harina, y 80 kg. de harina den 130 kg. de pan, dígase el número de kg. de pan que resultarán de 8 hl. de trigo pesando 75 kg. cada uno.

REGLA DE TRES COMPUESTA

1934. Doce obreros han empleado 15 días para cavar una zanja de 120 varas de largo; ¿cuántas varas de la misma cavarán 30 obreros durante 10 días?

1935. Una fuente ha dado 1.015 hl. de agua durante 8 días y 18 horas diarias; ¿cuántos dará en 38 días y 12 horas diarias?

1936. En 6 días de trabajo 12 obreros han hecho 120 metros de una obra; ¿cuántos metros harán 14 obreros trabajando 9 días?

1937. Se han pagado $ 14 para el transporte de 3.000 kg. a una distancia de 9 km.; cuanto se pagará para el transporte de 4.500 kg. a 36 km.?

1938. Un obrero trabajando 9 horas diarias, recibe $ 24,16 por 8 jornales; ¿cuánto recibirá por 18 días de trabajo, empleando 8 horas cada día?

1939. Un copista escribe 150 páginas en 15 días, trabajando 10 horas diarias; ¿cuántos días emplearía trabajando sólo 6 horas diarias?

1940. Un director de colegio ha gastado $ 800 para alimentar a 50 alumnos durante 12 días; ¿cuánto hubiera gastado para alimentar a 80 alumnos durante 18 días?

1941. Los 600 hombres de un cuartel han consumido 30.000 kg. de pan en 40 días; ¿cuántos kg. se necesitarían para alimentar a 900 hombres por espacio de 60 días?

1942. Para hacer 120 metros de una obra, 12 obreros han empleado 15 días; ¿cuántos metros harán 30 obreros trabajando 10 días?

1943. Andando un viajero 9 horas diarias, ha empleado 10 días para recorrer 360 km.; cuántos km. recorrería en 25 días andando 8 horas diarias?

1944. Un artesano ha cobrado $ 120 por un trabajo que ha durado 25 días, empleando 8 horas diarias; ¿cuánto se le pagaría si hubiese trabajado 10 horas diarias durante 30 días?

1945. Un viajero ha recorrido 20 km., andando 5 horas diarias durante 6 días; ¿cuántos km. recorrería andando 4 horas diarias durante 12 días?

1946. Con 14 kg. de hilo se ha tejido una pieza de tela de 32 metros de longitud por 0 m. 75 de anchura; ¿cuál sería la longitud de una pieza cuya anchura fuese de 0 m. 80, tejida con 12 kg. del mismo hilo?

1947. Novecientos sesenta metros de liencillo han sido tejidos en 15 días por 11 obreros que han trabajado 12 horas por día; ¿cuántos días necesitarán 15 obreros que trabajen 11 horas por día, para tejer 240 metros de la misma tela?

1948. Una guarnición de 1.800 hombres tiene víveres para 3 meses, siendo la ración de 8 hg. diarios; ¿a cuánto debe reducirse dicha ración si, aumentando la guarnición de 300 hombres, los mismos víveres deben durar 4 meses?

1949. Una cisterna puede suministrar diariamente 12 litros de agua a cada una de las 25 familias vecinas y durante 150 días; ¿a cuánto debe reducirse el consumo diario de cada familia, si el número de familias asciende a 40 y si la misma provisión debe durar 50 días más?

1950. Un artesano trabajando durante 20 días y 8 horas diarias, recibe 72 pesos; ¿cuántas horas diarias ha trabajado para concluír una obra empleando 30 días y recibiendo $ 148,50?

1951. Un viajero ha recorrido 120 km. andando 8 horas diarias durante 5 días; ¿cuántas horas diarias debe andar si quiere recorrer 192 km. en 12 días de marcha?

1952. Quince albañiles pueden edificar una pared en 24 días de 10 horas de trabajo. ¿Cuántos albañiles serían menester para hacer el mismo trabajo en 20 días de 9 horas?

1953. Para segar un campo de 30 hectáreas, 12 hombres emplearon 8 días; ¿cuántos hombres se necesitan para segar en 6 días otro campo de 45 hectáreas?

1954. Una familia compuesta de 5 personas ha gastado en una fonda 180 pesos en 8 días; ¿de cuántas personas se componía otra familia que gastó 189 pesos en 6 días, con las mismas condiciones?

1955. Ocho obreros, en 10 días trabajando 10 horas diarias, han hecho 50 metros de una obra; ¿cuántos metros harán 12 obreros, en 15 días, si trabajan 12 horas diarias?

1956. Veinte obreros han adoquinado una calle de 200 metros de largo trabajando 12 días y 12 horas por día; ¿cuántos metros harán 30 obreros en 9 días, trabajando igual número de horas?

1957. Los 24 obreros de un taller tejen 350 metros de paño en 20 días, trabajando 12 horas diarias: ¿cuántos días emplearán 20 hombres en hacer la misma obra, trabajando 8 horas diarias?

1958. ¿Cuántos obreros se necesitan para hacer 200 metros de paño en 4 días, trabajando 12 horas diarias, sabiendo que 14 obreros trabajando 6 horas diarias durante 8 días tejieron 100 metros del mismo paño?

1959. Si los 5/7 de una propiedad proporcionan $ 120 en 3 meses, ¿cuánto proporcionan los 2/3 en 1 año?

1960. Cuatro albañiles han construído una pared en 27 días, trabajando 12 horas diarias; ¿cuántos jornales de 10 horas necesitarían 18 obreros, igualmente hábiles, para construír otra pared de iguales dimensiones que la primera?

1961. Los gastos de un colegio ascienden a 1.250 pesos para el mantenimiento de 100 alumnos durante 15 días; ¿cuál será el gasto en 45 días si el colegio aumenta de 20 alumnos?

1962. Una máquina recorre 1.175 km. en 3 días de 9 horas. ¿Qué distancia recorrerá en 12 días de 8 horas?

1963. En 12 días 12 obreros que trabajan 12 horas diarias han tejido 36 piezas de paño de 25 metros cada una; ¿cuántas piezas de 50 metros de la misma calidad harían trabajando 7 obreros más?

1964. Se necesitan 125 kg. de heno para alimentar 5 caballos durante 5 días. ¿Cuántos se necesitarán para alimentar 30 caballos durante 20 días?

1965. Una guarnición de 3.500 hombres ha comido 34.125 kg. de pan en 13 días; ¿cuántos kilos serían menester a 4.275 hombres para 45 días?

1966. Tres obreros, trabajando 7 horas diarias, han labrado 6 m. 25 de cierto género en 4 días. ¿Cuánto tiempo necesitarán 8 obreros trabajando 5 horas diarias para hacer 18 m. 75 del mismo género?

1967. Un trabajo puede hacerse por 24 hombres en 18 días de 9 horas. Si se desea que este trabajo quede hecho por 36 obreros en 12 días, ¿cuántas horas diarias tendrán que trabajar?

REGLA DE INTERES

Definiciones

349. *Regla de interés* es una operación por medio de la cual se calcula la ganancia que produce una suma prestada, con arreglo a un tanto por ciento y un tiempo determinados.

350. En una regla de interés, se consideran el *capital*, el *interés* o *rédito*, el *tanto por ciento* y el *tiempo*.

Capital es la suma prestada; el que presta un capital se llama *prestamista.*

Interés o *rédito* es el beneficio que saca el prestamista.

Tanto por ciento es el interés que se paga por cada $ 100 ó 100 pesetas, etc., que se han recibido en préstamo, durante la unidad de tiempo, que por lo regular es un año.

Tiempo es el número de años, de meses o de días que queda impuesto un capital.

El año se considera como de 360 días, y los meses de

30 días. Sin embargo, para valuar el tiempo que ha transcurrido entre dos fechas, se cuentan todos los días, incluso el primero, y excluso el último.

351. Interés simple.—El interés se llama *simple* cuando, al fin de cada año, no se acumula al capital para devengar interés en los años siguientes.

352. Interés compuesto. — El interés se llama *compuesto* cuando, al fin de cada año, el interés se agrega al capital para devengar nuevos intereses.

En este curso, sólo trataremos del *interés simple.*

353. Nota.—Los problemas de interés no son otra cosa sino reglas de tres compuesta, y se resuelven según la regla dada (**348**).

Para resolver cualquiera de los cuatro casos de la regla de interés por medio de las proporciones, se admite que los intereses son directamente proporcionales a los capitales y al tiempo de colocación.

El interés se representa por **I**; el capital, por **C**; el tanto, por **T**; y el tiempo, por **t**.

354. CALCULO DEL INTERES.—Problema.—¿Qué interés producirá un capital de $ 12.000, colocados al 5% durante 4 años?

Disposición de los datos

Capital.	Tanto e interés.	tiempo.
$ 100	$ 5	1 año
12.000	x	4

1º. *Reducción a la unidad.*—Si $ 100, en 1 año, producen $ 5 de interés, 1 peso producirá 100 veces menos, ó $\frac{5}{100}$,

y $ 12.000, 12.000 veces más, ó $\frac{5 \times 12.000}{100}$;

eso en 1 año; en 4 años, 4 veces más, ó $\frac{5 \times 12.000 \times 4}{100}$.

Luego $$x = \frac{5 \times 12.000 \times 4}{100} = \$\ 2.400.$$

2°. *Por la cuarta proporcional.*—Siendo el interés directamente proporcional al capital y al tiempo, tenemos (348):

$$x = 5 \times \frac{12\ 000}{100} \times \frac{4}{1} = \$\ 2.400$$

355. REGLA.—Para encontrar el interés, cuando se conoce el capital, el tanto y el tiempo, basta multiplicar la centésima parte del capital por el tanto y el tiempo expresado en años y fracción de año.

$$I = \frac{CTt}{100} \qquad (1)$$

Ejemplo.—*Calcúlese el interés de $ 4.500 al 6% por 150 días.*

$$I = \frac{4.500 \times 6 \times 150}{100 \times 360} = \$\ 112{,}50.$$

356. CALCULO DEL CAPITAL.—Problema.—¿Cuál es el capital que, impuesto al 6% ha producido $ 1.593,40 en 4 años 3 meses 12 días?

Disposición de los datos

Capital	Tanto e interés	tiempo
$ 100	$ 6	360 días
x	1.593.40	1.542

4 años 3 meses 12 días = 1.542 días.

1°. *Reducción a la unidad.*—Si $ 6 de interés, en 360 días, provienen de un capital de $ 100, 1 peso de interés provendrá de un capital 6 veces menor, ó $\frac{100}{6}$,

y $ 1.593,40, de un capital 1.593,40 veces mayor, ó $\frac{100 \times 1.593{,}40}{6}$;

Eso en 360 días; en 1 día, se necesitará un capital 360 veces mayor, ó $\frac{100 \times 1.593{,}40 \times 360}{6}$,

y en 1.542 días, un capital 1.542 veces menor, ó

$$\frac{100 \times 1.593{,}40 \times 360}{6 \times 1.542}.$$

Luego $$x = \frac{100 \times 1.593{,}40 \times 360}{6 \times 1.542} = \$\ 6.200.$$

2°. *Por la cuarta proporcional.*—El capital y los intereses son directamente proporcionales: el capital y el tiempo lo son inversamente; luego (348):

$$x = 100 \times \frac{1.593{,}40}{6} \times \frac{360}{1.542} = \$\ 6.200.$$

357. REGLA.—Para encontrar el capital, conociendo el interés, el tanto y el tiempo de colocación, se multiplica el interés por 100, y se divide este producto por el producto del tanto por el tiempo expresado en años y fracción de año.

$$C = \frac{100\,I}{Tt}. \qquad (2)$$

EJEMPLO.—*¿Cuál es el capital que, impuesto al 5%, produce $ 1.200 de interés en 2 años 6 meses?*

$$C = \frac{100 \times 1.200 \times 12}{5 \times 30} = \$\ 9.600.$$

358. CALCULO DEL TANTO.—Problema.—¿A qué tanto deben imponerse $ 2 580, para que den un interés de $ 40 en 124 días?

Disposición de los datos

$ 2 580	124 días	$ 40
100	360	x

1°. *Reducción a la unidad.*—Si en 124 días $ 2.580 producen $ 40 de interés, en 1 día producirán $\frac{40}{124}$,

y en 360 días $\frac{40 \times 360}{124}$.

Si $ 2.580 dan este interés, 1 peso dará $\frac{40 \times 360}{124 \times 2.580}$,

y $ 100 $\frac{40 \times 360 \times 100}{124 \times 2.580}$.

Luego $$x = \frac{40 \times 640 \times 100}{124 \times 2.580} = 4{,}5\%$$

2°. *Por la cuarta proporcional.*—Siendo el interés directamente proporcional al capital y al tiempo, tendremos (348):

$$x = 40 \times \frac{100}{1.580} \times \frac{360}{125} = 4{,}5\%$$

359. REGLA.—Para encontrar el tanto cuando se conocen el capital, el interés y el tiempo, se multiplica el interés por 100, y se divide el producto por el capital multiplicado por el tiempo expresado en años y fracción de año.

$$T = \frac{100\ I}{C\ t}. \qquad (3)$$

EJEMPLO.—*¿A qué tanto % han de imponerse $ 5.000 para tener $ 1.200 de interés al cabo de 4 años?*

$$T = \frac{100 \times 1.200}{5.000 \times 4} = 6\%.$$

360. CALCULO DEL TIEMPO.—Problema.— ¿Durante cuánto tiempo debe imponerse a interés $ 4 900 al 6% para que produzcan $ 1.176?

Disposición de los datos

$ 100	$ 6	1 año
4 900	1 176	x

1º *Reducción a la unidad.*—Si $ 100 para producir $ 6 de interés necesitan 1 año, 1 peso necesitará 1×100 y $ 4.900, necesitarán $\frac{1 \times 100}{4.900}$.

Para producir $ 1 en vez de 6, se necesitará $\frac{1 \times 100}{4.900 \times 6}$.

y para producir $ 1.176, $\frac{1 \times 100 \times 1.176}{4.900 \times 6}$.

Luego $x = \frac{1 \times 100 \times 1.176}{4.900 \times 6} = 4$ años.

2º. *Por la cuarta proporcional.*—El capital y el tiempo son inversamente proporcionales; el interés y el tiempo lo son directamente; luego **(348)**:

$$x = 1 \times \frac{100}{4.900} \times \frac{1.176}{6} = 4 \text{ años.}$$

361. REGLA.—Para encontrar el tiempo, cuando se conoce el capital, el interés y el tanto, se multiplica el interés por 100, y se divide el producto por el capital multiplicado por el tanto.

$$t = \frac{100\ I}{C\ T} \qquad (4)$$

EJEMPLO.—*¿Durante cuanto tiempo hay que imponer $ 4.500, al 6% para tener $ 630 de interés?*

$$t = \frac{100 \times 630}{4.500 \times 6} = 2 \text{ años } 1/3.$$

362. Caso particular.— Este caso consiste en buscar el capital líquido o sólo el interés, cuando se conocen estos dos términos juntos, o monto, y todos los demás términos.

Para resolver los problemas de este género, hay que efectuar dos operaciones distintas: 1ª buscar el interés de $ 100 por el tiempo dado, y añadir este interés a $ 100; 2ª calcular el capital pedido.

EJEMPLO.—¿Cuál es el capital que, impuesto en 9 años al 8%, da un monto de $ 860?

1º. *Interés de $ 100 en 9 años.—Este interés es igual a* $8 \times 9 = \$\ 72$.

2º. *Cálculo del capital.*—Agregando $ 72 a $ 100, resultará un número de la misma especie que $ 860.

Disposición de los datos

Monto.	Capit. líquido.
$ 100 + 72	$ 100
860	x

Si $ 172 provienen de un capital líquido de $ 100, 1 peso provendrá de un capital 172 veces menor, ó $\frac{100}{172}$,

y $ 860, provendrán de $\frac{100 \times 860}{172}$.

Luego $x = \frac{100 \times 860}{172} = \$\ 500.$

Métodos abreviados para el cálculo del Interés

363. Cálculo del tiempo.—En las cuestiones comerciales y de banco se considera el año como de 360 días, y los meses de 30; sin embargo para el tiempo de colocación, que no excede nunca de 3 ó 6 meses, se cuenta el número exacto de días.

Para encontrar fácilmente el número de días comprendido entre dos fechas, se usa de la tabla de los días:

T A B L A

Que indica el número de días que hay desde cualquiera fecha de un mes, hasta la misma fecha de cualquier otro mes del mismo año.

DESDE UN DIA CUALQUIERA DEL MES DE	HASTA EL MISMO DIA DEL MES DE Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sepbre.	Octubre	Novbre.	Dicbre.
Enero	365	31	59	90	120	151	181	212	243	273	304	334
Febrero	334	365	28	59	89	120	150	181	212	242	273	303
Marzo	306	337	365	31	61	92	122	153	184	214	245	275
Abril	275	306	334	365	30	61	91	122	153	183	214	244
Mayo	245	276	304	335	365	31	61	92	123	153	184	214
Junio	214	245	273	304	334	365	30	61	92	122	153	183
Julio	184	215	243	274	304	335	365	31	62	92	123	153
Agosto	153	184	212	243	273	304	334	365	31	61	92	122
Sepbre.	122	153	181	212	242	273	303	334	375	30	61	91
Octubre	92	123	151	182	212	243	273	304	335	365	31	61
Noviembre	61	92	120	151	181	212	242	273	304	334	365	30
Dicbre.	31	62	90	121	151	182	212	243	274	304	335	365

Para encontrar, por ejemplo, cuántos días hay desde el 15 de Marzo hasta el 15 de Octubre, busco el mes de Marzo en la hilera vertical de la izquierda, y el de Octubre en la fila horizontal de encima, y en el punto de unión de ambas líneas, leo 214, que es el número buscado.

Del propio modo, para buscar cuántos días hay desde el 10 de Junio hasta el 16 de Noviembre, debo averiguar primero la diferencia que hay entre el 10 de Junio y el 10 de Noviembre, como ya queda indicado, y encuentro 153 días, a los que debo añadir los 6 que faltan del 10 al 16 de Noviembre; luego, la diferencia exacta es de 159 días.

En los años bisiestos debe añadirse 1 día al mes de Febrero.

Cuando el tiempo pedido pasa de 1 año, deberán añadirse 365 días por cada año de aumento.

Método de los divisores fijos

364. En la fórmula $I=\frac{CTt}{100}$ (**355**) sustituyamos el valor de t en días, o sea $\frac{n}{360}$, representando n el tiempo de colocación.

$$I=\frac{CTn}{36.000}$$

Cuando el tanto es submúltiplo de 360, como, por ejemplo, 12, 10, 9, 6, etc., se simplifica la fórmula, y viene a ser:

$$I=\frac{Cn}{3\,000}\ldots\frac{Cn}{3\,600}\ldots\frac{Cn}{4\,000}\ldots\frac{Cn}{4\,500}\ldots\frac{Cn}{6\,000}\ldots\frac{Cn}{7\,200}\ldots$$

Los números 3.000, 3.600, 4.000, etc., se llaman *divisores fijos.*

El numerador constante Cn, producto del capital por el número de días, se llama *número.*

Si se designa el número Cn por N, y el divisor fijo por D, tendremos la fórmula general:

$$I=\frac{N}{D}$$

365. **REGLA—El interés devengado por un capital durante cierto número de días se encuentra dividiendo el número por el divisor fijo correspondiente al tanto dado.**

366. Divisores fijos.— Para encontrar el divisor fijo, se parte 36.000 por el tanto del interés.

Así, al	2%	el divisor fijo es	18 000
—	3	—	12 000
—	4	—	9 000
—	$4\frac{1}{2}$	—	8 000
—	5	—	7 200
—	6	—	6 000
—	8	—	4 500
—	9	—	4 000
—	10	—	3 600
—	12	—	3 000

Aplicación.—*Búsquese el interés de $ 5.400 durante* 150 días al 12%, 10%, 6%, 5%, $4\frac{1}{2}$%.

$$Cn = 5\,400 \times 150 = 810\,000$$

El interés al 12% será $\dfrac{810\,000}{3\,000} = \$\ 270$

— 10% — $\dfrac{810\,000}{3\,600} = 225$

— 6% — $\dfrac{810\,000}{6\,000} = 135$

— 5% — $\dfrac{810\,000}{7\,200} = 112{,}50$

— $4\frac{1}{2}$% — $\dfrac{810\,000}{8\,000} = 101{,}25$

367. Cálculo simultáneo de varios intereses. —El método de divisores fijos es ventajoso sobre todo cuando se tiene que calcular el interés de varias sumas impuestas por tiempos diferentes y al mismo tanto, como ocurre en las cuentas corrientes y en las facturas

de descuento, porque entonces basta *dividir la suma de los números por el divisor fijo correspondiente al tanto.*

Ejemplo. *Calcúlese el interés total al 3% de las sumas siguientes:*

$ 2.300 impuestos del 4 de Febrero al 16 de Mayo.
$ 750,60 — 2 de Marzo al 6 de Octubre.
$ 5.500 — 10 de Mayo al 4 de Julio.
$ 1.452,40 — 15 de Junio al 10 de Nov.

Solución

Capitales	*Días*	*Números*
2 300	101	232 300
750	215	161 250
5 500	55	302 500
1 452	148	215 296

Total de los números: **911 346**

El interés total será:

$$I = \frac{911.346}{12.000} = \$\ 75{,}94.$$

368. Notas.—I. En el cálculo de los números no se tiene en cuenta la parte decimal de las sumas.

Para simplificar el cálculo del interés, los banqueros suprimen las dos últimas cifras de las sumas antes de multiplicarlas por el número de días, pero suprimen también las dos últimas cifras del divisor. Así haremos a continuación.

II.—Cuando el tanto no da divisor fijo exacto, por ejemplo para el $3\frac{1}{2}$%, se calcula primero al 3%, y se añade el resultado $\frac{1}{6}$, porque $\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ de 3; para el $4\frac{3}{4}$% se calcula al 5% el interés, y de él se resta $\frac{1}{20}$, etc.

METODO DE LAS PARTES ALICUOTAS

Parte alícuota, submúltiplo y divisor son expresiones equivalentes.

369. 1º Partes alícuotas del número de días necesarios para producir un interés igual a $\frac{1}{100}$ del capital.

En la fórmula $I=\frac{Cn}{3.000}\ldots\frac{Cn}{3.600}\ldots\frac{Cn}{6.000}$ **(364)**

podemos reemplazar los divisores fijos por

100×30, 100×36, 100×60, etc.

en que las cantidades 30, 36, 60, etc., son respectivamente iguales al cociente de 360 por el tanto, o sea $\frac{360}{T}$ y tendremos:

$$I=\frac{Cn}{100\times30}\ldots\frac{Cn}{100\times36}\ldots\frac{Cn}{100\times60}$$

Si hacemos n igual a $\frac{360}{T}$, tendremos $I=\frac{C}{100}$; entonces según el tanto, un capital cualquiera producirá un interés igual a la 100ª parte de este capital, en 30, 36, etc., días. De donde se deduce la regla siguiente:

370. REGLA.—Para encontrar el interés de una suma durante n días al 12%, 10%, 9%, 8%, 6%, etc. se deben tomar las partes alícuotas de 30, 36, 40, 45, 60, etc. días que son necesarios para formar los días dados n; las partes alícuotas correspondientes al centésimo del capital darán el interés buscado.

EJEMPLO.—*Búsquese el interés:*

1º De $ 2 650 al 12% en 166 días;
2º — 10% en 188 —
3º — 9% en 224 —

1º *Intereses de $ 2 650, al 12% en 166 días:*

En 30 días, $ 2 650 producen .... **$ 26,50**

En 120 días	— —	4 veces	26,50	ó	106,00
En 40 días	— —	$\frac{1}{3}$ de	106	ó	35,33
En 6 días	— —	$\frac{1}{5}$ de	26,50	ó	5,30
Luego, en 166 — $ 2 650	....			$	146,63

2º *Intereses de $ 2 650, al 10% en 188 días:*

En 36 días, $ 2 650 producen............... $ 26,50

En 108 días	— —	3 veces	26,50	ó	79,50
En 72 días	— —	2 veces	26,50	ó	53,00
En 8 días	— —	$\frac{1}{9}$ de	53	ó	5,88
Luego, en 188 — $ 2 650 —				$	138,38

3º *Intereses de $ 2 650, al 9% en 224 días:*

En 40 días, $ 2 650 producen.............. $ 26,50

En 200 días	— —	5 veces	26,50	ó	132,50
En 20 días	— —	$\frac{1}{10}$ de	132,50	ó	13,25
En 4 días	— —	$\frac{1}{5}$ de	13,25	ó	2,65
Luego, en 224 — $ 2 650 —	....			$	148,40

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

CALCULESE EL INTERES

1968. De $ 1.800 al 4% anual.
1969. De $ 1.850 al 6% anual.
1970. De $ 352 al 5,5% anual.
1971. De $ 900 al 5% en 10 años.
1972. De $ 1.500 al 4% en 2 años 6 meses.
1973. De $ 2.550 al 6% en 4 años 3 meses.
1974. De $ 6.450 al 5% en 8 meses 10 días.
1975. De $ 12.400 al 3% en 3 meses 15 días.

Calcúlese el *capital* que debe imponerse para tener un interés

1976. De $ 750 en un año al 5%.
1977. De $ 840 en un año al 4%.
1978. De $ 5 diarios al 4%.
1979. De $ 40 mensuales al 6%.
1980. De $ 460 en 2 años al 5%.
1981. De $ 750 en 1 año y 4 meses al 3%.
1982. De $ 516,75 en 3 meses y 10 días al 4,5%.

A qué *tanto %* hay que imponer:

1983. $ 2.800 para tener $ 112 de interés en 1 año?
1984. $ 12.000 para tener $ 1.140 en 2 años?
1985. $ 18.400 para tener $ 2.484 en 4 años 6 meses?
1986. $ 12.600 para tener $ 300 en 15 meses?
1987. $ 15.600 para tener $ 200 en 5 meses y 4 días?
1988. $ 24.500 para tener $ 200 en 2 años 3 meses 15 días?

¿Cuánto *tiempo* es necesario:

1989. A $ 9.500, al 5%,	para devengar $	950	de interés?
1990. A $ 2.400, al 6%,	—	720	—
1991. A $ 18.000, al 4%,	—	3.240	—
1992. A $ 24.850, al 4,50%,	—	5.715.50	—
1993. A $ 25.640, al 4,75 %,	—	5.115,18	—

1994. ¿A qué tanto por ciento se coloca el dinero comprando por $ 16.870 una propiedad que se arrienda por $ 759,15?

1995. Se ha comprado una propiedad en $ 15.460: ¿porcuánto debe arrendarse para obtener el 4,75%?

1996. Los $ 875,75 de alquiler que cobro de una propiedad

equivalen al interés de un capital colocado al 5,20%; ¿cuál es ese capital?

1997. ¿Qué suma colocada al 6%, produce un interés tal que permite gastar $ 8 diarios (*año de 365 días*)?

1998. ¿Qué suma debe imponerse al 5,50% para obtener una renta de $ 300 mensuales?

1999. Se vende por $ 350 un mueble que costó $ 280; ¿qué beneficio por % se realiza sobre el precio de compra?

2000. Qué es el precio de un mueble que, vendido en $ 360, da un beneficio de 12,50% sobre el precio de compra?

2001. ¿Qué es más ventajoso, colocar $ 16.870 al 4,50%, ó emplear esta suma en la compra de una finca cuya renta es de $ 800 anuales?

2002. Un rentista habiendo colocado cierta cantidad al 4%, recibe al fin del año $ 4.460 que representan el capital e interés producido; ¿qué capital había impuesto?

2003. Para un niño que empieza sus estudios, se impone a interés simple un capital de $ 3.600 al 4%; ¿qué suma recibirá al concluír sus estudios si emplea en ellos 12 años 1/2?

2004. Una persona caritativa que dispone del rédito de $ 18.341,25 colocados al 5%, quiere emplear la mitad para socorrer a los pobres, y lo restante para sus propios gastos; ¿qué suma dará anualmente a los pobres?

2005. Un comerciante tiene servilletas que ha comprado a $ 4,50 docena; las quiere vender de modo que gane tanto como si colocara su dinero al 5%; ¿a cómo debe vender la docena?

2006. A los 10 años de haberse dedicado al comercio, un individuo deja sus operaciones mercantiles para disfrutar de la renta de $ 11.573 que le proporciona su capital colocado al 6%; ¿cuál es ese capital?

2007. Un capitalista recibe a cuenta $ 408 por el rédito que le producen $ 12 060, impuestos al 5%; ¿cuánto debe recibir aún?

2008. El capitán de un buque dice que después de 15 años de navegación, sus ahorros le producen una renta anual de $ 3.819,30; ¿qué capital colocó al 5%?

2009. La suma de $ 8.680 impuesta a interés durante 3 años, ha producido $ 1.171,80; ¿a qué tanto por ciento fué colocada?

2010. Se han impuesto $ 25.000 a interés; en 8 años se reciben $ 37.000 tanto por el capital como por el interés; ¿cuál era el tanto %?

372. Por vencimiento de una letra, pagaré, etc., se entiende el cumplimiento del plazo en que deben ser pagados.

373. En los documentos comerciales se consideran dos valores: el *nominal* y el *efectivo*.

El *valor nominal* es la suma inscrita en el documento, esto es, la que debe ser pagada al vencimiento del plazo.

En el ejemplo anterior, $ 400 es el valor *nominal*.

El *valor efectivo* o *actual* es la suma pagada antes del vencimiento, esto es, la que se diera en cambio del documento si fuese negociado actualmente.

En el mismo ejemplo, el valor *efectivo* es $ 400 menos el descuento que ha cobrado el banquero.

374. El descuento en los documentos comerciales se calcula proporcionalmente a la suma y al tiempo indicados en ellos; si sólo se dice que el descuento está, v. gr., al 6 %, se entiende que es para un año.

A más del descuento, los banqueros, para cubrir sus gastos de escrituras y sus riesgos, suelen cobrar un *derecho de comisión* proporcional al valor nominal del efecto. Este derecho puede variar de $\frac{1}{8}$ a $\frac{1}{2}$ %.

En fin, si el efecto es pagadero en otra ciudad que aquélla en que se hace el descuento, el banquero hace otra rebaja, llamada *cambio de plaza*, que puede variar de $\frac{1}{20}$ a 2%.

375. Descuento de facturas.— Aplicado a las *facturas*, el descuento es una simple *rebaja* arreglada por convenio de las partes, o por los usos del comercio relativos a la mercadería vendida.

El descuento de una factura se calcula por lo regular a un tanto % de su valor, sin hacer caso del tiempo.

Decir que una factura de $ 4.560, por ejemplo, es pagadera, bien a 6 meses plazo, bien al contado, con un descuento del 3%, quiere decir que el comprador, queda libre de pagar 6 meses después de la fecha indicada en la factura (en cuyo caso debe pagar los 4.560 íntegros), o de pagar inmediatamente, con una rebaja del 3%, esto es $\frac{4.560 \times 3}{100} = \$\ 136{,}80$; en este caso, satisface al acreedor pagándole $ 4.560—136,80= $ 4.423,20.

376. Clases de descuentos.—Hay dos clases de descuentos: el descuento *comercial* y el descuento *racional*.

En este curso, sólo trataremos del descuento comercial.

Descuento comercial

377. Definición.—*Descuento comercial* es el interés simple del valor nominal del documento, el cual se considera como un capital.

El interés se calcula por el tiempo que media entre el día en que se descuenta el documento y el del vencimiento. *Este tiempo suele ser menor que un año.*

Los problemas de descuento comercial se resuelven como los de interés por medio de la fórmula

$$I = \frac{CTt}{100} \qquad (355)$$

y de las que ella se deducen; I representa aquí el descuento, C el valor nominal del efecto, T el tanto por ciento, y t el tiempo.

378. Cálculo del descuento y del valor actual.

Problema— *¿Cuál es el descuento comercial y el valor actual de una letra de $ 1.487, pagadera dentro de 30 días al 6%?*

Disposición de los datos

$ 100	$ 6	360 días
1.487	x	30

$$x=\frac{6\times 1.487\times 30}{100\times 360}=\$\ 7{,}435.$$

Reducción a la unidad.—Si sobre $ 100, en 360 días se descuentan $ 6, sobre 1 peso se descontará $\frac{6}{100}$;

y sobre $ 1.487, se descontarán $\frac{6\times 1.487}{100}$.

En 1 día, en vez de 360, se descontará $\frac{6\times 1.487}{100\times 360}$

y en 30 días, 30 veces más, o $\frac{6\times 1.487\times 30}{100\times 360}$.

Luego $x=\frac{6\times 1.487\times 30}{100\times 360}=\$\ 7{,}435.$

Así pues, el descuento es $ 7,435.
El valor *actual* de la letra será:

$ 1.487—7,435=$ 1.479,565.

379. REGLA.—Para encontrar el descuento comercial se multiplica el capital por el tanto y por el tiempo, y se divide este producto por 100, 1.200 ó 36.000 según se dé el tiempo en años, meses o días.

Para encontrar el valor efectivo, basta restar el descuento del valor nominal.

Ejemplo. Un banquero descuenta el 14 de Marzo al 6% una letra de $ 950, pagadera el 9 de Mayo; ¿a cuánto asciende el descuento, y a qué es igual la suma descontada?

Del 14 al 31 de Marzo	hay	17	días
Del 31 de Marzo al 30 de Abril	—	30	—
Del 30 de Abril al 8 de Mayo	—	9	—
	Total	56	días

Luego $x=\frac{950\times 6\times 56}{100\times 360}=\$\ 8{,}866.$

Suma descontada=950—8,866=$ 941,134.
Por los *divisores fijos* (365) tenemos:

$$x=\frac{950\times 56}{600}=\$\ 8{,}866.$$

380. CALCULO DEL VALOR NOMINAL.—Problema.— ¿Cuál es el valor nominal de una letra que, descontada por 8 meses, al 6% de descuento comercial, da por valor $ 768?

Hay dos operaciones:

1º Encontrar el descuento de $ 100 en 8 meses, al 6%.

12	6	
8	x	$x=\frac{6\times 8}{12}=\$\ 4.$

Siendo el descuento por 12 meses de $ 6, el descuento por 1 mes será $\frac{6}{12}$

y por 8 meses, $\frac{6\times 8}{12}=\$\ 4.$

Se restan $ 4 de 100; y $ 96 representan lo que vienen a ser 100 descontados por 8 meses al 6%.

2º Hallar el valor de la letra.

Disposición de los datos

$ 96 *de valor actual*	$ 100 *de valor nominal*
768	x

Si $ 96 de valor actual provienen de $ 100 de valor nominal, 1 peso de valor actual provendrá de un valor nominal 96 veces menor o $\frac{100}{96}$,

y 768 provendrán de $\frac{100\times 768}{96}$.

Luego: $x=\frac{100\times 768}{96}=\$\ 800.$

Facturas de descuento

381. Definición.—Llámase *factura de descuento* la nota detallada que acompaña los documentos de crédito que se descuentan en un Banco.

La factura que va a continuación manifiesta que los días se cuentan de la fecha de la negociación a la del vencimiento, y que el descuento se ha calculado por los divisores fijos, del mismo modo que el interés (367). Al descuento se han añadido el cambio y la comisión. Por lo tanto, en el presente caso, el banquero D. V. García no remitirá al portador sino 8.839,32 ptas.

Factura de los efectos presentados por *D. Pablo Gómez* al banquero *D. Víctor García,* para su negociación y cobro, al descuento del 6% en el día de la fecha, 17 de Mayo de 1911.

EFECTOS	SUMAS		VENCIMIENTO	DIAS	NUMEROS
Letra	5 000	"	2 Junio	16	800
—	800	"	17 —	31	248
Pagaré	2 550	50	25 —	39	975
Letra	560	"	5 Julio	49	245
	8 910	50			2 268
			37,80 Descuento al 6 %: $\frac{2268}{60} = 37,80$		
	71	18	11,11 Cambio ⅛ %		
			22,27 Comisión ¼ %		
	8 839,	32	ptas. Líquido a pagar.		

Valencia, 17 *de Mayo de* 1911.

PROBLEMAS

2030. ¿Cuál es, al 4%, el descuento de una suma de $ 850 pagadera dentro de 1 año?

2031. ¿Cuál es, al 5%, el descuento de una suma de $ 1.500 pagadera dentro de 2 años?

2032. ¿Cuál es al 6%, el descuento de una suma de $ 1.500 pagadera dentro de 9 meses?

2033. ¿Cuál es, al 4,5%, el descuento de una suma de $ 1.800 pagadera dentro de 2 años 3 meses?

2034. ¿Cuál es, al 8%, el descuento de una suma de $ 24.000 pagadera dentro de 240 días?

2035. ¿Cuál es la suma que, descontada por 1 año al 5% queda disminuída de $ 62?

2036. ¿Cuál es la suma que, descontada por 1 año al 8%, queda reducida a $ 2.342?

2037. ¿Cuál es la suma que, descontada por 2 años al 5,50 %, queda disminuída de $ 88?

2038. ¿Cuál es la suma que, descontada por 9 meses al 6%, queda disminuída de $ 79,20?

2039. ¿Cuál es la suma que, descontada al 6% durante 1 año 3 meses, se reduce a $ 19.462,50?

2040. ¿Cuál es el valor actual de un pagaré de $ 200, pagadero dentro de 9 meses, al 8% de descuento?

2041. ¿Cuál es al 10% y por 120 días, el descuento de un pagaré cuyo valor es de $ 1.110?

2042. ¿Cuál es el valor de un pagaré que, descontado por 8 meses al 5%, queda disminuído de $ 195?

2043. ¿Cuál es el valor de un pagaré que, descontado por 5 meses al 5%, queda reducido a $ 4.350?

2044. ¿A qué tanto por ciento debe descontarse un pagaré de $ 900 por 10 meses para que resulte un descuento de $ 36?

2045. ¿A qué tanto por ciento fue descontado un pagaré de $ 2.840, que dio en 6 meses $ 71 de descuento?

2046. Un pagaré de $ 2.700, descontado por 160 días, se reduce a $ 2.640; ¿a qué tanto por 100 se calculó el descuento?

2047. Un pagaré de $ 1.000, descontado por 6 meses, se reduce a $ 973,75, ¿cuál es el tanto por ciento del descuento?

2048. Un banquero descuenta al 9% un pagaré de $ 180, que vencerá dentro de 5 meses; ¿qué descuento sufre dicho pagaré?

2049. ¿Qué disminución sufrirá una factura de $ 1.786,80 pagadera dentro de 180 días, descontada al 6%?

2050. Una persona debe 45.000 pesos pagaderos dentro de 6 meses; si paga al contado con 2% de descuento por los 6 meses, ¿cuánto deberá desembolsar?

2051. ¿Cuál es el valor actual de un pagaré de $ 2.400 descontado por 90 días al 6%?

2052. ¿Cuál es el descuento, al 6%, de una letra de $ 1.875, pagadera el 2 de noviembre, y presentada al descuento el 12 de Julio del mismo año?

2053. Alonso negocia un documento de $ 1.270 pagadero dentro de 8 meses: calcúlese el tanto % del descuento, si el banquero le remite $ 1.219,20.

2054. Dígase el valor nominal de un documento pagadero dentro de 40 días, si el banquero cobra $ 4,20 al 6%?

2055. Redáctese la factura siguiente, pagada 8 meses antes de la fecha indicada, con un 5% de rebaja:

4 m. 20 de paño a $ 6,50 el metro.
5 m. 1/4 de terciopelo a $ 4,80 el metro.
6 m. 1/2 de franela a $ 2,90 el metro.
15 m. 1/5, de merino a $ 7 el metro.

2056. El 16 de Abril, D. Fulgencio Zepeda presenta al descuento los efectos siguientes:

Letra de $ 500 pagadera el 25 de Mayo.
— $ 250 — 6 de Junio.
Pagaré de $ 180 pagadero el 15 de Julio.

Formalícese la factura de descuento hallando el líquido a pagar, siendo de 3% el tanto del descuento.

2057. El 18 de Junio D. Pablo Navarro presenta al descuento los documentos siguientes:

Letra de $ 800 al 25 de Junio.
— $ 520 al 2 de Julio.
Pagaré de $ 160 al 19 de Agosto.
— $ 200 al 3 de Septiembre.

Redáctese la factura de descuento, y calcúlese el líquido a pagar, siendo el descuento 4%, y el cambio 1/5%.

PROBLEMAS SOBRE EL TANTO POR CIENTO

2058. ¿Cuál es el descuento que se hace sobre una factura de $ 1.850 pagada al contado, si se concede al comprador 3% de descuento?

2059. ¿Qué suma debe entregarse para pagar al contado una factura de 2.450 pesos con un descuento de 6%?

2060. ¿Cuál es el importe total de una factura pagada al contado con 2,50% de descuento, si se entregan $ 230?

2061. Un corredor toma 0,50%, sobre el precio de venta; ¿cuánto tomará sobre $ 3.640?

2062. Calcúlese la prima de seguros que corresponde a $ 1.000 para un establecimiento valuado en $ 30.000 pagando anualmente 51 pesos.

2063. Una mercadería valuada en $ 840 se vende por $ 793,80; ¿cuál es por ciento la rebaja hecha por el vendedor?

2064. ¿Cuál es el precio de un mercadería por la que se paga $ 1.199,48, si el comerciante hace una rebaja de 4,50%?

2065. Un comisionista recibe 4,25% del precio de venta; ¿cuál es el total de una venta por la cual el comisionista recibe $ 629?

2066. Un vendedor rebaja 8% del peso en bruto de su mercadería; calcúlese lo que debe rebajar sobre un fardo de 75 kg. de esa mercadería.

2067. La liquidación de una quiebra ocasiona a los acreedores un 35% de pérdida; ¿qué pérdida debe sufrir un acreedor de $ 6.440?

2068. La liquidación de una quiebra ocasiona 65% de pérdida; ¿cuál es la deuda activa que se reduce a $ 840?

2069. Una mercadería valuada en $ 2.400 está asegurada al 1,50%; ¿cuánto ganan los aseguradores, si deben pagar $ 34 por los perjuicios?

2070. Se asegura un buque al 4%; un cargamento valuado en $ 125.000 sufre por $ 2.400 de averías; ¿cuál es el beneficio de los aseguradores?

2071. Jacinto debe $ 8.000; su acreedor le concede 0,75% de rebaja; ¿cuánto tendrá que pagar?

2072. Un comerciante en comestibles ha comprado 24 quintales métricos de jamón de Bayona a $ 0,875 el kilogramo; ¿cuánto deberá pagar al contado si se le concede 2,50% de descuento?

2073. He comprado 54 resmas de papel a \$ 15 la resma; pago al contado y me conceden 5% de descuento; ¿cuánto debo abonar?

2074. Un maestro de obras compra 340 metros cúbicos de piedra labrada, a \$ 24 el metro cúbico; paga al contado y el vendedor le concede un descuento de 4% sobre el precio de compra; ¿cuánto desembolsará?

2075. Debo pagar \$ 8.600 dentro de 1 año, y \$ 4.500 dentro de 18 meses; pero pagando al contado, me conceden un descuento de 5% anual para la primera suma, y de 4,50% para la segunda; ¿cuál es la rebaja total?

2076. Un pieza de género se compró en \$ 300. ¿A cómo hay que vender el metro para ganar el 20% del precio de compra?

2077. Constantino compra 1.260 platos en \$ 1,80 la docena. Sabiendo que 20 están rotos, calcúlese a cómo tiene que vender el plato para que le resulte un 20% de beneficio.

2078. Un negociante que ha comprado 2.265 hl. de trigo por \$ 12 el hectolitro vende los 2/5 con 8% de beneficio, y lo demás por \$ 18.000. Calcúlese la ganancia total.

REPARTIMIENTOS PROPORCIONALES
REGLA DE COMPAÑIA

Repartimientos proporcionales

382. Definición.—Llámase regla de repartimientos proporcionales aquélla por medio de la cual se divide un número en partes proporcionales a otros números dados.

Los repartimientos proporcionales son *simples* cuando las partes buscadas son proporcionales a números simples; son *compuestos* cuando estas partes son proporcionales a los productos de varios números.

Repartimientos proporcionales simples

383. PROBLEMA I.—Divídanse \$ 600 proporcionalmente a los números 3, 5 y 7.

Dividir \$ 600 proporcionalmente a 3, 5 y 7 es hallar tres números respectivamente proporcionales a 3, 5, 7, y cuya suma sea igual a 600.

Llamemos x, y, z, las partes pedidas.

Tenemos: $3+5+7=15$

Si hubiera que repartir \$ 15, las partes serían respectivamente \$ 3, \$ 5, \$ 7; luego, por medio de las reglas de tres encontraremos las cantidades que se buscan:

$$\begin{array}{cc} 15 & 3 \\ 600 & x \end{array}$$

Si sobre \$ 15 la primera parte tiene \$ 3, sobre \$ 1 tendrá $\frac{3}{15}$, y sobre \$ 600, tendrá $\frac{3\times 600}{15}$.

Luego $x=\frac{3\times 600}{15}$ ó $\frac{600\times 3}{15}=\$\ 120.$

Del propio modo, tenemos:

$$y=\frac{600\times 5}{15}=\$\ 200.$$

$$z=\frac{600\times 7}{15}=\$\ 280.$$

384. REGLA.—Para dividir una cantidad en partes proporcionales a números dados, se multiplica el número que debe dividirse por cada uno de los números proporcionales, y se dividen los productos por la suma de dichos números.

385. PROBLEMA II.—Divídase el número 540 en partes proporcionales a los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, y $\frac{5}{6}$.

Reduzcamos los quebrados a un común denominador:

$$\frac{6}{12}, \frac{8}{12}, \frac{10}{12}$$

Podemos prescindir del denominador común 12 y dividir 540 proporcionalmente a 6, 8 y 10.

Las partes proporcionales serán:

$$\frac{540\times 6}{24}=135; \quad \frac{540\times 8}{24}=180; \quad \frac{540\times 10}{24}=225.$$

386. REGLA.—Para dividir una cantidad en partes proporcionales a números quebrados, se reducen los quebrados a un común denominador, y se divide el número proporcionalmente a los numeradores.

387. Nota.—Cuando se ha de dividir un número en partes *inversamente proporcionales* a números dados, se buscan las razones inversas de estos números, y se procede como lo acabamos de ver.

EJEMPLO.—Un testador deja en herencia $ 4.550 a cuatro sobrinos suyos, que tienen respectivamente 18, 15, 10 y 6 años, con la condición de que se repartan esta suma en partes inversamente proporcionales a la edad que tienen; ¿a cómo debe caberle a cada uno?

Las razones directas de las edades son evidentemente:

$$\frac{18}{1},\ \frac{15}{1},\ \frac{10}{1},\ \frac{6}{1}.$$

Las razones inversas serán:

$$\frac{1}{18},\ \frac{1}{15},\ \frac{1}{10},\ \frac{1}{6},$$

Reduzcamos los quebrados a un común denominador:

$$\frac{5}{90},\ \frac{6}{90},\ \frac{9}{90},\ \frac{15}{90},$$

suprimiendo el denominador común, los números proporcionales serán:

5, 6, 9, 15 cuya suma es $5+6+9+15=35$

Así pues, las partes son:

1º $\dfrac{4\ 550\times5}{35}=\$\ 650;$ 3º $\dfrac{4\ 550\times9}{35}=\$\ 1\ 170;$

2º $\dfrac{4\ 550\times6}{35}=\$\ 780;$ 4º $\dfrac{4\ 550\times15}{35}=\$1\ 950;$

388. PROBLEMA III.—Repártanse $ 16 750 entre 3 personas, de modo que la parte de la primera sea a la de la segunda como 3 es a 5, y que la parte de la segunda sea a la de la tercera como 4 es a 7.

1ª	2ª	3ª
3	5	
	4	7
12	20	35

Por los datos se ve que la parte de la 2ª es 5 cuando la de la 1ª es 3, y que la parte de la misma es 4 cuando la de la 3ª es 7.

Hagamos que la parte de la 2ª esté representada, en ambos casos, por un mismo número: para ello, multipliquemos por 4 los dos términos de la primera relación, y resultan 12 y 20. Multipliquemos por 5 los dos términos de la segunda relación y resultan 20 y 35.

Basta ahora partir 16.750 proporcionalmente a los números 12, 20 y 35 cuya suma es igual a:

$$12+20+35=67.$$

La 1ª persona tendrá: $\dfrac{16\ 750\times12}{67}=\$\ 3\ 000;$

La 2ª — $\dfrac{16\ 750\times20}{67}=\$\ 5\ 000;$

La 3ª — $\dfrac{16\ 750\times35}{67}=\$\ 8\ 750.$

REPARTIMIENTOS PROPORCIONALES COMPUESTOS

389. PROBLEMA.—Repártase la suma de $ 140 entre 3 obreros, sabiendo que el primero ha trabajado 8 días de 10 horas, el segundo 9 días de 8 horas, el tercero 10 días de 11 horas.

Hay que partir $ 140 proporcionalmente a los números de horas de trabajo de cada obrero.

El 1º ha trabajado $10\times8=80$ horas
El 2º — $8\times9=72$ —
El 3º — $11\times10=110$ —

Juntos han trabajado 262 horas

El 1º recibirá : $\dfrac{140\times80}{262}=\$\ 42{,}75;$

El 2º — $\dfrac{140\times72}{262}=\$\ 38{,}47;$

El 3º — $\dfrac{140\times110}{262}=\$\ 58{,}77.$

Regla de Compañía

390. Definición.—*Regla de compañía* es una operación que tiene por objeto dividir entre varios socios la ganancia o pérdida que resulta de sus negocios.

Esta regla es la misma que la de los repartimientos proporcionales, aplicada a un caso particular.

391. Las ganancias y pérdidas deben repartirse *proporcionalmente a los capitales* si han quedado impuestos el mismo tiempo, y *proporcionalmente al producto de los capitales por los tiempos* si han estado impuestos durante distintos tiempos.

La cantidad repartible entre los socios se llama *dividendo;* y la suma de las imposiciones, *capital social.*

392. PROBLEMA I.—Tres socios han ganado en sus negocios \$ 1.180; ¿qué parte le toca a cada uno, sabiendo que la imposición del primero fue de \$ 3 500; la del segundo de \$ 4.800, y la del tercero de \$ 3.700?

Hay que partir \$ 1.180 proporcionalmente a los números 3.500, 4.800 y 3.700 (384).

$$\text{El 1º recibirá : } \frac{1\ 180 \times 3\ 500}{12\ 000} = \$\ 344{,}16;$$

$$\text{El 2º} \quad — \quad \frac{1\ 180 \times 4\ 800}{12\ 000} = \$\ 472;$$

$$\text{El 3º} \quad — \quad \frac{1\ 180 \times 3\ 700}{12\ 000} = \$\ 363{,}84.$$

393. PROBLEMA II.—Dos negociantes impusieron en una empresa: el 1º \$ 3 000 durante 15 meses, el 2º \$ 1.200 durante 20 meses. Calcúlese la pérdida de cada uno si la pérdida total fue de \$ 850.

Como el primero impuso \$ 3.000 durante 15 meses, es lo mismo que si hubiera impuesto

$3\,000 \times 15 = \$\ 45\ 000$ *durante* 1 *mes.*

y el segundo, $1\,200 \times 20 = \$\ 24\ 000$ —

Basta partir \$ 850 proporcionalmente a los números 45.000 y 24.000, esto es, a los productos de los capitales por los tiempos.

$$\text{La pérdida del 1º es : } \frac{850 \times 45\ 000}{69\ 000} = \$\ 554{,}35.$$

$$— \quad \text{2º} \quad — \quad \frac{850 \times 24\ 000}{69\ 000} = \$\ 295{,}65.$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

2079. Divídase 32 en partes proporcionales a los números 3 y 5.

2080. Divídase 36 en dos partes, de modo que la una sea 2 veces mayor que la otra.

2081. Divídase 40 en dos partes, de modo que la una sea el triple de la otra.

2082. Divídase 80 en partes proporcionales a los números 2, 3 y 5

2083. Al dividir el número 84 en tres partes, procúrese que la mayor contenga dos veces la mediana, y ésta dos veces la menor.

2084. Divídase 56 en dos partes, de modo que la menor sea los 2/5 de la mayor.

2085. Descompónganse 100 en dos partes de modo que la mayor, dividida por la menor, dé por cociente 2 1/3.

2086. Descompónganse 60 en dos partes, de modo que la mayor sea igual a la menor multiplicada por 1 1/2.

2087. Dos obreros se reparten 840 pesos, de modo que cuando el primero tiene 4 pesos, el segundo tiene 3; ¿cuánto debe recibir cada uno?

2088. Tres alumnos se reparten 720 vales, de modo que cuando el primero tiene 2 vales, el segundo tiene 3, y el tercero 4; ¿cuántos vales corresponden a cada uno?

2089. Tres hermanos deben repartirse 22.500 pesos de modo que cuando el primogénito tenga 4 partes, el segundo 3, y el tercero 2; ¿cuánto recibirá cada uno?

2090. El pasivo de una quiebra es de \$ 62.585 y su activo el 49%. Una acreedor debe recibir $ 7.048,60, otro $ 8.960, y un tercero $ 12.430; si los gastos del juzgado y demás suben al 6% del pasivo, ¿cuánto recibirá cada acreedor?

2091. Pedro y Carlos deben repartirse la suma de $ 1.200, de modo que, cuando al primero le toquen $ 4,50, el segundo reciba $ 3,10; ¿cuál será la parte de cada uno?

2092. Tres socios deben repartirse $ 15.600 de modo que, cuando el 1º tenga $ 6, el 2º tenga $ 4, y el 3º $ 2,50; ¿qué suma corresponde a cada uno?

2093. Se ha pagado $ 77,50 a dos albañiles para construír una pared; el 1º ha trabajado 13 días y el 2º 18 días; ¿cuánto recibirá cada uno en proporción de su trabajo?

2094. Tres carpinteros han hecho una obra por la que se ha pagado $ 510; el 1º ha trabajado 15 días, el 2º 20 y el 3º 25; ¿cuánto le corresponde a cada uno?

2095. Un deudor debe a sus acreedores la suma de 15.000 pesos: al 1º $ 5.000, al 2º $ 3.500, al 3º $ 2.900, al 4º $ 2.250 y al 5º lo restante; ¿qué pérdida experimenta cada acreedor sabiendo que el capital del deudor es de $ 10.400?

2096. Un colono destina a 5 pobres el producto de la venta de 450 huevos a $ 2,90 el ciento, del modo siguiente: el 1º recibirá 1/2, el 2º 1/3, el 3º 1/4, el 4º 1/5, el 5º 1/6; ¿cómo debe verificarse este repartimiento para cumplir con las intenciones del colono?

2097. Tres negociantes de Burdeos fletan un navío: el 1º carga 150 toneles de vino; el 2º 280 y el 3º 300; si el flete cuesta 1.606 francos, ¿qué suma debe pagar cada uno?

2098. Dos obreros hicieron un trabajo que se pagó $ 165. Calcúlese su salario respectivo, sabiendo que el uno trabajó 8 días y 1/2 y el otro 10 y 1/4.

2099. Dos carpinteros han emprendido el entarimado de una sala: el 1º ha empleado 8 obreros durante 16 días, y el 2º 10 durante 14 días; ¿cuánto debe recibir cada uno, en proporción de sus gastos, sobre los $ 5.200 destinados a esa obra?

2100. Cuatro obreros han ganado $ 150; el 1º ha trabajado 16 días y 8 horas diarias, el 2º 15 días y 10 horas diarias, el 3º 18 días y 9 horas diarias, el 4º 20 días y 8 horas diarias; ¿cuál es la parte que le toca a cada uno en proporción de su trabajo?

2101. Repártanse $ 21.500 entre tres personas de modo que la parte de la 1ª sea a la de la 2ª como 4 es a 5, y la de la 2ª a la de la 3ª como 7 es a 8.

2102. Repártanse $ 494 entre tres personas de modo que la parte de la 1ª sea a la de la 2ª como 2/3 es a 1/2, y la parte de la 2ª sea a la de la 3ª como 5/6 es 4/5.

2103. Con 800 pesos, dos socios han ganado 200 pesos; el 1º había puesto $ 500 y el 2º $ 300; ¿qué parte del beneficio recibirá cada uno?

2104. Dos socios han ganado $ 360; dígase la parte del beneficio de cada uno, si el 1º ha contribuído con $ 900 y el 2º con $ 1.500.

2105. Dos socios han ganado: el 1º $ 260 y el 2º $ 340; si el 1º ha puesto $ 2.080, calcúlese lo que ha puesto el 2º.

2106. La suma impuesta por dos socios es de $ 24.600; la del 1º excede a la del 2º de $ 2.400; ¿cuál es la parte de cada socio, si el beneficio es de $ 8.610?

2107. Dos socios imponen $ 14.860 y realizan un beneficio de $ 743; ¿cuál es la parte del beneficio que corresponde a cada uno, si lo impuesto por el 1º es los 2/3 de lo del 2º?

2108. Un comerciante puede pagar sólo 75% de lo que debe a sus acreedores; entrega al 1º $ 12.600, al 2º $ 15.300, al 3º $ 21.900; ¿qué pérdida experimenta cada acreedor?

2109. Dos socios han puesto el uno $ 22.500, y el otro $ 32.800, y hacen juntos un beneficio igual a los 64% de su capital; ¿cuál es la parte del beneficio que recibirá cada uno?

2110. Tres socios han puesto, el 1º $ 1.260, el 2º $ 1.840, el 3º $ 2.520, y han realizado un beneficio de 80 centavos por peso; ¿cuál es el beneficio de cada uno?

2111. Tres socios se han concertado para un negocio. El 1º ha impuesto $ 9.700, el 2º $ 7.500, el 3º $ 6.800. Siendo de $ 3.900 el beneficio realizado, ¿a cómo le cabe a cada uno?

TERMINO MEDIO

MEZCLA O ALIGACION.—LIGACION

Término medio

394. Definición.—*Regla del término medio* es la operación por la cual se busca un número medio entre varios otros números de la misma especie.

395. Llámase *media aritmética* entre dos números la semisuma de estos números.

....La media aritmética entre varias cantidades es el cociente de su suma por su número.

Así, la *media aritmética* entre los números 16 y 12 es:

$$\frac{16+12}{2}=\frac{28}{2}=14.$$

La media aritmética entre los números 12, 27, 20, 23 es:

$$\frac{12+27+20+23}{4}=\frac{82}{4}=20{,}5.$$

396. PROBLEMA.—Un obrero que ha trabajado durante 4 días, ha ganado el 1er. día $ 0,90; el 2º, $ 1,50; el tercero $ 2,75 y el 4º, $ 3,25; ¿cuál es el término medio de su ganancia diaria?

En los 4 días el obrero ha ganado:

$$\$\ 0{,}90+1{,}50+2{,}75+3{,}25=8{,}40.$$

En 1 día ganará: $8{,}40 : 4 = \$\ 2{,}10.$

397.—Regla.—Para encontrar la media aritmética entre varios números, se suman estos números, y se divide el total por el número de ellos.

Mezcla o aligación

398. Definición.—*Mezcla o aligación* es una operación que tiene por objeto resolver los problemas referentes a la combinación o mixtura de varias sustancias.

Ocurren dos casos distintos en la regla de mezcla:

1º Buscar el precio medio de una mezcla, cuando se conocen las cantidades y los precios respectivos de las sustancias que la componen.

2º Determinar qué cantidad debe tomarse de cada una de las sustancias que componen la mezcla, cuando se conoce el valor de cada una de ellas y el precio medio de la mezcla.

399. 1er. Caso.—Problema I.—Un comerciante tiene vino a $ 1, a $ 2, a $ 5 y a $ 6 botella; ¿a cuánto le sale cada una, término medio?

Tenemos (395): $\frac{1+2+5+6}{4}=\$\ 3{,}5$ la botella.

PROBLEMA II.—Se han mezclado 80 litros de aceite, a $ 1,80, 95 lit. a $ 2,10 y 120 lit. a $ 1,90; ¿cuál es el precio medio del litro de esta mezcla?

Disposición de la operación

80 lit.	a $ 1,80,	importan	80×1,80=	$ 144
95 —	2,10	—	95×2,10=	199,50
120 —	1,90	—	120×1,90=	228
295		—		$ 571,50

Ya que 295 lit. importan $ 571,50, uno solo importará 295 veces menos, ó

$$\frac{571{,}50}{295}=\$\ 1{,}937.$$

400. REGLA.—Para encontrar el precio medio de una mezcla, se busca el precio total, y se lo divide por el número de unidades que componen la mezcla.

401. 2º CASO.—Problema.—Un especiero tiene té a 55 y a 80 cets. la libra; ¿cuánto debe tomar de cada calidad para poder vender la libra al precio medio de 70 cents.?

Operación

```
55       15 ganancias
     70
80       10 pérdida
         —
         25
```

Después de haber escrito los precios de los objetos mezclados en una columna vertical, y el precio medio un poco a la derecha, entre el precio superior y el inferior, digo:

Al vender en 70 cents. una libra que no cuesta más que 55 cents., se ganan 15 cents.; sobre 10 *lbs.* se ganan

$15 \times 10 = 150$ cents.; al vender en 70 cents. una libra que importa 80, se pierden 10 cents.; y sobre 15 *lbs.* se pierden $10 \times 15 = 150$ cents. De este modo la *ganancia es igual a la pérdida*, y se puede formar la cantidad pedida tomando 10 *lbs.* de a 55 cents., y 15 *lbs.* de a 80 cents.

402. REGLA.—Las dos cantidades buscadas son inversamente proporcionales a las diferencias de sus precios respectivos con el precio medio.

Si se quiere saber qué cantidad de sustancias deben mezclarse para tener una cantidad dada, basta dividir esta cantidad en la relación que se acaba de encontrar.

Ligación

403. Definición.—*Regla de ligación* es la misma regla de mezcla aplicada a la combinación de metales fundidos entre sí.

Cuando uno de los metales es precioso, como el oro, la plata, se lo llama metal *fino*.

La mezcla toma el nombre de *amalgama* cuando entra en ella el mercurio o azogue.

Dáse el nombre de *liga* a la porción pequeña de cobre que se mezcla con el oro o la plata, cuando se bate moneda para darle más consistencia.

Véanse los Nos. 297, 298, 299 sobre lo que es *ley* de una ligación, y el modo de obtener el *peso del metal fino*, y el *peso total* de la ligación.

404. PROBLEMA I.—Se derriten juntamente 560 gramos de oro de 0,950 de ley, y 450 gramos de 0,580 de ley; ¿cuál es la ley de la nueva barra?

Los 560 g. de la primera barra contienen:

$560 \times 0{,}950 = 532$ g. de oro puro,

y los 450 g. de la segunda contienen:

$450 \times 0{,}580 = 261$ g. de oro puro

Así pues, sobre $560 + 450$, ó 1.010 g. de ligación, hay $532 + 261$, ó 793 g. de oro puro; la ley de la nueva barra es de $\frac{793}{1\,010}$, ó 0,785 por defecto.

405. PROBLEMA II.—Una barra de plata de 0,835 de ley pesa 1.250 gramos. ¿Qué peso de otra barra de 0,950 de ley se le debe añadir para que resulte una barra de 0,900 de ley?

Disposición de los datos

0,835		0,065
	0,900	
0,950		0,050

Se pueden mezclar 50 g. de 0,835 de ley con 65 g. de 0,950 de ley. En efecto, al tomar 50 g. de la ley de 0,835, resultan 50 veces 0 g. 065 de plata menos que lo que indica la ley de 0,900; y al tomar 65 g. de la ley de 0,950, resultan 65 veces 0 g. 050 de plata más que lo que indica la ley de 0,900; luego hay compensación.

Si 50 g. de 0,835 de ley exigen 65 g. de 0,950 de ley, 1.250 g. exigirán: $\frac{65 \times 1.250}{50} = 1.625$ gramos.

PROBLEMAS

2112. Si se mezclan 750 litros de coñac de a 32° con 60 litros de a 25°, ¿cuántos grados tendrá el litro de la mezcla?

2113. Donato hace desmontar 4 hectáreas de terreno; como éste no ofrece en todas partes una misma dificultad, el precio ha sido distinto; por la 1ª se pagan \$ 250; por la 2ª, \$ 175; por la 3ª, \$ 163,75 y por la 4ª, \$ 158,25; ¿cuál es el precio medio, y cuánto se ha gastado por todo?

2114. Se tiene vino a \$ 0,60 y \$ 0,45 el litro. ¿Cuántos litros se deben tomar de cada clase para tener vino a \$ 0,50 el litro?

2115. Comprando 3.000 kg. de azúcar a \$ 0,25 el kg., se mezclan con 2.000 kg. a \$ 0,15 uno. ¿A qué precio resultará el kg. de mezcla?

2116. Mezclándose 140 litros de vino a \$ 0,40 con 250 litros a \$ 0,50, ¿a cómo resulta el litro de la mezcla?

2117. Un mercader compra 80 hl. de trigo a \$ 14 uno, y 49 hl. a \$ 11. Si lo mezcla, ¿cuál será el precio medio del hl., y cuál el beneficio realizado, si vende la mezcla a \$ 2.90 el doble decalitro?

2118. Si se mezclan 250 litros de vino de a $ 0,70 uno con 170 litros de a $ 0,60 y 80 litros de agua, a cómo resulta el litro de mezcla?

2119. Un individuo mezcla 32 litros de agua a la temperatura de 2°, con 50 litros de a 70° y 45 litros de a 65°. ¿Cuál es la temperatura del agua mezclada?

2120. Un pintor trabaja 5 días con un jornal de $ 2,50, 7 días con el de $ 3,35, 4 días con el de $ 2,60 y 3 días con el de $ 2,90. Durante ese tiempo, ¿cuál ha sido por término medio su jornal?

2121. Para probar un cañón de artillería se han disparado 25 tiros; 10 de ellos han alcanzado a 560 metros; 5 a 590 m.; 6 a 600 m., y 4 a 550 m.; ¿cuál es el alcance medio de dicho cañón?

2122. Un tabernero mezcla 325 litros de vino, que le sale a $ 0,65 uno, con 118 litros de otro vino de a $ 0,78 el litro. ¿A cómo debe vender el litro de mezcla para ganar un 25%?

2123. ¿En qué proporción deben mezclarse líquidos de a $ 25 y de a $ 19 el hectolitro, para que la mezcla resulte a $ 23 el hectolitro?

2124. Un individuo tiene 560 litros de vino de a $ 0,50 el litro. ¿Cuántos litros de a $ 0,70 debe añadir para que resulte vino de a $ 0,65 el litro?

2125. ¿Cuántos litros de a $ 0,50, deben añadirse a 200 litros de a $ 0,60 si se desea que la mezcla resulte a $ 0,55 el litro?

2126. Teniendo 150 hl. de trigo de a $ 11 y 140 hl. de a $ 16, ¿cuántos hectolitros de cada precio deben mezclarse, si se quieren 250 hl. al precio de $ 13?

2127. A un pulquero que sólo tiene pulque de a $ 0,65 el dal. y de a $ 0,50 el dal., se le pide 10 hl. de a $ 0,60 el dal. ¿Qué cantidad de cada precio deberá tomar para proporcionar los 10 hl. que se le piden?

2128. Un individuo tiene 120 hl. de maíz de a 6 pesos uno. Se desea saber cuántos hl. de a $ 4,40 el hl. deberá añadir para que la mezcla le resulte a $ 5,60 el hl.

2129. Se ha vendido al precio de $ 17,60 un tonel de pulque que contenía 220 litros. Es una mezcla que ha sido arreglada de dos clases de pulque cuyo precio respectivo es de $ 0,09 y $ 0,065 el litro. ¿Cuántos litros de cada clase había en el tonel, sabiendo que la ganancia ha resultado de $ 2,20?

2130. Se mezclan 2 hl. 1/2 de vino a $ 58 el hectolitro con 1 hl. 1/2 a $ 62. ¿A cómo se ha de vender la mezcla para ganar 1/5 del precio de la misma?

2131. Fundiendo 3 kg. 200 de plata pura con 5 kg. de aleación de ley de 0,050, ¿de qué ley resultaría la nueva aleación?

2132. Un platero tiene dos barras de plata: la una de 0,870 de ley, y la otra de 0,840; si liga un peso igual de cada una de las barras, ¿cuál será la ley de la nueva aleación?

2133. Si se ligan dos barras de plata, la una de 25 kg. de peso y 0,835 de ley, y la otra de 800 gramos de peso y 0,820 de ley; ¿qué ley tiene la nueva barra?

2134. ¿Qué cantidad de oro puro debe añadirse a una barra de oro de 548 gramos, y de 0,870 de ley, para que resulte una barra de 0,900 de ley?

2135. Una barra de plata de 0,830 de ley pesa 2.420 gramos; pregúntase qué cantidad de plata se le debe añadir para reducirla a la ley de 0,835.

9.500
2
7.500

PROBLEMAS DE REPASO

OPERACIONES FUNDAMENTALES

2136. ¿Cuál es el número que, multiplicado por 3.025, da 7.615,4375?

2137. ¿Por qué número debe dividirse 3.212 para hallar 267 en el cociente y 8 unidades en el residuo?

2138. Baldomero ha comprado 75 quintales de hierro a $ 39 cada uno, y los revende a $ 52 quintal. ¿Cuánto gana en todos ellos?

2139. La suma de dos números es 5.482; el menor, 1.962; ¿cuál es su diferencia?

2140. Habiendo de distribuírse cierta suma de dinero entre varias personas, 82 de ellas recibieron cada una $ 24, y quedaron todavía $ 36,40; ¿qué suma era ésta?

2141. La diferencia entre dos números es de 4; el mayor 20; ¿cuál es la suma de ambos?

2142. Alonso da 6 peras a cada uno de sus hermanos y guarda 9 para él; si les hubiera dado 8 a cada uno, no le habría quedado más que 1 para él; ¿cuántos son sus hermanos?

2143. Un mercader ha comprado 4 piezas de paño por $ 555,90 a $ 5,10 metro; la 1ª contiene 28 metros, la 2ª 24 y la 3ª 30; ¿cuántos metros contiene la 4ª pieza?

2144. Una tendera compra 12 pilones de azúcar por $ 14,52, a 11 centavos los 500 gramos; ¿cuál es el precio de cada pilón?

2145. Una persona ha gastado $ 29,25 para comprar igual cantidad de azúcar y café; el azúcar cuesta $ 0,18 el kg. y el café $ 0,47 el kg. ¿cuántos kg. de cada una de estas mercaderías ha comprado?

2146. Dos obreros han recibido juntos 20,90 por cierto trabajo; el uno, que gana $ 0,85 diarios, ha trabajado 14 días; ¿cuántos días ha trabajado el otro, si gana $ 0,75 diarios?

2147. La manutención de una familia compuesta de 6 personas, ha costado $187,20 durante 39 días; la familia aumenta de 3 personas, ¿cuánto costará su manutención durante 45 días?

2148. Una tendera ha vendido 3 costales 1/2 de trigo a $ 16,50 el costal; 8 kg. 500 de manteca a $ 1,40 el kg. y un centenar de huevos a $ 0,40 la docena; habiendo gastado $ 46,30, ¿cuánto le queda?

2149. Un comerciante ha comprado 180 cuchillos a $ 9 la docena y 160 a $ 0,65 uno; los vende todos a $ 0,85 cada uno, ¿qué beneficio ha realizado?

2150. Se gasta una suma de $ 158,10 para comprar fríjoles a razón de $ 3,40 el doble dal.; ¿a cómo debe venderse el litro para ganar $ 65,10?

2151. Una señora ha gastado $ 3,60 para hacer una distribución de tortillas a los niños de un asilo, a 4 tortillas por 1 centavo; si cada niño recibe 3 tortillas, ¿cuál es el número de niños?

2152. Una persona compra 150 huevos a $ 0,40 docena; vende la 3ª parte a $ 0,04 el huevo, y lo restante, a 4 por $ 0,14; ¿qué beneficio realizará?

2153. Un carpintero gana $ 20 semanales; gasta diariamente $ 1,25 para su manutención, $ 15 mensuales de alquiler, y $ 120 anuales para prendas de vestir y otros gastos; ¿cuáles son sus ahorros al fin del año?

2154. Un obrero gana $ 1,25 diarios; trabaja 290 días al año, y ahorra $ 107 anuales; ¿cuánto gasta por día?

2155. Un obrero que trabaja 24 días por mes recibe $ 2 diarios. Si quiere ahorrar $ 300 al año, dígase la cantidad que puede gastar diariamente.

2156. Si 2 manzanas valen 1 naranja, y 2 naranjas 1 chirimoya, ¿cuántas chirimoyas podrá tener un niño con 48 manzanas?

2157. Un librero compra 78 volúmenes marcados $ 1,50. Vendiéndolos en $ 1,50, calcúlese su ganancia, sabiendo que recibe 13 volúmenes por 12 y que le hacen una rebaja de 15%.

2158. Una pieza de paño comprada por $ 240 se vendió con una ganancia de $ 0,75 por metro. Calcúlese el precio de venta de 1 metro, si la longitud de la pieza es de 25 metros.

2159. Dos operarios reciben en Mayo $ 193,25 por 23 días de trabajo del primero y 24 del segundo. En Junio reciben $ 207,50 por 26 días de trabajo del primero y 24 del segundo. Dígase a cuánto asciende el jornal de cada uno de ellos.

2160. Dos operarios han trabajado juntos durante 15 días y han recibido $ 105,50. ¿Cuánto ha recibido cada uno, si el primero gana diariamente $ 0,50 más que el segundo?

2161. Un mercader vende por $ 252 una pieza de paño de 28 metros, con un beneficio de $ 2 por metro. Dígase el precio de compra de 1 metro.

2162. Un librero compra 104 volúmenes marcados $ 2. Sabiendo que 1/13 de este número se lo dan de balde, y que el editor le hace una rebaja de 25%, calcúlese la suma que debe el librero.

2163. Alonso compra 2.400 platos por $ 560 y gasta $ 31 por el transporte. ¿Cuál será su ganancia si los revende en $ 28 el ciento?

2164. Un colegial tiene 226 chinas en dos faltriqueras, pero 52 más en la derecha que en la izquierda. ¿Cuántas hay en cada faltriquera?

2165. Feliciano compra 24 m. de paño por $ 278; revende 1/4 de ellos con $ 15 de pérdida. ¿A cómo tiene que vender el metro de lo que le queda para ganar $ 48 en todo?

2166. Después de haber escrito un número, lo he duplicado, he añadido 4 al producto, y ha resultado 20 por total. Calcúlese este número.

2167. Pablo dice a Carlos: Si multiplicas por 25 la suma que tengo, divides el producto por 7, y añades 50, resultaré 100; ¿cuánto tengo?

2168. Un librero compra 6 docenas de libros por $ 8,40 docena. Sabiendo que le dan 13 por 12, dígase su ganancia si vende cada volumen a $ 0,85.

2169. Repártase la suma de $ 448 entre dos personas de modo que la una tenga $ 105,50 más que la otra.

2170. Si se reparten 24 cucuruchos de dulces entre cierto número de niños, dando a la mitad de ellos 4 cucuruchos a cada uno, y 2 a cada uno de los demás, se pregunta cuántos eran los niños?

2171. Repártanse $ 2.600 entre 3 personas de modo que la primera tenga $ 450 más que la 2ª, y ésta, $ 400 más que la 3ª.

2172. Repártanse $ 3.600 entre dos personas de modo que la 1ª tenga 2 veces más que la 2ª.

2173. Esteban compra 15 docenas de platos en dos cajones de los cuales el uno tiene 30 platos más que el otro; ¿cuántos hay en cada cajón?

2174. Se han repartido $ 3.600 entre 3 personas, de modo que la primera ha tenido $ 130; la segunda, $ 20 más que la primera: ¿cuánto le cabe a la tercera?

2175. Una compañía de 210 soldados debe repartirse una suma de $ 1.703; la parte de cada uno de los 50 primeros debe ser doble de la de cada uno de los restantes; ¿a cómo le cabe a cada soldado?

2176. Cuatro socios deben repartirse $ 75.000. El 1º recibe tanto como los otros 3, que reciben cada uno la misma cantidad; dígase a cómo le cabe a cada uno.

2177. Dos personas tienen juntas $ 78. La 1ª tiene 3 veces tanto como la 2ª y $ 2 más. ¿Cuánto tiene cada persona?

2178. Al vender una casa en $ 4.590 se pierde 1/25 de lo que había costado. Dígase el precio de compra.

2179. Dos operarios tienen el mismo jornal. Al cabo de cierto tiempo, el uno recibe $ 66, y el otro, que ha trabajado 4 días menos, $ 44. Dígase el jornal de cada uno y el número de días de trabajo.

2180. Dos haciendas tienen juntas 30 solares de terreno; si la una tuviera 3 solares más y la otra 1 menos, ambas tendrían un número igual; ¿cuántos solares tiene cada una?

2181. Un obrero ha recibido $ 50 por cierto número de días de trabajo. Si hubiera trabajado 7 días más, habría ganado $ 67,50. ¿Cuántos días ha trabajado?

2182. Un padre de familia deja $ 8.400 a cada uno de sus hijos. Habiendo fallecido uno de ellos, su herencia fue repartida entre los supervivientes. Cada uno teniendo entonces $ 11.200, calcúlese : 1º la fortuna del padre; 2º el número de sus hijos.

2183. Se quiere repartir la suma de $ 6.490 entre 4 personas, de modo que la 1ª tenga $ 160 más que la 2ª; que ésta tenga $ 240 más que la 3ª, y la 3ª, $ 350 más que la 4ª. Dígase a cómo le toca a cada persona.

2184. Se compra una pieza de cierto género en $ 9 los 3 me tros, y se la revende a razón de \$ 26,25 los 7 metros, ganando así \$ 48,75. ¿Cuál es la longitud de la pieza?

2185. Dos piezas de género de igual calidad cuestan la 1ª \$ 250, y la 2ª \$ 270. Si la 1ª tiene 40 m. más que la 2ª, dígase la longitud de cada una.

QUEBRADOS

2186. ¿Cuál es la longitud total de 3 piezas de tela que miden: la 1ª 4 m. 2/3; la 2ª 7 m. 1/6; la 3ª 9 m. 2/9?

2187. Hágase la suma de los quebrados 2/125, 7/15, 6/45, 11/625, convirtiendo luego esta suma en quebrado decimal, con aproximación de una cienmilésima.

2188. Se entregan \$ 22,80 en pago de 2 3/8 metros de paño; ¿cuál es el precio de un metro?

2189. Dos personas han comprado una propiedad valuada en \$ 63.000; la 1ª toma los 4/9, y la otra lo restante; ¿qué suma debe pagar cada una de ellas?

2190. Los 5/6 de una pieza de paño valen \$ 378,50; ¿cuál es el precio total de la pieza?

2191. Indalecio da los 5/12 de \$ 36 a un hospital, y los 3/7 del resto a los pobres; ¿cuánto le queda para él?

2192. El menor de dos números es igual a los 2/5 de 15 y el mayor, a los 2/3 de 36; ¿cuál es el cociente de ambos?

2193. Ramiro tiene 14 buenas notas, y los 6/7 de este número igualan a los 2/3 de las que tiene Bernardo; ¿cuántas tiene este último?

2194. Vendo un reloj en \$ 18, suma que representa los 3/4 de lo que me había costado; ¿cuánto pierdo en la venta?

2195. Heliodoro compró un caballo en \$ 60, y lo revendió en los 7/5 de lo que le costó; ¿cuánto ganó?

2196. Vicente ha caminado 1.463 millas, que son los 2/5, más los 3/7, más 1/6 de lo que tiene que andar; ¿cuál es la longitud del camino?

2197. Para empapelar un salón se necesitan 15 rollos 3/8 de papel, de 4/7 de vara de ancho; ¿cuántos serán menester si el papel no tiene más que 8/21 de vara de ancho?

2198. Un mercader de quincallas ha comprado 75 limas a \$ 1 cada 8 de ellas, y las revende a \$ 1,40 cada 9; ¿qué suma gana o pierde en este negocio?

2199. José dice a Pablo, niño de 10 años: "Tu edad no es más que la 1/8 parte del cuádruplo de la mía; dime cuántos años tengo."

2200. Un poste está dividido en 4 partes: la 1ª es el 1/3, la 2ª el 1/4, la 3ª los 2/7 de la altura total, la 4ª tiene una longitud de 2,20 metros; ¿cuál es la altura total de ese poste?

2201. El forro de una tela ha costado los 2/7 del precio de la misma; si 18 metros de tela forrada valen \$ 81, ¿cuál es el precio de un metro de forro?

2202. Un padre de familia tiene 1.200 pesos; gasta los 2/15, luego el 1/4 de lo restante; ¿cuánto le queda?

2203. Feliciano recibe \$ 48 de su padre, y da 1/16 de esta suma por un sombrero, los 3/8 por un vestido, y los 3/12 los emplea en libros para el estudio; ¿cuánto le queda para él?

2204. Catalina compra 3/8 de metro de cinta encarnada, 9/11 de metro de cinta azul, 6/7 de metro de cinta negra a \$ 2,50 el metro; ¿qué suma ha gastado?

2205. Un obrero ha gastado para su manutención 1/3 de lo que ha ganado durante el año, 1/8 para vestuario y alquiler, 1/10 en otros gastos; si sus ahorros ascienden a \$ 80, ¿cuánto había ganado durante el año?

2206. Un mercader compra 525 metros de paño a \$ 10,50 el metro; vende los 3/5 a \$ 12,10 el metro; ¿a cuánto debe vender el metro de lo restante para ganar \$ 1.155,45?

2207. Un obrero que gana \$ 80 mensuales, gasta los 2/5 de su ganancia para sus gastos personales y envía 1/4 a sus ancianos padres; ¿qué suma le queda al fin del año?

2208. Margarita compra 3 piezas de tela a \$ 1,20 el metro; la 1ª tiene 36 m. 1/4, la 2ª 42 m. 1/3, y la 3ª 54 m. 20. ¿Cuánto tiene que pagar?

2209. El primero de Junio se empieza a sacar vino de un tonel de 228 litros. ¿Cuántos litros quedarán al fin del mes, si cada día se saca 1 litro 2/3?

2210. Un obrero haría un trabajo en 3 horas 2/5; otro lo haría en 2 horas 1/2. Si los 2 obreros trabajan juntos, ¿cuánto tiempo necesitarán para acabar el trabajo?

2211. La suma de 2 números es igual a 1.350; ¿cuáles son estos números si el 2º es los 4/5 del 1º?

2212. Un barril lleno hasta los 3/4 contiene 1 hl. 8 l. 5 dl.

2226. Claudio compra por $ 540 los 5/8 de la cosecha de una viña. Venancio compra, al mismo precio, los 3/4 de lo que queda. ¿Qué suma tiene que pagar?

2227. Sacando 40 litros 3/4 de un tonel, el contenido queda reducido a sus 2/5. ¿Cuál es la cabida del tonel?

2228. Una madre reparte 34 dulces entre sus hijos Tiburcio y Valentín, de modo que los 2/3 del número que le toca al 1º, igualan a los 3/4 de lo que recibe el 2º; ¿a cómo le cabe a cada uno?

2229. Patricio tiene 3 chinas más que Fabricio, y los 3/5 de las chinas del 1º igualan a los 6/7 de las del 2º; ¿cuántas tiene cada uno?

2230. Cuatro individuos se reparten una herencia; el 1º tiene 1/3, el 2º 1/4, el 3º 1/5 y el 4º $ 1.600. Calcúlese: 1º a cuánto asciende la herencia; 2º lo que cabe a cada uno de los tres primeros herederos.

2231. Un operario necesita 2 horas y 15 minutos para hacer los 3/15 de una obra. ¿Qué tiempo necesitarán 2 obreros para hacer la obra entera?

2232. Tres personas compran un terreno. La 1ª toma los 2/7, la 2ª los 3/10, y la 3ª lo demás. Si ésta paga $ 600 por la parte que le toca que mide 1 ha 45 a., ¿cuál es la superficie y cuál el precio de cada una de las otras dos partes?

SISTEMA METRICO

2233. ¿Cuál es en decámetros la longitud total de 95 piezas de cinta, si cada pieza tiene 28,75 metros?

2234. Una persona da 100 pasos por minuto; estos 100 pasos representan 60 metros; ¿cuánto tiempo empleará para recorrer 1 km.?

2235. Un pedazo de cinta de 5 cm. de largo vale $ 0,04; ¿cuál es el precio del metro?

2236. Un obrero hace 8,50 metros de una obra, en 3 horas 2/5; ¿cuántos metros hará en 51 minutos?

2237. Catorce piezas de casimir de 15,28 m. de longitud cada una valen $ 534,80; ¿cuánto vale el metro?

2238. ¿Qué economía realizará una madre de familia que, en lugar de comprar una docena de camisas a $ 1.50 cada una, manda hacer por una costurera, entregándole 28,50 metros de tela a $ 0,60 el metro, y pagándole además $ 0,50 de hechura por cada camisa?

2239. Se quiere entarimar una sala de 12 m. 65 de longitud sobre 7 m. 20 de anchura con tablas de 4 m. de longitud por 0 m. 28 de anchura; ¿cuántas se necesitarán?

2240. ¿Cuántos rollos de papel se necesitan para empapelar las cuatro paredes de una sala rectangular, que tiene 6 m. 50 de largo, 5 de ancho y 3,25 de alto? Los rollos miden 15 metros de largo por 0 m. 35 de ancho.

2241. Un vapor anda con la velocidad de 36 nudos por minuto. Calcúlese en metros, el espacio recorrido en una hora, sabiendo que el nudo es la 120ª parte de la milla y que 60 millas valen 111 111 metros.

2242. Eugenio compra 30 m. de tela a $ 1,75 el metro. Al metro con que se la mide le faltan 0 m. 012. ¿Cuál es la pérdida del comprador?

2243. Un mercader compra 3 piezas de tela de igual calidad por $ 180. La 1ª tiene 17 m. 25 y vale $ 31: la 2ª tiene 2 veces tanto como la 1ª. Dígase en decímetros la longitud de la 3ª.

2244. Se ha trocado un terreno de 2 ha. 6 a. por otro de 108 a. 25 ca. Sabiendo que el primero vale $ 0,20 el m^2, ¿cuánto vale el área del segundo?

2245. Miguel compra un campo de forma rectangular de 125 m. por 84. Revende los 5/6 en $ 0,40 el m^2, y así saca el precio de compra del campo entero. Calcular: 1º la superficie del campo; 2º. el precio de compra de 1 área.

2246. El terreno de una plaza circular de 60 m. de diámetro se ha comprado en $ 2.000, y se le ha puesto un cercado que vale $ 2 el metro lineal. ¿A cuánto ascienden los gastos?

2247. Hállese la superficie de un terreno rectangular de 69 m. 45 de longitud y 260 m. 84 de perímetro.

2248. El cercado de un campo rectangular se paga $ 0,80 el metro lineal. Teniendo el campo 16 a. 25 de superficie, y siendo la latitud de 32 m. 50, calcúlese la longitud y el valor del cercado.

2249. Una viña de forma cuadrada que tiene 260 m. 40 de perímetro se vende en $ 1.600. ¿Cuál es el precio del área?

2250. Un terreno rectangular tiene 32 decámetros de perímetro. Si la longitud es el triple de la latitud, calcúlese la superficie de este terreno.

de vino. Dígase el peso del vino que encierra el barril cuando está lleno, si 1 litro de vino pesa 0 kg. 991.

2213. Un propietario que tiene $ 2.870 de renta anual gasta 1/9 en Enero, 1/8 en Febrero y 1/4 en Marzo. ¿Cuánto le queda por gastar en cada uno de los otros 9 meses?

2214. Un obrero gasta para su manutención los 5/6 de su salario. Al fin del año ha ahorrado $ 450; dígase a cuánto asciende su jornal, sabiendo que no trabaja durante 65 días.

2215. Concepción vende los 3/4 de una cesta de huevos por $ 15, y le quedan 50 huevos. ¿A cómo ha vendido la docena?

2216. Patricio pierde los 2/5 de sus chinas, luego gana los 3/10, y entonces tiene 18. ¿Cuántas tenía al principio?

2217. Una helada ha destruído los 2/7 de la cosecha de una viña; el granizo ha destruído la mitad de lo restante. ¿Cuál habría sido la cosecha total sin estos dos perjuicios, si la viña ha producido aún 135 hectolitros?

2218. He gastado los 7/8 del dinero que tenía, más la mitad de lo que me quedaba. Si ahora tengo $ 15, ¿cuánto tenía al principio?

2219. Un depósito de forma cúbica tiene 3 m. 20 de lado. ¿Cuántas medidas de 3/5 de un doble decalitro hay que sacar para vaciar el depósito?

2220. Una pieza de género se ha vendido en $ 8,5 el metro. Calcúlese la longitud y el valor de la pieza, sabiendo que el vendedor ha recibido $ 68 por 1/10 de ella?

2221. Dividiendo un número por 2/5 y multiplicando por 3/4 el cociente obtenido, resulta 75. ¿Cuál es este número?

2222. Una persona ha gastado los 5/6 de su caudal, y no le queda más que $ 12.000. ¿Cuánto tenía?

2223. Un telar puede tejer 8 metros en 5 horas; otro, 9 metros del mismo género en 6 horas. ¿Cuánto tiempo necesitarán juntos para tejer 50 metros?

2224. Un obrero no gasta más que los 7/8 de su salario. Al cabo de un año ha ahorrado $ 171 habiendo trabajado 304 días. ¿A cuánto asciende su jornal?

2225. Tres persons se reparten una herencia; la 1ª recibe 1/3, la 2ª los 3/7, y lo demás, esto es, $ 4.000, cabe a la 3ª. Calcúlese a cuánto asciende la herencia, y lo que cabe a cada una de las dos primeras personas?

2251. En una sala que tiene 9 m. 70 de longitud, 9 m. 20 de latitud y 3 m. 20 de altura hay 3 ventanas y 2 puertas que juntas miden 18 m² de superficie. ¿Cuánto costará el empapelado de esta sala a razón de $ 1,10 el metro cuadrado?

2252. Un campo rectangular tiene 400 m. de perímetro, y su longitud mide 50 m. más que su latitud. Calcúlese: 1º sus dimensiones; 2º su superficie.

2253. En un lado de un patio cuadrado se construye una acera de 66 m² 60 de superficie y 2 m. 40 de ancho. ¿Cuál es la longitud de esta acera, y cuál la superficie que queda del patio?

2254. Gervasio que ha comprado por $ 25.000 un terreno de 835 áreas, revende 1 ha. 8745 a razón de $ 42,75 el área, y lo restante a razón de $ 0,45 el m². ¿Cuál es su beneficio?

2255. En un jardín que tiene 45 m. por 28 se establece, al rededor, un pasillo de 1 m. de ancho. ¿Qué superficie queda del jardín?

2256. Se compra un terreno rectangular por $ 1.347,50, a razón de $ 0,70 la centiárea. Calcúlese su superficie en áreas, y su altura si la base tiene 70 m.

2257. Al rededor de un estanque circular de 15 m. de diámetro han sembrado césped formando una corona de 2 m. de ancho. Calcúlese la superficie del estanque y la del césped.

2258. Un tendero ha vendido al precio de $ 1,10 el kg., 38 kg. de aceite, comprados en $ 95 los 100 kg.; ¿cuál es su beneficio?

2259. Un mercader ha comprado 75 pilones de azúcar de 10,5 kg. cada uno; los ha pagado a razón de $ 19 los 100 kg., ¿cuánto ha desembolsado?

2260. ¿Cuánto cuesta un tonel de vino de 228 litros, si el hl. vale $ 56,50?

2261. Una familia de 5 personas necesita diariamente 480 gramos de pan para cada una; ¿cuál es el gasto anual de pan en dicha familia si el kg. se vende a $ 0,24?

2262. Un comerciante ha vendido por $ 3.528 el trigo que le había costado $ 2.572,50; ¿cuántos hl. tenía, si ha ganado $ 3,25 por 100 kg., y si el hl. de dicho trigo pesaba 75 kg.?

2263. El estéreo de leña vale $ 9,50; si 42 estéreos valen tanto como 266 hl. de carbón, ¿cuánto se pagará por 25 hl. de carbón?

2264. Se llenan de pulque 4 toneles, cada uno de 230 litros; dígase en hl. la cabida de los 4 toneles y el peso total si cada tonel vacío pesa 15 kg. La densidad del pulque es de 0,875.

2265. Un tonel de vino de Málaga de 240 litros ha costado $ 20,40 el hl., $ 8,50 de entrada, y 3,25 de transporte; ¿a cómo debe venderse el litro para ganar $ 4,50 por hl.?

2266. Un tonel de vino de 228 litros ha costado 85 pesos de compra; se han pagado $ 6,96 de transporte y $ 13 de aduana por hl.; ¿cuánto cuesta la botella de 75 centilitros?

2267. Sabiendo que un litro de trigo pesa 78 dag. 5 g., ¿cuál es, en quintales métricos, la carga de un vagón que lleva 28 costales de a 2 hl. cada uno?

2268. Si el ferrocarril cobra $ 0,03 para transportar una tonelada de hierro a 1 km; ¿cuánto deberá pagarse para hacer transportar 32.000 kg. de hierro a 35 Mm.?

2269. Se vende a $ 12,50 los 100 kg. el trigo que había costado $ 9 el hl., y se ganan $ 15 en total; ¿cuántos hl. se habían comprado sabiendo que el hl. pesa 78 kilogramos?

2270. Un tonel de aceite pesa 127 kg. 3 hg.; el tonel vacío pesa 12 kg. 3 hg.; ¿cuánto vale, si el aceite cuesta $ 98 los 100 kg. y el tonel vacío $ 2,50.

2271. Mi hermano tiene vino que cuesta $ 0,74 la botella; yo tengo coñac cuyo precio es de $ 3,70 el doble litro; dándole 37 litros de coñac, ¿cuántas botellas de vino debe darme en cambio?

2272. En 145 días, una fábrica ha consumido 15 quintales de hulla. El hl. pesa 44 kg. y cuesta $ 1,10; ¿qué suma ha gastado diariamente esta fábrica?

2273. Para obtener un hl. de cerveza se necesitan 500 gramos de lúpulo a $ 2,70 el kg., y 5 dal. de cebada pesando 63 kg. el hl. a $ 21 el quintal métrico; ¿cuántos hl. de cebada y kilogramos de lúpulo se necesitan para fabricar 24 hl. de cerveza y cuál será, sobre esta cantidad, el beneficio del cervecero que vende el dal. a $ 1,80?

2274. Dígase la profundidad de un estanque que contiene 7.020 litros, si la base tiene 6 m^2 de superficie.

2275. En una pared que tiene 10 m. 75 de longitud, 3 m. de altura y 0 m. 52 de espesor se dejan 4 aberturas de 1 m. 20 de ancho por 1 m. 80 de alto. Dígase los gastos en la construcción a razón de $ 4 el metro cúbico.

2276. En un depósito cuyo fondo es un cuadrado de 1 m. 60 de lado se echan 19 hl. 20 de agua. ¿Qué altura alcanza el líquido?

2277. Una barra de hierro tiene 2 m. 75 de largo, 0 m. 17 de ancho y 0 m. 15 de espesor. Siendo la densidad del hierro 7,8, dígase el precio de esta barra a razón de $ 12 el quintal métrico?

2278. Un vaso vacío pesa 0 kg. 950; lleno de agua, 2 kg. 06. ¿Cuánto pesará después de haber sacado la mitad del agua, y cuál es su capacidad?

2279. Si 480 m. de un alambre pesan 12 kg., y se compran en $ 0,40 el kg., ¿cuál es el peso y cuál el precio de 1 m. de este alambre?

2280. Se compran por $ 621 cuatro toneles de vino. El 1º contiene 2 hl., el 2º 19 dal. 5, y el 3º 145 litros. Si el hectolitro vale $ 90, calcúlese la capacidad del cuarto tonel.

2281. Un depósito encierra 6 m^3 3 de agua. Si cada día se sacan 5 dal. 6, ¿cuántos hectolitros quedarán al cabo de una semana?

2282. Una fuente da a un depósito 3 l. 5 de agua por minuto; si se deja correr el agua durante 4 horas 35, ¿cuántos litros faltarán para llenar el depósito que tiene 1 m^3 050 de capacidad?

2283. La leche da unos 12% de su peso de nata, y la nata produce unos 30% de su peso de mantequilla. ¿Cuántos kilogramos de mantequilla darán 75 litros de leche, siendo la densidad de la leche 1,03?

2284. ¿Cuánto pesa una columna de mármol de 6 m. de altura y 0 m. 80 de diámetro, siendo la densidad del mármol 2,7?

2285. Un barril lleno de vino pesa 618 kg.; vacío pesa 32 kg. 075. Siendo la densidad del vino 0,907, dígase en decalitros la capacidad del barril.

2286. Un dormitorio de 18 m. de longitud y 8 m. 40 de ancho ha de dar cabida a 30 alumnos. Sabiendo que el mueblaje ocupa los 3/75 del espacio, ¿a qué altura hay que colocar el techo para que cada alumno tenga 20 m^3 de aire?

2287. ¿Cuál es la capacidad de un vaso lleno de agua cuyo peso (del agua) está representado por 4 monedas de plata de 5 pesetas, 6 monedas de 1 peseta, 12 monedas de 0,50 pta. y 20 monedas de 0,05 pta.?

2288. Un vaso vacío pesa tanto como 53 pesetas en plata; lleno de agua, pesa tanto como 13,75 ptas. en bronce. Calcúlese la capacidad de este vaso.

2289. Calcúlese la suma que posee una persona, sabiendo que si gasta los 3/5 de esta suma y los 5/9 de lo restante, la suma en plata que le queda pesa tanto como 3,12 litros de agua destilada.

2290. Un tubo de plomo pesa 88 kg. 312; sus diámetros interior y exterior tienen respectivamente 2 cm. y 4 cm. ¿Cuál es su longitud, si un decímetro cúbico de plomo pesa 11 kg. 36?

2291. Un tren anda con la velocidad de 36 km. por hora. Saliendo a las 7 1/2 de la mañana, ¿a qué hora llegará a una ciudad distante de 221 km.?

2292. Un viajero recorre 1 km. 8 m. en 12 minutos. ¿Qué distancia habrá recorrido, andando de las 8 de la mañana hasta las 5 de la tarde, si se ha parado 1 h. 3/4 para comer y descansar?

REGLA DE TRES

2293. ¿Cuántos obreros se necesitan para hacer en 8 días un trabajo que 24 obreros harían en 9 días?

2294. Quince obreros hacen cierto trabajo en 10 días; ¿cuántos obreros deben añadirse a los primeros para concluír el trabajo en 6 días?

2295. Para formar una alfombra se necesitan 4 m. 25 de cierta tela que mide 0 m 75 de ancho; ¿cuántos metros se necesitarían, si la anchura fuese de 0 m. 65?

2296. Un obrero ha empleado 2 horas 15 minutos para hacer los 0,54 de un trabajo; ¿cuánto tiempo necesitaría para concluír todo el trabajo?

2297. Un obrero trabajando 18 horas ha hecho 120 metros de una obra; ¿cuántos metros hubiera hecho otro obrero con las mismas condiciones, trabajando 5 días y 12 horas diarias?

2298. Para adoquinar una calle de 126 metros de longitud por 12 de anchura, se han empleado 51.219 adoquines; ¿cuántos se necesitarían para adoquinar otra calle de 184 metros de largo por 15 de ancho?

2299. La harina de trigo absorbe 57% de agua en el amasijo; durante la cocción una parte del agua se evapora, de manera que 117 kg. de pasta dan 100 kg. de pan; ¿cuántas raciones de 475 gramos pueden hacerse con 1.000 kg. de harina?

2300. Con 10 kg. de hilo puédese tejer una pieza de tela de 32 metros de longitud por 0 m. 85 de anchura; ¿cuál sería la longitud de otra pieza de tela hecha con 175 kg. de hilo, si esa pieza tuviese 0 m. 65 de ancho?

2301. Una guarnición de 3.500 hombres ha consumido 34.125 kg. de pan en 13 días; ¿cuántos kg. de pan se necesitan para alimentar a 4.275 hombres durante 45 días?

2302. De 100 kg. de remolacha se sacan 6 kg. de azúcar y 2 kg. 4 de melaza; ¿qué cantidad de azúcar y melaza da la cosecha de un terreno que mide 4 ha. 6 áreas, si produce 32.000 kg. de remolacha por hectárea?

2303. Un litro de agua de mar pesa 1,026 kg. y contiene 2,50% de sal; ¿en cuántos litros hay 30 kilogramos de sal?

2304. La cantidad de sal contenida en el agua de mar representa el 2,50% de su peso; si un litro de agua de mar pesa 1.026 gramos, ¿cuántos litros de agua se necesitan para obtener 1 kg de sal?

2305. Un obrero debía recibir $ 144 por un trabajo que duró 3 semanas de 6 días de trabajo. No habiendo trabajado sino 6 días y 5 horas, ¿cuánto recibirá, siendo de 10 horas el trabajo diario?

2306. ¿Cuánto valen los 25/10.000 de una mercadería, si los 4/5 valen $ 809,75?

2307. Un automóvil recorre 1.175 metros en 1 minuto y medio; ¿qué distancia recorrerá en 12 horas y 15 minutos?

INTERES.—DESCUENTO
TANTO % Y REGLAS VARIAS

2308. ¿Qué interés devengará una suma de $ 27.850 durante 9 meses y 7 días al 3,25%?

2309. Un propietario arrienda sus fincas a razón de $ 600, y paga $ 90 de contribuciones. Suponiendo que las tierras le produzcan 3,50%, ¿cuál es el valor de sus propiedades?

2310. Los 4/5 de una suma impuesta al 3,96% anual dan $ 1.247.40 de renta en 9 meses; ¿cuál es esa suma?

2311. Una persona posee $ 14.500; ¿a qué tanto por ciento debe colocar su dinero para obtener una renta mensual de $ 108,75?

2312. Un propietario compra una pradera de 2 ha. 8 a. 25 ca. a razón de $ 25 el área, y la arrienda por $ 195; los gastos ascienden al 10% del precio de compra; ¿a qué tanto impone su dinero?

2313. La construcción de una casa ha costado $ 18.500. El terreno donde está edificada es de forma rectangular siendo su longitud de 76 m. 25 y su anchura 28 m. 95. El terreno se compró en \$ 6.870 la hectárea; ¿a cuánto debe alquilarse esta casa para que dé 5% de rédito?

2314. Una suma impuesta al 4,50% durante 9 años ha producido otra con la cual se ha comprado una propiedad de 1 ha. 8 a. 15 ca., valuada en \$ 0,12 el m^2; ¿cuál es la suma primitiva?

2315. Un lagar de 3 m. 40 de longitud, 1 m. 70 de anchura y 2 m. 70 de profundidad, está lleno de vino hasta los 3/5 de su altura; ese vino se vende a \$ 44,50 el hl., y se coloca el producto de la venta al 6%; ¿qué renta mensual produce dicha suma?

2316. Vendo dos campos a \$ 0,55 el m^2; el uno tiene una superficie de 109 áreas 52 ca.; el otro de forma rectangular tiene 84 m. de longitud por 69 m. 50 de anchura. Coloco el producto de la venta al 5%; ¿qué cantidad podré gastar diariamente con los intereses anuales?

2317. Máximo que tiene un caudal de \$ 36.000 impone los 2/3 al 4,5% y lo demás al 3%. ¿Cuál es el interés anual?

2318. ¿A qué tanto % se colocan \$ 3.650 para sacar \$ 219 en 1 año y 6 meses?

2319. Una persona toma a préstamo \$ 18.600 por 2 años y 6 meses al 5% al año. ¿Qué suma tendrá que remitir al fin del tiempo estipulado?

2320. Una persona vende a \$ 600 la hectárea una propiedad cuyo precio se coloca a interés al 4,5%. ¿Cuál es la superficie, si el interés anual de esta suma es de \$ 114,75?

2321. Un jardín rectangular de 130 m. por 75 se vende a \$ 52 el área. Pagando 1/4 a buena cuenta, otro 1/4 al cabo de 6 meses, y lo demás al cabo de 18 meses, ¿a cuánto ascenderá cada uno de los pagos, siendo el tanto anual de 4%?

2322. Una suma fue colocada al 3% durante 2 años. Si la hubiesen colocado durante 3 años al 2½%, habría devengado \$ 615 más. ¿Cuál es esta suma?

2323. Un agricultor compra, a razón de \$ 0,30 el m^2, un terreno de 4 áreas y media, y pagará sólo al cabo de 8 meses, con el interés al 6% anual. ¿Qué suma tendrá qué entregar?

2324. Con el interés de \$ 671, impuesto al 5% durante 6 meses, se ha comprado a razón de \$ 3,50 el m^2 una alfombra de forma rectangular de 3 m. de longitud. Calcúlese el ancho.

2325. Alonso vende a \$ 32,50 el área un terreno triangular de 120 m. de base y 140 de altura. El producto de la venta se impone al 3 1/2%. Calcúlese el interés anual.

2326. Antonio compra una dehesa por \$ 750. Paga \$ 250 a buena cuenta, y lo demás, 9 meses después, con el interés al 4,5%. ¿Cuánto debe entonces?

2327. ¿Qué renta mensual se puede tener colocando al 3,25% el precio de venta de un jardín cuadrado de 180 m. de lado, si la hectárea se vende \$ 2.000?

2328. Esteban impone al 5% los 5/6 de su caudal, lo que le proporciona \$ 8.740 de interés anual. ¿A cuánto asciende su fortuna?

2329. ¿Qué suma había prestado al 4%, si al cabo de 1 año me devuelven \$ 4.680 por el capital e interés juntos?

2330. Un labrador compra, a 7.080 pesos la hectárea una viña de 9 áreas 5 centiáreas; al cabo de 8 meses, paga el capital y los intereses al 6%; ¿qué cantidad debe abonar?

2331. ¿Cuál es el descuento de un pagaré de 1.875 pesos al 6% que vence el 2 de Noviembre presentado al banquero el 12 de Julio del mismo año

2332. Una persona tiene un pagaré de \$ 1.270 que vence dentro de 8 meses; lo hace descontar por un banquero que le da \$ 1.224,28; ¿cuál es el tanto por ciento del descuento?

2333. Un relojero compra relojes en Suiza. La factura es de \$ 3.525,75, pagadera a los 90 días; si paga al contado, se le hace un descuento de 4,50% al año. Prefiere saldar inmediatamente la factura; ¿cuánto ha pagado?

2334. Una persona tenía un pagaré de \$ 1.500 que vencía el 1º de Noviembre. Necesitando dinero lo negoció a un banquero; ¿cuánto recibió esa persona siendo el descuento de 6% y verificándose el pago a 1º de Agosto?

2335. Un tendero ha comprado 300 kg. 5 hg. de jamón a \$ 0,825 el medio kg.; ¿qué suma entregará, si paga al contado con un descuento de 2,75%?

2336. Una persona se hace descontar un pagaré de \$ 674,70 que vence dentro de 10 meses; recibe \$ 637,87 en efectivo; ¿cuál es el tanto por ciento del descuento?

2337. Un comerciante ha comprado géneros por 2.560 pesos pagaderos dentro de un año, con descuento de 4% al año, si paga antes del término fijado. Algún tiempo después entrega \$ 2.480,64; ¿al cabo de cuántos meses y días efectúa el pago?

2338. ¿Cuál es el descuento, al 5,50% de una letra de $ 180, descontada 45 días antes de su vencimiento?—¿Cuál es su valor actual?

2339. Eliseo compra un montón de leña de 18 m de largo, 1 m. 14 de ancho y 1 m. 20 de alto a razón de $ 4 el estéreo. Si, para saldar la factura da un billete de $ 500, ¿cuánto se le debe devolver, si le hacen una rebaja de 1,5%?

2340. Un propietario ha comprado una casa por $ 8.450. Paga anualmente $ 23 de impuestos, y arrienda su casa por 530 pesos; ¿a qué tanto por ciento ha impuesto su dinero?

2341. Al vender una partida de corcho en 15.000 pesos, un negociante pierde 8%; ¿en cuánto lo había comprado?

2342. Un comerciante al declararse en quiebra ha pagado a sus acreedores 17% de lo que les debía; ¿cuál era su deuda respecto del acreedor que recibió $ 225,08?

2343. Un comerciante ha comprado 23 piezas de paño de 69 metros cada una, a $ 8,40 el metro; las ha vendido ganando el 9%, ¿cuál es: 1º el precio de compra; 2º el precio de venta; 3º el beneficio realizado?

2344. Un comisionista cobra 3/4% sobre el precio de las mercancías que vende; ¿cuánto ha ganado en un día si vende 349 m. 95 de paño a $ 3,75 el metro?

2345. Un negociante en corcho vende 3 partidas: la 1ª por $ 2.000 ganando el 20%, la 2ª por $ 6.000 ganando el 25% y la 3ª por $ 2.400 ganando el 15%; ¿cuál fué el importe total de la compra?

2346. Un mercader ha comprado 3.500 quintales métricos de patatas, a razón de $ 9,75 el quintal. Se averían 173 quintales; ¿a cómo debe vender la tonelada para ganar 5% sobre el precio de compra?

2347. Un mercader compra 81 m. de tela por $ 116,64; ¿a cómo tiene que vender el metro para ganar 10% sobre el precio de venta?

2348. Mauricio vende una pieza de tela de 85 metros por $ 238,85, ganando 18% sobre el precio de compra. Dígase el precio de compra de 1 metro.

2349. ¿A cuánto ascendía el precio de una factura, si con una rebaja de 3% se paga todavía $ 1.200?

2350. Patricio tiene 9 centavos, y Donato 7; ambos compran con su dinero 32 manzanas, ¿cuantas le tocan a cada uno?

2351. Un padre de familia reparte 96 avellanas entre sus

dos hijos y sus tres hijas, y da a cada uno de los primeros la mitad de lo que da a cada una de las segundas; ¿cuántas recibe cada uno?

2352. Una madre reparte 720 nueces entre sus tres hijos, del modo siguiente: cuando da 2 al 1º, al 2º le da 3, y al menor 4; ¿cuántas nueces recibirá cada uno?

2353. Se han empleado 4 obreros en cierta fábrica; el 1º ha trabajado 16 días de 8 horas, el 2º, 15 días de 10 horas; el 3º, 18 días de 9 horas; y el 4º, 20 días de 8 horas; la suma destinada por la fábrica era de $ 450; ¿cuánto recibió cada uno?

2354. Un caballero contento de los servicios de dos dependientes suyos, les destina una renta anaul de $ 3.500; ¿cuál será la parte de cada uno, en proporción del número de hijos que tiene, si la familia del 1º es de 4 hijos y la del 2º de 6, y si los hijos del 1º deben recibir $ 4 cada uno, cuando los del 2º reciben 3?

2355. En la explotación de una finca tres socios han contribuído el 1º con $ 24.600; el 2º $ 19.500; el 3º $ 17.500; ¿cuál será el beneficio de cada socio proporcionalmente a su imposición, siendo el beneficio limpio de 5.544 pesos?

2356. Tres herederos se han repartido un bosque de 864 hectáreas. El primero recibe tanto como los dos últimos, cuyas partes son entre sí como 5 es a 11; ¿cuál es, en hectáreas, la herencia de cada uno?

2357. Una suma ha sido repartida entre tres personas proporcionalmente a los números $2\frac{1}{4}$, 7 2/5, $8\frac{1}{2}$; la 3ª persona con lo recibido ha podido comprar 544 metros de tela a $ 1,25 el metro; ¿qué suma han recibido las dos primeras personas y cuál es la suma total?

2358. Dos negociantes se han asociado para una empresa; el 1º ganó $ 225, y el 2º $ 375; la suma impuesta por ambos es de $ 2.100; ¿cuánto puso cada uno?

2359. La suma de las imposiciones de dos hacendados es de $ 24.600; la del 1º excede a la del 2º en $ 2.400; ¿cuál es la parte de cada uno sobre una ganancia total de $ 8.610?

2360. Un deudor no puede pagar a sus acreedores sino el 75% de lo que les debe: al 1º le da $ 12.600; al 2º, $ 15.300, y al 3º, $ 2.190; ¿cuánto ha perdido cada acreedor?

2361. Dos artesanos se reparten una suma de $ 304, que han ganado; dígase a cómo le cabe a cada uno, si el 1º ha trabajado 12 horas diarias durante 15 días, y el segundo 10 horas diarias durante 20 días.

2362. Tres hacendados han alquilado un potrero en $ 327,60; el 1º ha puesto 35 caballos durante 6 meses; el 2º, 60 durante 15 meses, y el 3º, 45 durante 10 meses; ¿cuánto debe pagar cada uno?

2363. Tres traficantes han ganado $ 1.542; el 1º había impuesto $ 1.200 durante 18 meses; el 2º $ 1.800 durante 15 meses, y el 3º, $ 200 durante 14 meses; ¿qué parte de la ganancia le cabe a cada uno?

2364. Tres personas se han asociado para una empresa. La 1ª ha puesto $ 6.000, la 2ª $ 4.000, y la 3ª, $ 3.200. Siendo de $ 3.300 el beneficio realizado, dígase lo que cabe a cada socio.

2365. Pablo y Patricio alquilan una dehesa en $ 650. El primero pone 150 bueyes durante 3 meses; el segundo, 80 bueyes durante 6 meses; ¿cuánto debe pagar cada uno?

MONEDAS EFECTIVAS

EN ALGUNOS PAISES

y su equivalencia con el *franco* francés y la *peseta* española (1)

FRANCIA*

VALOR	LEY	DIAMETRO	PESO EXACTO	TOLERANCIA	
				EN LA LEY	EN EL PESO
Piezas de Oro					
100 fr.	0,900	35mm	32 g. 258	0,001	0,001
50	0,900	28	16 g. 129	0,001	0,001
20	0,900	21	6 g. 4516	0,001	0,002
10	0,900	19	3 g. 2258	0,001	0,002
5	0,900	17	1 g. 6129	0,001	0,003
Piezas de Plata					
5 fr.	0,900	37mm	25 g.	0,002	0,003
2	0,835	27	10 g.	0,003	0,005
1	0,835	23	5 g.	0,003	0,005
0,50	0,835	18	2 g. 5	0,003	0,007
0,20	0,835	16	1 g.	0,003	0,010
Piezas de Bronce					
0,10	"	30mm	10 g.	"	0,010
0,05	"	25	5 g.	"	0,010
0,02	"	20	2 g.	"	0,015
** 0,01	"	15	1 g.	"	0,015

*Italia, Bélgica, Suiza y Grecia usan también las mismas monedas de oro y plata.

** Desde 1903 se acuñan también monedas de a 0,25 de níquel.

(1) *A la par, una peseta* equivale a *un franco.*

MEXICO

(Decreto del 25 de Marzo de 1905)

Unidad monetaria: el *peso de oro*, que contiene 75 centigramos de oro puro y vale a la par 2,58 francos.

Oro

10 pesos	peso : 8 g. 333;	ley : 0,900
5 —	— 4 g. 166;	— "

Plata

1 peso	peso : 27 g. 073;	ley : 0,9027
50 centavos	— 12 g. 50 ;	— 0,800
20 —	— 5 g. ;	— "
10 —	— 2 g. 50 ;	— "

Níquel

5 centavos.

Bronce

2 centavos.
1 centavo.

COLOMBIA

(Ley de 15 de Junio de 1907)

Unidad monetaria: el *peso oro* de 100 centavos, equivalente a la quinta parte de la libra esterlina inglesa. A la par, vale 5,04 francos.

La unidad usual es el *peso papel.*

Oro

Cóndor	peso : 9 g. 940;	ley : 0,916 2/3
Medio cóndor	— 4 g. 970;	— "
Peso	— 1 g. 988;	— "

Plata

Peso	peso : 25 g. ;	ley : 0,900
50 centavos	— 12 g. 500;	— 0,835
20 —	— 5 g. ;	— 0,666
10 —	— 2 g. 500;	— "
5 —	— 1 g. 250;	— "

Níquel

5 centavos.
2 —
1 centavo.

ECUADOR

(Ley de 1º de Abril de 1884)

Unidad monetaria: *el sucre plata*, que vale 5 francos a la par. El sucre se descompone en 10 reales ó 10 décimos ó 100 centavos.

Oro

Doble cóndor	peso : 32 g. 25806;	ley : 0,900
Cóndor	— 16 g. 12903;	— "
Doblón (2/5 de cóndor)	— 6 g. 45161;	— "
Quinto de cóndor	— 3 g. 22580;	— "
Décimo de cóndor	— 1 g. 61290;	— "

Plata

Sucre	peso : 25 g. ;	ley : 0,900
Medio sucre	— 12 g. 50 ;	— "
2 décim. de sucre	— 5 g. ;	— "
Décimo de sucre	— 2 g. 50 ;	— "
Medio décimo	— 1 g. 25 ;	— "

Níquel

5 centavos.
1 centavo.
1/2 —

Bronce

2 centavos, 1 centavo,
1/2 —

CUBA

(Leyes monetarias de 1915.)

Unidad monetaria: el *peso de oro* que, a la par, vale 5,18 francos. Las nomenas de oro y plata de los E. U. tienen también curso legal.

Oro

20 pesos	peso: 33 gr. 436;	ley: 0,900
10 —	— 16 gr. 718;	— »
5 —	— 8 gr. 359;	— »
4 —	— 6 gr. 689;	— »
2 —	— 3 gr. 344;	— »

Plata

1 peso	peso 26 gr. 7295;	ley: 0,900
40 centavos	— 10 gr.	— »
20 —	— 5 gr.	— »
10 —	— 2 gr. 5	— »

Níquel

5 centavos. 2 centavos. 1 centavo.

CHILE

(Ley de 10 de Enero de 1889)

Unidad monetaria: el *peso oro* de 100 centavos que a la par, vale 1,89 franco.

Oro

Cóndor (20 pesos)	peso : 11 g. 982;	ley : 0,916 2/3
Doblón (10 pesos)	— 5 g. 991;	— "
Escudo (5 pesos)	— 2 g. 9955;	— "

Plata

Peso	peso : 20 g. ;	ley : 0,400
40 centavos	— 8 g. ;	— "
20 —	— 4 g. ;	— "
10 —	— 2 g. ;	— "
5 —	— 1 g. ;	— "

Bronce

2½ centavos	1 centavo
2 —	1/2 —

ARGENTINA

(Ley de 5 de Noviembre de 1881)

Unidad monetaria: el *peso oro* de 100 centavos que a la par, vale 5 francos. La unidad usual es el *peso papel*, que vale la mitad del peso oro.

Oro

Argentino (5 pesos)	peso : 8 g. 0645;	ley : 0,900
1/2 Argentino	— 4 g. ;0322;	— "

Plata

Peso	peso : 25 g. ;	ley : 0,900
50 centavos	— 12 g. 50;	— 0,835
20 —	— 5 g. ;	— "
10 —	— 2 g. 50;	— "
5 —	— 1 g. 25;	" —

Níquel	Bronce
20 centavos	2 centavos
10 —	1 centavo.

ESTADOS UNIDOS

(Ley de 14 de Mayo de 1900)

Unidad monetaria: el *dollar oro* igual a 10 dimes ó 100 centavos. El dollar vale, a la par, 5,18 francos.

Oro

Doble águila (20 dollars)	peso : 33 g. 436;	Ley : 0,900
Aguila (10 dollars)	— : 16 g. 718;	— "
1/2 Aguila	— : 8 g. 359;	— "
1/4 de Aguila (2 1/2 dollars)	— : 4 g. 179;	— "
Dollar	— : 1 g. 672;	— "

Plata

Dollar (100 cents.)	peso : 26 g. 729;	ley : 0,900
1/2 dollar (50 cents.)	— : 12 g 500;	— "
1/4 de dollar (25 cents.)	— : 6 g. 250;	— "
Pieza (20 cents.)	— : 5 g. ;	— "
Dime (10 cents.)	— : 2 g. 500;	— "

Níquel.—5 cents. *Bronce.*—1 cent.

PANAMA

(Decreto del 27 de Junio de 1904)

Unidad monetaria: el *balboa oro* que, a la par, vale 5,18 francos; legalmente equivale a 2 pesos plata.

El dollar norteamericano tiene curso legal, con un valor nominal equivalente al del balboa.

Oro

20 balboas	peso : 33 g. 44;	ley : 0,900
10 —	— : 16 g. 72;	— "
5 —	— : 8 g. 36;	— "
2 1/2 —	— : 4 g. 68;	— "
1 balboa	— : 1 g. 672;	— "

Plata

1 peso ó 1/2 balboa	peso : 25 g. 729	ley : 0,900
25 cents.	— : 12 g. 50;	— "
10	— : 5 g. ;	— "
5 —	— : 2 g. 50;	— "
2 1/2	— : 1 g. 25;	— "

INGLATERRA

(*Ley de 22 de Abril de 1870*)

Unidad monetaria: la *libra esterlina* (£) que se divide en 20 shillings (sh), el shilling se divide en 12 pence (d), y el penny en 4 farthings. La libra esterlina vale, a la par, 25,22 francos.

Oro

Sovereign (libra est.)	peso :	7 g. 988;	ley :	0,916 2/3
1/2 — (10 shill.)	—	3 g. 994;	—	"
2 —	—	15 g. 976;	—	"
5 —	—	39 g. 940;	—	"

Plata

Corona (5 shill.)	peso :	28 g. 276;	ley :	0,925
2 Florines (4 shill.)	—	22 g. 620;	—	"
1/2 Corona (2 1/2 shill.)	—	14 g. 138;	—	"
1 Shilling	—	5 g. 655;	—	"
6 Pence	—	2 g. 828;	—	"

Bronce.—1 penny. — 1/2 penny.—1/4 de penny.

ALEMANIA

(*Ley de 1º de Junio de 1909*)

Unidad monetaria: el *reichmark oro* de 100 pfennige que, a la par, vale 1,235 franco.

Oro

Doble corona (20 marcos)	peso :	7 g. 965;	ley :	0,900
Corona (10 marcos)	— :	3 g.9825;	—	"

Plata

5 marcos	peso :	27 g. 778;	ley :	0,900
3 —	—	16 g. 666	—	"
2 —	—	11 g. 111;	—	"
1 —	—	5 g. 555;	—	"
50 pfennige	—	2 g. 777;	—	"
20 —	—	1 g. 111;	—	"

Níquel

25 pfennige
10 —
5 —

Bronce

2 pfennige
1 pfennig.

VENEZUELA

(*Ley de 2 de Junio de 1887*)

Unidad monetaria: el *Bolívar oro* de 100 centavos que, a la par, vale 1 franco.

Oro

100 bolívares,	peso :	32 g. 258;	ley :	0,900
50 —	—	16 g. 129;	—	"
20 —	—	6 g. 4516;	—	"
10 —	—	3 g. 2258;	—	"
5 —	—	1 g. 6129;	—	"

Plata

5 bolívares,	peso :	25 g. ;	ley :	0,900
2 —	—	10 g. ;	—	0,835
1 —	—	5 g. ;	—	"
50 centavos	—	2 g. 500;	—	"
20 —	—	1 g. ;	—	"

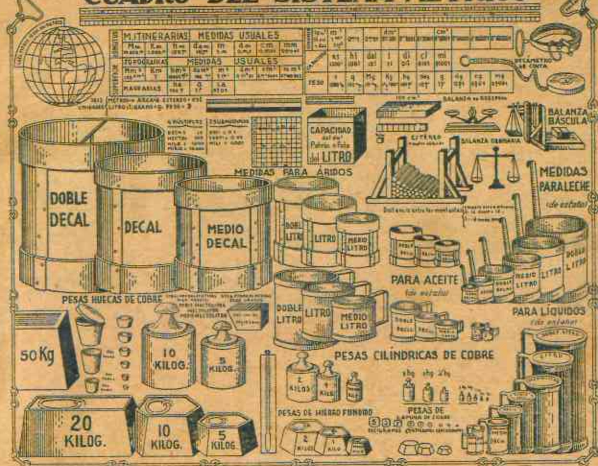
Níquel

5 centavos.
2 —
1 —

Bronce

10 centavos.
5 —
2 —
1 —

CUADRO DEL SISTEMA METRICO



Depósito: ***París, rue de Sèvres, 78.***

A. Pegado en tela, con dos varillas para suspenderlo ..

B. Pegado en tela, *barnizado* y aparejado sobre garganta y rollo ....

Este Cuadro, cuyas dimensiones son 109 c/m×131 c/m, representa las medidas métricas en su verdadero tamaño y color. Las medidas van agrupadas de modo que las que tienen correspondencia están en una misma línea vertical.

Una casilla indica la relación que tienen entre sí las varias medidas de longitud, de superficie y de volumen.

En el presente cuadro reducido, las medidas métricas están representadas en 1/15 de su tamaño verdadero.

INDICE

PARTE III

SISTEMA MÉTRICO

PARTE IV

NÚMEROS PROPORCIONALES

…O DEL CATALOGO

…TALES PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

…OS DE CALCULO sobre las cuatro reglas … 18º, de 72 páginas.

…O, MAESTRO.

… DE ARITMETICA para las clases infi- … 124 páginas.

…ISMO, MAESTRO.

…DO DEL SISTEMA METRICO DECIMAL.— … paginas, con numerosos ejercicios.

…MISMO, MAESTRO.

…ETICA, CURSO ELEMENTAL.—In-12º, de 192 … buen nú… de grabados.

… aplica el …odo intuitivo para explicar las cua… ces, los n…eros de…imales, los quebrados, etc. …dad de los car…teres tipográficos y la belleza de … este libr… … atractivo para los niños.

…SMO, M…

…ETICA, … SUPERIOR.—In-12º de 416

… ende la misma materia que el curso medio con …to desarrollo y mayor número de ejercicios de aplicación. Contiene además unas *Nocion… … Comercio*, que …rman una introducción útil a las clas… …sta asignatura.

Nº 475 *b*. EL MISMO, MAESTRO.

Nº 476. PRIMERAS NOCIONES DE ALGEBRA.—In 12º de … páginas.

…ta consta de tres partes: Iª, Cálculo algebráico. IIª, Ecuaciones de primer grado. IIIª, Ecuaciones de segundo grado. Los problemas y ejercicios son numerosísimos.

Nº 476 *b*. EL MISMO, MAESTRO.

Nº 477. NOCIONES ELEMENTALES DE GEOMETRIA APLICADAS AL DIBUJO LINEAL.—In-12º, de 108 páginas, con muchísim… grabados.

Esta obrita se divide en cuatro partes: Iª, Líneas y ángulos. IIª, Circunferencia. IIIª, Superficies. IVª, Sólidos. Los ejercicios …ón al dibujo son numerosos para cada parte.

…LUCIONES Y RESPUESTAS DEL ANTERIOR.

DISTRIBUIDORES EN EL OCCIDENTE COLOMBIANO

…RERIA BEDOUT.—FELIX DE BEDOUT E HIJOS